

Examen partiel du 10 avril 2014

Exercice 1 - Deux enfants jouent à “pierre-papier-ciseaux” comme suit. Ils sont assis face à face autour d’une table. Chacun symbolise en cachette par la forme de la main droite soit la pierre (poing fermé), soit le papier (main ouverte avec les doigts joints), soit les ciseaux (main ouverte avec les doigts en forme de V). Ils frappent simultanément le dessus de la table avec leur main et gagnent ainsi un point ou perdent un point suivant qu’ils remportent ou non la partie et ceci suivant la règle : le papier l’emporte sur la pierre, la pierre l’emporte sur les ciseaux, les ciseaux l’emportent sur le papier. Si les deux enfants montrent pareil, aucun d’eux ne reçoit de points (match nul). Ainsi, à l’issue du jeu, le gain d’un joueur est de 1, 0 ou -1 point et celui de son adversaire est égal à l’opposé.

- (a) Donner la forme normale de ce jeu.
(b) Déterminer le minmax et le maxmin. Ce jeu a-t-il un point selle ?
- Les deux enfants jouent dix fois de suite à ce jeu. Pour cette série de dix parties, chacun peut choisir une des 4 stratégies suivantes (on suppose que le joueur ne change pas de stratégie au cours des dix parties) :

Cyclique : A la première partie il joue “papier”, à la deuxième “ciseaux”, à la troisième “pierre” et ensuite à nouveau “papier”, “ciseaux”, “pierre”, etc. (toujours dans l’ordre indiqué).

Imitation : A la première partie il joue “papier”, à la deuxième il joue ce que son adversaire a joué à la première partie (il imite!), à la troisième partie il joue ce que son adversaire a joué à la deuxième partie, etc. A la partie n , il joue donc ce que son adversaire a joué à la partie $n - 1$.

Stratégie prudente : A la première partie il joue “papier”. S’il gagne ou s’il fait match nul, il ne change pas, c’est-à-dire il jouera pareil à la partie suivante. S’il perd, il change selon la règle suivante : s’il a joué “papier”, il jouera “ciseaux” à la partie suivante ; s’il a joué “ciseaux”, il jouera “pierre” à la partie suivante ; s’il a joué “pierre”, il jouera “papier” à la partie suivante (même ordre que dans la stratégie cyclique).

Stratégie agressive : A la première partie il joue “papier”. S’il gagne, il ne change pas, c’est-à-dire il jouera pareil à la partie suivante. S’il perd ou s’il fait match nul, il change selon la même règle que pour la stratégie prudente.

- Donner la forme normale de ce jeu itéré, c’est-à-dire le tableau à 4 lignes et 4 colonnes correspondant aux 4 stratégies décrites ci-dessus.
- Donner tous les couples de stratégie dominée/stratégie dominante.

Exercice 2 - Deux joueurs X et Y jouent le jeu suivant. Le joueur Y tire au hasard une carte parmi 3 cartes : un as, une reine et un roi. On suppose que chaque carte apparaît à probabilité égale, c'est-à-dire $\frac{1}{3}$. Y ne montre pas la carte à X.

Si la carte est l'as, Y doit dire "as". Si la carte est le roi, Y a le choix entre dire "as" ou dire "roi". Si la carte est la reine, Y a le choix entre dire "as" ou dire "reine".

Si Y a dit "roi", les deux joueurs ne perdent et ne gagnent rien. Si Y a dit "reine", Y doit payer 1 Euro à X. Si Y a dit "as", le joueur X peut soit croire Y et lui donner 1 Euro, soit il peut dire qu'il ne le croit pas et qu'il faut montrer la carte. Dans ce cas, si la carte est l'as, X doit payer 2 Euros à Y et dans le cas contraire, c'est Y qui doit payer 2 Euros à X.

Les stratégies de X sont

x_1 : Croire Y quand il dit "as".

x_2 : Ne pas croire Y quand il dit "as".

Les stratégies de Y sont

y_1 : Dire "reine" quand il reçoit une reine et dire "roi" quand il reçoit un roi.

y_2 : Dire "as" quand il reçoit une reine et dire "roi" quand il reçoit un roi.

y_3 : Dire "reine" quand il reçoit une reine et dire "as" quand il reçoit un roi.

y_4 : Dire "as" quand il reçoit une reine et dire "as" quand il reçoit un roi.

1. Donner l'arbre de ce jeu.
2. Donner la forme normale de ce jeu, c'est-à-dire le tableau à 2 lignes et 4 colonnes.
3. Déterminer le minmax et le maxmin. Ce jeu a-t-il un point selle ?