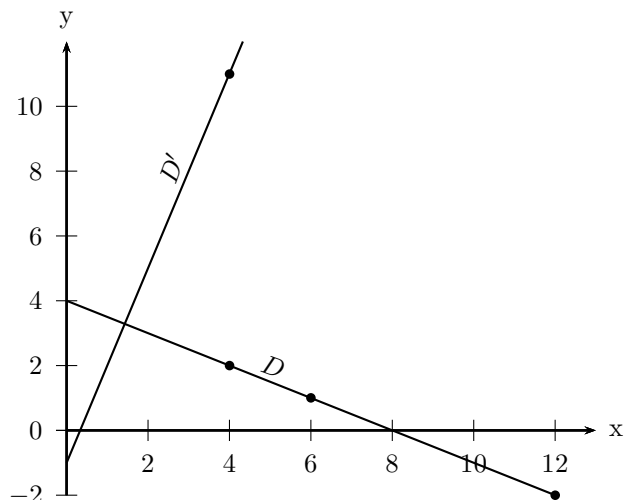


CORRIGÉ

TD 6 : Géométrie dans le plan

Exercice 1.

1. On considère la droite D passant par les points de coordonnées $(4, 2)$ et $(12, -2)$. Tracer cette droite puis calculer son équation en précisant sa pente et son ordonnée à l'origine.



La droite D d'équation $y = ax + b$ passe par $(4, 2)$ donc $4a + b = 2$ et par $(12, -2)$ donc $12a + b = -2$
On résout le système

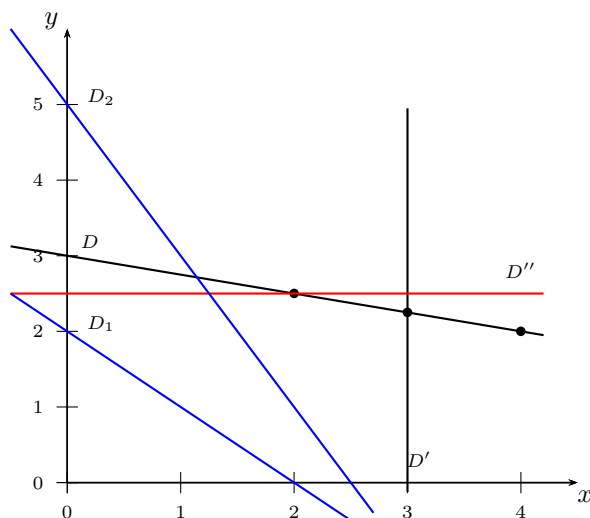
$$\begin{cases} 4a + b = 2 \\ 12a + b = -2 \end{cases}$$
donc $8a = -4$, $a = -\frac{1}{2}$, c'est la pente et $b = 2 - 4a = 4$, c'est l'ordonnée à l'origine.

L'équation de D est $y = -\frac{1}{2}x + 4$.

2. Sur le graphique précédent tracer la droite D' d'équation $y = 3x - 1$. Expliquer votre méthode. Les points $(4, 11)$ et $(6, 1)$ appartiennent-ils à la droite D , à la droite D' ? Expliquer.
On choisit deux points bien écartés sur D' , par exemple $(0, -1)$ et $(3, 8)$ et on trace la droite. Le point $(4, 11)$ n'est pas sur D car $11 \neq -\frac{1}{2} \cdot 4 + 4$ mais est sur D' car $11 = 3 \cdot 4 - 1$, Le point $(6, 1)$ est sur D car $1 = -\frac{1}{2} \cdot 6 + 4$ mais n'est pas sur D' car $1 \neq 3 \cdot 6 - 1$.

Exercice 2.

1. On considère la droite D passant par les points de coordonnées $(4, 2)$ et $(2, \frac{5}{2})$. Tracer cette droite puis calculer son équation en précisant sa pente et son ordonnée à l'origine.



La droite D d'équation $y = ax + b$ passe par $(4, 2)$ donc $4a + b = 2$ et par $(2, \frac{5}{2})$ donc $2a + b = \frac{5}{2}$
On résout le système

$$\begin{cases} 4a + b = 2 \\ 2a + b = \frac{5}{2} \end{cases}$$
donc $2a = -\frac{1}{2}$, $a = -\frac{1}{4}$, c'est la pente et $b = 2 - 4a = 3$, c'est l'ordonnée à l'origine.

L'équation de D est $y = -\frac{1}{4}x + 3$.

2. Sur le graphique précédent tracer la droite D' définie par l'équation $x - 3 = 0$. Calculer l'intersection de D et D' .

La droite D' est une droite verticale passant par le point $(3, 0)$, en noir sur le dessin.

L'intersection des deux droites est la solution du système d'équations $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 3 \\ 0 = x - 3 \end{cases}$

La deuxième équation est équivalente à $x = 3$. Par conséquent

$$y = -\frac{1}{4}x + 3 = -\frac{3}{4} + 3 = 2,25.$$

Le point d'intersection est $(3, 2,25)$.

3. Sur le graphique précédent tracer la droite D'' définie par l'équation $y - \frac{5}{2} = 0$. Calculer l'intersection de D et D'' .

La droite D'' est une droite horizontale passant par le point $(0, \frac{5}{2})$, en rouge sur le dessin.

L'intersection des deux droites est la solution du système d'équations $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x + 3 \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$

On substitue $y = \frac{5}{2}$ dans la première équation et obtient

$$\frac{5}{2} = -\frac{1}{4}x + 3 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}x \quad \Leftrightarrow \quad x = 2.$$

Le point d'intersection est $(2, \frac{5}{2})$.

4. Sur le graphique précédent tracer la droite D_1 définie par l'équation $1 - 0,5x - 0,5y = 0$. Tracer la droite définie par l'équation $1 - 0,4x - 0,2y = 0$. Calculer l'intersection de D_1 et D_2 .

On peut re-écrire l'équation $1 - 0,5x - 0,5y = 0$ dans la forme $y = -x + 2$.

On peut re-écrire l'équation $1 - 0,4x - 0,2y = 0$ dans la forme $y = -2x + 5$.

Les droites sont en bleu sur le dessin.

L'intersection des deux droites est la solution du système d'équations $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -2x + 5 \end{cases}$

Par substitution on obtient $-x + 2 = -2x + 5$ et donc $x = 3$. Par conséquent

$$y = -x + 2 = -3 + 2 = -1.$$

Le point d'intersection est $(3, -1)$. Il n'est pas sur le dessin.

Exercice 3. Soit D_1 la droite définie par l'équation $y = 2x + 4$. Soit D_2 la droite définie par l'équation $y = cx + 6$ où c est un paramètre. Calculer l'intersection de D_1 et D_2 .

L'intersection des deux droites est la solution du système d'équations $\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = cx + 6 \end{cases}$

Si on soustrait la première équation de la seconde, on obtient

$$0 = (c - 2)x + 2.$$

Si $c - 2 = 0$ l'équation devient $0 = 2$, c'est une contradiction. Dans ce cas il n'y a pas d'intersection. En effet, si $c = 2$ les droites D_1 et D_2 ont la même pente, elles sont donc parallèles non-confondues.

Si $c - 2 \neq 0$ on transforme l'équation

$$0 = (c - 2)x + 2. \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-2}{c - 2}.$$

On substitue dans la première équation :

$$y = 2x + 4 = 2 \frac{-2}{c - 2} + 4 = 4 - \frac{4}{c - 2}.$$

Le point d'intersection est $(\frac{-2}{c-2}, 4 - \frac{4}{c-2})$.