

Feuille de TD3

Exercice 1 - [Le jeu des duellistes]

Il y a deux duellistes X et Y munis d'une arme à feu qui sont à 6 pas l'un de l'autre. A chaque fois les deux duellistes font un pas en même temps et tout de suite après, chaque duelliste a le choix de tirer ou pas. Chacun a une seule balle. Le duelliste X a une probabilité de frapper Y de 0.2 quand il est à 4 pas, de 0.8 quand il est à 2 pas et de 1 quand il est à 0 pas. Le duelliste Y a une probabilité de frapper X de 0.5 quand il est à 4 pas, de 0.75 quand il est à 2 pas et de 1 quand il est à 0 pas. La récompense pour X est 1 si le duelliste X est vivant et Y est mort, est -1 si le duelliste Y est vivant et X est mort, et est 0 autrement.

1. Donner la forme normale de ce jeu.
2. Ce jeu admet-il une solution en stratégie pure ?

Exercice 2 - [Le jeu des avions et des missiles]

Le général X veut attaquer la base du général Y qui est constituée de 4 camps. Le général X a le choix entre les deux stratégies suivantes : utiliser deux avions sans système antimissile ou utiliser un seul avion équipé d'un système antimissile. Le général Y dispose de 4 missiles pour défendre ses 4 camps. Un camp peut être défendue par plusieurs missiles. Le système antimissile ne peut détecter qu'un missile au plus, c'est-à-dire l'avion avec le système antimissile est abattu par 2 missiles. Un camp est gagné par le général X dès qu'un de ses avions peut l'approcher sans être chassé par un missile. Le gain de X sera égal au nombre de camps gagnés.

1. Donner la forme normale de ce jeu.
2. Ce jeu admet-il une solution en stratégie pure ?
3. Variante : le général Y a 3 camps et 4 missiles.

Exercice 3 -

Deux marchands X et Y se partagent une clientèle uniformément répartie sur une plage de longueur 1 en choisissant leurs positions, respectivement x et y dans $[0, 1]$, les clients allant au marchand le plus proche. Le gain de chaque marchand est proportionnel à la part de clientèle captée, de sorte que la somme des gains des deux marchands est indépendante de x et de y . Si $x = y$ les gains des deux marchands sont égaux.

1. Donner la forme normale de ce jeu.
2. Est-ce que la fonction paiement est continue en les variables x et y ?
3. Quelle est la meilleure réponse de Y si X choisit $x < 1/2$?
4. Ce jeu admet-il un équilibre ?