

TD 7, cours d'Analyse 2 L2 PC et SF-P, du 9 au 13 novembre 2015
Intégrales généralisées sur un domaine non borné

Exercice 1. Calculer les intégrales généralisées suivantes

(1)
$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}} dx$$

(2)
$$\int_{1+}^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx$$

(3)
$$\int_{0+}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(x+1)} dx$$

(4)
$$\int_1^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

(5)
$$\int_{0+}^{\infty} \frac{\ln(x)}{1+x^2} dx$$

Exercice 2. Discuter la convergence des intégrales généralisées suivantes

(1)
$$\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{1+x^2}{1+x^4}} dx$$

(2)
$$\int_1^{\infty} e^{-x} \ln(x) dx$$

(3)
$$\int_1^{\infty} \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$$

(4)
$$\int_1^{\infty} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$$

Exercice 3. Discuter, en fonction des valeurs du nombre réel $\alpha \geq 0$, la convergence des intégrales généralisées suivantes

(1)

$$\int_1^{\infty} e^{-x} x^{\alpha-1} dx$$

(2)

$$\int_0^{\infty} \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^{\alpha}+1}} dx$$

Exercice 4. Discuter, en fonction des valeurs des deux nombres réels $\alpha \geq 0$ et $\beta \geq 0$, la convergence de l'intégrale généralisée suivante

$$\int_{0+}^{\infty} \frac{1}{x^{\alpha} (\ln(x))^{\beta}} dx$$