

Durée : une heure – calculatrice et documents interdits

Justifier correctement chaque réponse.

1. On considère le jeu à deux joueurs dont la matrice des paiements est

$$\begin{pmatrix} (1, 1) & (-1, 0) \\ (2, -1) & (-2, -2) \end{pmatrix}.$$

Le jeu est-il à somme nulle ?

Y a-t-il des stratégies strictement dominées ? Si oui lesquelles ?

Quels sont les équilibres du jeu ? Les équilibres sont-ils prudents pour chacun des joueurs ?

2. On considère le jeu à somme nulle à deux joueurs de matrice de paiement

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 3 & 7 & 5 & 3 & 7 \\ 4 & 1 & 1 & -1 & 4 & 6 & 7 \\ 3 & 4 & 3 & 4 & 4 & 5 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 4 & 5 & 7 & 3 \\ -1 & 3 & 3 & 0 & 5 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 4 & 9 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

a. Combien de stratégies a le joueur 1 ? Combien de stratégies a le joueur 2 ?

Quel est le gain du joueur 2 si la ligne 2 colonne 4 est jouée ?

b. Quelles sont les stratégies dominées du joueur 1 et du joueur 2 pour ce jeu ?

c. Quel jeu obtient-on après l'élimination successive des stratégies dominées ? Ce dernier jeu admet-il une valeur ? Qu'en est-il du jeu initial ?

d. Quels sont les équilibres du jeu ?

3. Soit le jeu à somme nulle à deux joueurs donné par $X = Y = [1, 3]$; $g(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$ (paiement du premier joueur).

a. Quelles sont les stratégies dominées des joueurs 1 et 2 ?

b. Le jeu admet-il une valeur ? Si oui que vaut-elle ?

4. Soit $X, Y, g : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ un jeu à deux joueurs à somme nulle, $x \in X$ et $y \in Y$ des stratégies des joueurs 1 et 2 respectivement. On suppose $\underline{g} = -1$, $\bar{g} = 1$ et $g(x, y) = 0$. Les joueurs regrettent-ils leur choix ? Expliquer.

Même question si on suppose maintenant $g(x, y) = -1$.