RENCONTRES DE L'ANR GEOMETRYA

Laboratoire J.A. Dieudonné UMR CNRS 7351
Université Nice Sophia Antipolis

20 - 21 novembre 2014

<u>Jeudi 20 novembre 2014</u> (Salle de conférences)

11h30 -12h30 : **Ludovic Rifford** (Univ. Nice Sophia Antipolis)
D'où surgit la dynamique dans le problème de Kantorovitch

14h - 15h : **Michael Goldman** (Univ. Paris Diderot - Paris 7)
Dérivation d'un modèle de transport branché à partir de la fonctionnelle de Ginzburg-Landau

15h - 16h : **Antonin Monteil** (Univ. Paris Sud – Paris 11)
Semi-continuité des énergies de ligne

16h30 – 17h30 : **Boris Thibert** (Univ. Joseph Fourier – Grenoble 1)
Résolution numérique du problème du réflecteur

<u>Vendredi 21 novembre 2014</u> (Salle de conférences)

8h45 - 9h45 : **Erwann Aubry** (Univ. Nice Sophia Antipolis)
Convergence Varifold versus convergence Hausdorff en courbure moyenne bornée

9h45 - 10h45 : **Yangqin Fang** (Univ. Paris Sud – Paris 11)
A Generalization of Reifenberg's Plateau problem

11h15 – 12h15 : **Antoine Lemenant** (Univ. Paris Diderot – Paris 7)
Approximation par champ de phase du problème de Steiner et quelques variantes

13h30 – 14h30 : **Séverine Rigot** (Univ. Nice Sophia Antipolis)
Propriété de recouvrement de Besicovitch dans les groupes de Heisenberg

Titres et résumés des exposés

Erwann Aubry (Univ. Nice Sophia Antipolis)
Convergence Varifold versus convergence Hausdorff en courbure moyenne bornée
Etant donnée une suite de varifolds M_i de dimension k à courbure moyenne généralisée L^p convergeant vers un varifold M, que peut-on dire des valeurs d'adhérences pour la distance de Hausdorff de la suite des supports $(supp(M_i))_i$? En particulier, à quelle condition sur p a-t-on convergence Hausdorff vers le support de M? On verra que la réponse dépend de la position de p par rapport à $k-1$.

Yangqin Fang (Univ. Paris Sud – Paris 11)
A Generalization of Reifenberg's Plateau problem
Reifenberg used Čech homology to depict the plateau problem, that is, given a boundary B in R^n and a subgroup L of the Čech homology group $\check{H}_{d-1}(B;G)$ over an abelian group G, we want to find a set E containing the boundary B such that L is contained in the kernel of homomorphism $\check{H}_{d-1}(B;G)\to\check{H}_{d-1}(E;G)$ induced by the inclusion map from B to E and the Hausdorff measure in dimension d of $H^d(E\backslash B)$ is minimal under these constraints. Reifenberg proved that when B is a compact ($d-1$)-dimensional set and G is a compact abelian group, then there exist such minimal compact sets. We will generalize this to any compact set B and any abelian group G. Indeed, we can get a more general result which contains the Reifenberg's result as a special case, that is, given an integrand F and a collection of compact sets ₵ with certain properties, we can find a set E in ₵ such that $F(E)$ attains the infimum.

Michael Goldman (Univ. Paris Diderot - Paris 7)
Dérivation d'un modèle de transport branché à partir de la fonctionnelle de Ginzburg-Landau
Dans cet exposé je montrerai comment on peut obtenir des énergies de type transport branché à partir de la fonctionnelle de Ginzburg-Landau. Ce travail est motivé par l'étude des motifs branchés qui apparaissent dans les supraconducteurs de type I pour des régimes de faible champ magnétique extérieur. Ces résultats constituent une première tentative d'aller au delà de simples lois d'échelles pour ce type de problèmes de nature profondément multi-échelle. Ils ont été obtenus en collaboration avec S. Conti, S. Serfaty et F. Otto.

Antoine Lemenant (Univ. Paris Diderot – Paris 7)
Approximation par champ de phase du problème de Steiner et quelques variantes
Je présenterai un travail en collaboration avec Filippo Santambrogio et Matthieu Bonnivard dans lequel nous proposons une approche de type champ de phase pour l'approximation numérique du problème Steiner 2D et quelques variantes (distance moyenne et p-compliance). La méthode repose sur une énergie approximative de type Modica-Mortola, ou Ambrosio Tortorelli, à laquelle on ajoute un terme pour contraindre la connexité à l'aide d'une certaine distance géodésique. Si le temps le permet, j'essaierai d'expliquer les grandes lignes de la preuve de Γ-convergence, qui utilise quelques techniques de théorie de la mesure géométrique, notamment un genre de théorème de Golab pour une quantité intégrale-géométrique équivalente à la longueur H^1, ressemblant à un contenu de Minkowski directionnel moyenné, et je finirai l'exposé avec quelques résultats numériques des plus récents.

