L2 MASS - option Théorie des jeux **Rattrapage** **16 janvier 2012**

Durée : 1h30 – calculatrice et documents interdits

Justifier correctement chaque réponse.

1. On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant : $X = Y = [0, 1]$,

$$g(x, y) = y\Big(2 - \frac{2}{3}(y - x + \frac{1}{2})^2\Big)$$

(paiement du premier joueur).

Montrer que le joueur 2 admet une stratégie dominante mais pas le joueur 1.

Le jeu admet-il un équilibre ? Si oui quels sont les équilibres ?

2. On considère les fonctions $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$: $f_1(x) = x + 2(1 - x)$, $f_2(x) = -x + 2(1 - x)$, $f_3(x) = 2x - 3(1 - x)$, $f_4(x) = -2(1 - x)$ et

$$f(x) = \min\{f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)\} \ .$$

Tracer les graphes au dessus du segment $[0, 1]$ des fonctions f_1, f_2, f_3, f_4 puis de f. En quel point de $[0, 1]$ la fonction f atteint elle son maximum ? Que vaut ce maximum ?

3. On considère le jeu matriciel de matrice de paiement

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

a. Quelles sont les stratégies mixtes prudentes du joueur 1 ? Expliquez.

Quelle est la valeur de l'extension mixte du jeu ?

b. Quels sont les meilleures réponses du joueur 2 aux stratégies mixtes prudentes du joueur 1 ?

Qu'en déduit on sur les stratégies mixtes prudentes du joueur 2 ? Expliquez.

c. Quels sont les équilibres de l'extension mixte du jeu ?

d. On considère maintenant le jeu matriciel

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

Montrer que la stratégie pure 2 du joueur 1 est dominée au sens large dans l'extension mixte du jeu. Qu'en déduit on sur les équilibres de l'extension mixte du jeu ?

e. Quels sont les équilibres de l'extension mixte du jeu ci dessus ?