

## Variables aléatoires continues

**Ex. 1.** (*traité en cours*) Calculer l'espérance et la variance des lois  $\mathcal{U}([a, b])$  (uniforme),  $\mathcal{E}(\lambda)$  (exponentielle),  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$  (normale ou gaussienne).

**Ex. 2.** Soient  $X$  une v.a. admettant une densité  $f$  et  $a \neq 0$ ,  $b$  deux réels. Calculer la densité de  $Y = aX + b$  en fonction de  $f, a, b$ . Calculer l'espérance et la variance de  $Y$  en fonction de celles de  $X$  et de  $a, b$ .

Que se passe-t-il si  $a = 0$  ?

**Ex. 3.** Soit  $X$  une v.a. de loi  $\mathcal{U}([0, 2])$ . On pose  $Y = 1$  si  $X \leq 3/2$ ,  $Y = 0$  sinon. Quelle est la loi de  $Y$  ?

**Ex. 4.** Soit  $X$  une v.a. dont la loi est donnée par :

$$P(X \leq t) = \begin{cases} (t+1)/4 & \text{si } -1 \leq t < 2 \\ 4(t-1)/5 & \text{si } 2 \leq t < 9/4 \end{cases}$$

Que peut-on dire de  $P(X = 2)$  ? de  $P(X = 9/4)$  ?

$X$  admet-elle une densité ?

\*Calculer l'espérance de  $X$ .

**Ex. 5.** Soit  $X$  une v.a. de loi  $\mathcal{U}([1, 2])$ .  $Y = X^2$  admet-elle une densité ? Si oui laquelle ?

En déduire une expression pour  $\text{Var}(X)$ . Est-ce une bonne méthode pour calculer  $\text{Var}(X)$  ?

Même question avec  $X$  de loi  $\mathcal{U}([-1, 2])$

**Ex. 6.** Soient  $X, Y$  deux v.a. indépendantes de loi  $\mathcal{U}([0, 1])$ .

\*Déterminer la densité de  $X + Y$  et de  $X - Y$ .

Calculer l'espérance et la variance de  $X - Y$ .

**Ex. 7.** Examen 2014-15 session 1, ex. 4 Cf <http://math.unice.fr/~dehon/Ens/L2Mass/Annales-exam/>

**Ex. 8.** Examen 2014-15 session 2, ex. 4 Cf idem