

**FEUILLE TD N°3** - semaine du 5 mars 2007

**Exercice 1.** Calculer si possible les intégrales impropres suivantes:

$$i_1 = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{1}{5}x} dx, \quad i_2 = \int_2^{11} \frac{1}{\sqrt{x-2}} dx,$$

$$i_3 = \int_0^1 \ln(x) dx \text{ (on pourra utiliser l'égalité } \lim_{t \rightarrow 0^+} t \ln(t) = 0 \text{)}.$$

**Exercice 2.** Pour  $\beta \geq 2$  on pose  $I_\beta = \int_2^\beta \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$ .

1. En faisant le changement de variable  $x = e^t$ , calculer  $I_\beta$ .

2. Etudier la convergence de  $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln(x))^2} dx$ .

**Exercice 3.** Soient  $\alpha$  et  $\beta$  deux nombres réels vérifiant  $0 < \alpha < \frac{1}{2} < \beta < 1$ . On pose  $I_\alpha = \int_\alpha^{\frac{1}{2}} \frac{1}{-x + \sqrt{x}} dx$  et  $I_\beta = \int_{\frac{1}{2}}^\beta \frac{1}{-x + \sqrt{x}} dx$ . Calculer les intégrales  $I_\alpha$  et  $I_\beta$  en faisant le changement de variable  $x = t^2$ , ( $0 \leq t \leq 1$ ). En déduire la nature de l'intégrale impropre  $I = \int_0^1 \frac{1}{-x + \sqrt{x}} dx$ .