Antonin Monteil (Univ. Paris Sud – Paris 11)
Semi-continuité des énergies de ligne
Dans cet exposé, on s'intéresse à une classe d'énergies concentrées sur l'ensemble singulier, ou ligne de saut, d'un champ de vecteurs *2D* à divergence nulle et à valeurs dans S^1. Ces énergies ont été introduites pour la première fois par Aviles et Giga comme Γ-limite de fonctionnelles de type Ginzburg-Landau dans la théorie du micro magnétisme. La semi-continuité inférieure étant une condition nécessaire pour une Γ-limite, il est intéressant d'étudier cette propriété pour les énergies de ligne. Dans le cadre d'Aviles-Giga, le coût est cubique par rapport à l'amplitude du saut en un point de l'ensemble singulier. Ambrosio, De Lellis et Mantegazza ont en fait conjecturé que les énergies de lignes correspondant à une fonction puissance n'étaient sci que dans le cas où l'exposant est compris entre de 1 et 3 et donnent un contre exemple pour les exposants supérieurs à 3. Plus récemment, Ignat et Merlet ont donné une réponse partielle pour les exposants compris entre 1 et 3. Nous donneront une construction permettant d'exclure les exposants inférieurs à 1. Dans ce cas, on peut en fait montrer que la solution de viscosité de l'équation eikonale ne minimise pas l'énergie de ligne avec contrainte de Neumann au bord.

Ludovic Rifford (Univ. Nice Sophia Antipolis)
D'où surgit la dynamique dans le problème de Kantorovitch
Le problème de Monge est un des problèmes fondamentaux de la théorie du transport optimal. Etant donné deux mesures de probabilités et une fonction coût sur des bons espaces, il consiste à minimiser un coût de transport parmi l'ensemble des applications de transport "entre" ces deux mesures. Ce problème est en général mal posé pour des coûts lisses sur des variétés compactes, c'est à dire que le minimum n'est pas atteint. Dans ce cas, il est plus pertinent de se pencher sur une variante relaxée de Monge, le problème de Kantorovitch. Nous verrons comment le problème d'unicité des plans de transport optimaux entre deux mesures de probabilité est lié aux propriétés d'une dynamique associée au coût. Il s'agit d'un travail en collaboration avec Robert McCann.

Séverine Rigot (Univ. Nice Sophia Antipolis)
Propriété de recouvrement de Besicovitch dans les groupes de Heisenberg
La propriété de recouvrement de Besicovitch (BCP) est connue pour être un outil central en théorie de la mesure, en particulier en lien avec la théorie de différentiation de mesures. Elle est notamment équivalente à la validité du théorème de différentiation pour toute mesure de Radon. Il était jusqu'à présent connu que les distances homogènes usuelles, distances de (Cygan-)Korànyi et de Carnot-Carathéodory, sur les groupes de Heisenberg ne satisfont pas BCP. On donnera dans cet exposé une réponse positive à la question de savoir s'il existe des distances homogènes sur les groupes de Heisenberg qui satisfont BCP. On montrera que BCP est satisfaite par les distances homogènes dont la boule unité centrée à l'origine coïncide avec une boule euclidienne. On donnera également deux critères impliquant la non-validité de BCP, montrant qu'en un certain sens que notre exemple est optimal. Il s'agit d'un travail en collaboration avec E. Le Donne.

Boris Thibert (Univ. Joseph Fourier – Grenoble 1)
Résolution numérique du problème du réflecteur
Le problème du réflecteur en champ lointain est le problème inverse suivant : il s'agit de trouver la surface d'un miroir qui envoie après réflexion une source de lumière ponctuelle sur une distribution de lumière souhaitée à l'infini. Un algorithme basé sur l'intersection de paraboloïdes confocaux a été proposé par Cafarelli-Kochengin-Oliker pour résoudre ce problème. Nous allons étudier la combinatoire de cette intersection et montrer qu'elle peut être calculée efficacement à l'aide d'outils de géométrie algorithmique. Par ailleurs, en utilisant une formulation basée sur le transport optimal, nous verrons que le problème du réflecteur se ramène à un problème de maximisation concave. Ce travail a été réalisé en collaboration avec Pedro Machado et Quentin Mérigot.