Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 **(DL1EMA2) - Unité U5**
Année 2006/2007

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: E. AUBRY, F. BARKATS, M. VIRAT

FEUILLE TD N°5 - semaine du 2 avril 2007

Exercice 1. (Calcul de polynômes de Taylor)

1. Calculer le développement de Taylor à l'ordre 2 en le point $x_0 = 1$ pour la fonction réelle $f_1 : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f_1(x) = 1 - 3x + x^2 + 5x^3$.
2. f_2 est une fonction réelle d'une variable réelle, définie au voisinage de $x_0 = -1$ par $f_2(x) = \sqrt{2x+3}$. Calculer le développement de Taylor à l'ordre 2 de f_2 en -1.
3. α étant un nombre réel non nul fixé, calculer le développement de Taylor à l'ordre 5 en $x_0 = 0$ pour la fonction réelle f_3 définie par $f_3(x) = 1 - \cos(\alpha x)$.

Exercice 2. (Domaine de définition, Taylor-Young et calcul du DL d'un produit)

a) Quels sont les domaines de définition des fonctions réelles f, g, h données par les formules suivantes?
$$\boldsymbol{f(x) = \ln(1+x),\ g(x) = \sqrt{2-x},\ h(x) = f(x) \times g(x).}$$
b) Calculer le développement limité à l'ordre 2 en $x_0 = 1$, pour chacune des fonctions f, g et h ci-dessus.

Exercice 3. (Routine de calcul de développements limités)
Calculer les développements limités suivants:

1. DL à l'ordre 2 en -1 de la fonction $\boldsymbol{x \longmapsto e^x \times \sqrt{2x+3}}$
2. DL à l'ordre 5 en 0 de $\boldsymbol{x \longmapsto \dfrac{1}{2+x^2}}$
3. DL à l'ordre 2 en 0 de $\boldsymbol{x \longmapsto e^{\cos(x)}}$.

Exercice 4. (Utiliser des développements limités pour calculer des limites)
Calculer les limites suivantes:

1. $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{1 - \cos(2x)}$
2. $\displaystyle\lim_{x \longrightarrow 0} \frac{1 - e^{x^2}}{\sin^2(x)}$

Exercice 5. (Etude locale d'une fonction)
On considère la fonction $f : \left] -\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{4} \right[\longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = 2e^x - \dfrac{\sin(x) + 2}{x+1}$.

a) Donner le développement limité de f à l'ordre 3 en 0.
b) Donner une équation de la tangente au graphe de f au point $(0, f(0))$ et étudier la position du graphe de f par rapport à cette tangente, au voisinage de $(0, f(0))$. Faire un dessin qui illustre votre réponse.