Université de Nice Sophia Antipolis
L1 Sciences économiques - Gestion
Mathématiques 2 - **Unité U5** -
Année 2009/2010

Enseignant: J. YAMEOGO
Chargés de TD: F. BARKATS, P. BANSART, M. SARRAGE

Feuille TD N°3 - semaine du 1er mars 2010

Exercice 1. (comparer des fonctions, comparer des intégrales définies)

Sur l'intervalle $[1,3]$ on considère les fonctions f_1 et f_2 définies par
$f_1(x)=1+\frac{3}{x}$ et $f_2=\frac{11x-3}{2x}$.

a) Les fonctions f_1 et f_2 sont-elles convexes ou concaves sur $[1,3]$?
(indication: étudier le signe de leurs dérivées secondes sur $[1,3]$)

b) Sur le même intervalle $[1,3]$, on considère les fonctions f_3 et f_4 définies par
$f_3=\frac{x+7}{2}$, $f_4=-x+5$.

1. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, dessiner sur l'intervalle $[1,3]$, les graphes des fonctions f_1, f_2, f_3 et f_4.
2. Sans les calculer, comparer les quatre intégrales suivantes:
$$I_1=\int_1^3 f_1(x)\mathrm{dx},\ I_2=\int_1^3 f_2(x)\mathrm{dx},\ I_3=\int_1^3 f_3(x)\mathrm{dx},\ I_4=\int_1^3 f_4(x)\mathrm{dx}.$$

Exercice 2. (dessiner un graphe, calculer une aire)

a) Dessiner dans un repère orthonormé du plan, le graphe de la fonction $f\colon[1,\ 5]\longrightarrow\mathbb{R}$ définie par $f(x)=x^2-6x+8$ puis celui de la fonction $g\colon[1,5]\longrightarrow\mathbb{R}$ définie par $g(x)=|f(x)|$.

b) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $D=\big\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/1\leqslant x\leqslant 5, 0\leqslant y\leqslant g(x)\big\}$.

Exercice 3. (savoir utiliser les primitives de quelques fonctions usuelles)

Après avoir précisé leur domaine de définition, calculer des primitives pour les fonctions suivantes:
$f_1(x)=x\sqrt{x}+e^{3x}$, $f_2(x)=x^2+\frac{1}{2x}-\frac{3}{x^3}$, $f_3(x)=5^x+3\sin(x)$, $f(x)=x^{\frac{2}{3}}-\cos(x)$.

Exercice 4. (exercice d'une interrogation écrite de mars 2008)

On considère la fonction réelle f définie par $f(x)=\sqrt{10-e^{2x}}$.

a) Quelle est le domaine de définition de f?

b) Calculer $f'(x)$ et préciser le domaine de validité du calcul.

c) Soit $g\colon[0,1]\longrightarrow\mathbb{R}$ la fonction définie par $g(x)=x\sqrt{x}+2e^{-3x}-\frac{e^{2x}}{\sqrt{10-e^{2x}}}$.
Calculer la primitive G de g prenant la valeur 2 en 0 (c'est-à-dire $G(0)=2$).

Exercice 5. (savoir utiliser la technique d'intégration par parties)

Calculer les intégrales définies suivantes:
$$\int_1^{27}\sqrt[3]{x}\,\ln(x)\mathrm{dx},\quad \int_0^{\pi}\theta(\cos(\theta)+1)d\theta,\quad \int_0^1 (6t+100)e^{-3t}\mathrm{dt}.$$