L2 MASS - option Théorie des jeux **feuille 2** **23 octobre 2009**

1. (Interrogation d'oct. 2008) On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant : $X = Y = [0,1]$, $g(x,y) = x^2 - xy - 1$ (paiement du premier joueur).

Montrer que l'un des joueurs a une stratégie dominante. Le jeu admet-il un équilibre ?

2. On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant : $X = Y = [0,1]$, $g(x,y) = -2xy - x - y + 2$ (paiement du premier joueur).

a. Quel est le paiement garanti du joueur 1 s'il joue x ? Quel est le paiement garanti optimal du joueur 1 ?

b. Le jeu admet-il une valeur ?

3. Dans le jeu des deux généraux, la matrice de paiement du général A est

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Si A choisit sa stratégie au hasard de façon équiprobable, quelle est la probabilité que B gagne s'il choisit la colonne 1 ? la colonne 2, etc. Quelle est son espérance de gain pour chacune de ses stratégies ? Conclusion ? Comparer avec le jeu obtenu après élimination des stratégies dominées.

4. Comment peut on simuler avec une pièce de monnaie une variable aléatoire prenant la valeur 1 avec proba $\frac{2}{5}$ et la valeur 2 avec proba $\frac{3}{5}$? Avec votre méthode combien de fois en moyenne faut-il lancer la pièce de monnaie pour obtenir une valeur de la variable aléatoire ?

5. Le jeu matriciel $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ admet-il un équilibre en stratégies pures ? Quels sont les équilibres en stratégies mixtes ?

6. On considère le jeu matriciel $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Y a t-il un équilibre en stratégies pures ? Quelles sont les stratégies mixtes prudentes du joueur 2 ? Quelles sont les stratégies mixtes prudentes du joueur 1 ?

7. Soit le jeu de matrice de paiement $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$. Montrer que la stratégie 3 du joueur 2 n'est pas dominée dans l'extension mixte du jeu.

8. Soit le jeu de matrice de paiement $\begin{pmatrix} 1 & 3 & a \\ 2 & 1 & b \end{pmatrix}$. Pour quelles valeurs de a et de b la stratégie 3 du joueur 2 est-elle dominée dans l'extension mixte du jeu ?

9. On découvre que la stratégie mixte $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 0, 0)$ du joueur 1 est prudente pour l'extension mixte du jeu de matrice de paiement

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 5 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & 8 \\ 4 & 2 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Quelle est la valeur de l'extension mixte du jeu ?