Optimisation
L3 MASS

Université de Nice
Année 2013-2014

Feuille de TD 4

Exercice 1 - On considère la fonction $J(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2$ sur l'ensemble K défini par les deux contraintes

$$F_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1 \leq 0, \qquad F_2(x_1, x_2) = -x_1 + x_2^2 \leq 0.$$

1. Représenter l'ensemble K.
2. En quels points de K est-ce que les contraintes sont qualifiées ?
3. Vérifier que les 3 fonctions J, F_1, F_2 sont convexes et en déduire par le théorème de Kuhn-Tucker que J admet un minimum global.
4. Déterminer ce minimum.
5. Y a-t-il un maximum local/global ?

Exercice 2 - On considère la fonction $J(x_1, x_2) = -x_1 - x_2$ sur l'ensemble K défini par les deux contraintes

$$F_1(x_1, x_2) = x_2 - \frac{2}{x_1} \leq 0, \qquad F_2(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2 - 5 \leq 0.$$

1. Représenter l'ensemble K.
2. En quels points de K est-ce que les contraintes sont qualifiées ?
3. Est-ce que les fonctions J, F_1, F_2 sont convexes ?
4. Déterminer le minimum de J sur l'ensemble K.

Exercice 3 - On considère la fonction $J(x_1, x_2) = -x_1 - x_2$ sur l'ensemble K défini par les deux contraintes

$$F_1(x_1, x_2) = x_2 \leq 0, \qquad F_2(x_1, x_2) = -x_1^3 + x_2 \leq 0.$$

1. Représenter l'ensemble K. Est-il borné ?
2. En quels points de K est-ce que les contraintes sont qualifiées ?
3. Déterminer le minimum de J sur l'ensemble K.
4. Est-ce que au point où J atteint un minimum les contraintes sont qualifiées ?