# Examen partiel du 20 février 2014

**Exercice 1** -

On considère les quatre fonctions affines de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

$$g_1(x) = 4x + 1, \qquad g_2(x) = x + 2, \qquad g_3(x) = -4x + 5, \qquad g_4(x) = 2x + 2.$$

On définit la fonction $f$ affine par morceaux par $f(x) = \min\{g_1(x), g_2(x), g_3(x), g_4(x)\}$.

1. Représenter le graphe des quatre fonctions $g_1, g_2, g_3$ et $g_4$ sur l'intervalle $[0, 1]$.
2. Trouver le maximum de la fonction $f$ sur l'intervalle $[0, 1]$.

**Exercice 2** -

On considère la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $f(x, y) = x^2 + y^3 + 2xy$.

1. En quels points la fonction $f$ peut-elle avoir un extrémum local ?
2. Donner les matrices hessiennes en ces points et calculer leurs déterminants et leurs traces.
3. Déterminer la nature de ces points critiques, c'est-à-dire déterminer si le point critique est un maximum local, un minimum local ou un col (point selle).
4. Est-ce que la fonction $f$ admet un maximum ou un minimum sur $\mathbb{R}^2$ ?