Licence L2 MASS - Probabilité **feuille 3** **12 octobre 2015**

Liaison entre évènements (suite) ; modèles et variables

Liaison entre évènements

Ex. 1. On lit dans la presse la phrase suivante :

> "Une personne de 40 ans et plus appartenant à un ménage modeste a 1.2 fois plus de risque qu'une personne de même classe d'âge n'appartenant pas à un ménage modeste de n'être pas vaccinée."

On note E l'évènement "Avoir 40 ans ou plus", F l'evt "appartenir à un ménage modeste", G l'evt "être vacciné". On note non E, non F, etc. la négation de l'evt E, de l'evt F, etc. respectivement.

Quelles sont les affirmations correctes parmi ce qui suit : (La notation $P(A|B)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant B.)

1. $\mathrm{P}(E \text{ et } F \,|\, G) = 1.2 \times \mathrm{P}(E \text{ et } F \mid \text{non } G)$
2. $\mathrm{P}(F \,|\, E \text{ et non } G) = 1.2 \times \mathrm{P}(F \mid E \text{ et } G)$
3. $\mathrm{P}(G \,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \mathrm{P}(\text{non } G \,|E \text{ et } F)$
4. $\mathrm{P}(\text{non } G \,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \mathrm{P}(\text{non } G \,|E \text{ et non } F)$
5. $\mathrm{P}(\text{non } G \,|E \text{ et } F) = 1.2 \times \mathrm{P}(\text{non } G \,|\text{non } (E \text{ et } F))$
6. La probabilité qu'un individu appartienne à un ménage modeste augmente si on apprend qu'il n'est pas vacciné.
7. La probabilité qu'un individu ne soit pas vacciné augmente si on apprend qu'il appartient à un ménage modeste.

Ex. 2. *(Les données de l'exercice ne sont pas réelles)* Un article de presse porte sur l'anémie touchant les adolescents. On lit l'extrait suivant :

> "La consommation régulière de brocolis diminue le risque d'anémie de 30%."

On note A l'évènement "être atteint d'anémie" et M l'évènement "manger régulièrement des brocolis".

a. Comment peut on reformuler l'extrait de presse en terme des probabilités $\mathrm{P}(A)$, $\mathrm{P}(\text{non } A)$, $\mathrm{P}(M)$, $\mathrm{P}(\text{non } M)$, $\mathrm{P}(A|M)$, $\mathrm{P}(M|A)$, $\mathrm{P}(\text{non } A|M)$, $\mathrm{P}(M|\text{non } A)$, $\mathrm{P}(A|\text{non } M)$, $\mathrm{P}(\text{non } M|A)$, $\mathrm{P}(\text{non } A|\text{non } M)$, $\mathrm{P}(\text{non } M|\text{non } A)$?

b. Quelles sont les affirmations correctes parmi les 9 affirmations qui suivent ?

1. $P(A) < P(A|M)$, 2. $P(A) < P(A|\text{non } M)$ 3. $P(A) > P(A|M)$
4. $P(A) > P(A|\text{non } M)$ 5. $P(M) < P(M|A)$ 6. $P(M) < P(M|\text{non } A)$
8. $P(M) > P(M|A)$ 9. $P(M) > P(M|\text{non } A)$.

Ex. 3. *"Manger des brocolis diminue le risque d'anémie" (les données de l'exercice sont inventées)*

On observe que 10% des adolescents de plus de 14 ans sont atteints d'anémie et que 20% des adolescents atteints d'anémie déclarent manger régulièrement des brocolis. Un sondage auprès des adolescents de plus de 14 ans indique que 40% d'entre eux mangent régulièrement des brocolis.

a. On note A l'évènement "être atteint d'anémie" et M l'évènement "manger régulièrement des brocolis". Calculer les nombres $\frac{f_{A|M}}{f_A}$ et $\frac{f_{A|M}}{f_{A|\text{non } M}}$. Quelle population de référence choisira t-on pour affirmer de façon quantifiée que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ? Quel sera le slogan précis ?

b. Que vaut l'affirmation (ou le slogan) ? Que peut on imaginer comme contexte qui retourne la conclusion ?

c. Un nouveau sondage indique que 15% des adolescents de plus de 14 ans mangent régulièrement des brocolis. Affirmera t on encore que manger des brocolis diminue le risque d'anémie ?

Variables aléatoires et modèles

Ex. 4. *(traité en cours)* On lance un dé de façon répétée jusqu'à obtenir la face 6.

a. Proposer un modèle (Ω, P). Peut on numéroter tous les éléments de Ω ? Quelle est la probabilité qu'on obtienne jamais 6 ?

b. Peut-on donner un modèle avec probabilité uniforme ?

c. On forme la variable aléatoire $X :=$ nbre de lancés. Calculer la loi de X.

Ex. 5. La clef d'une porte se trouve dans une boite de 20 clefs qu'on essaie successivement. Quelle est la probabilité que ce soit la k-ième clef essayée qui ouvre la porte ?

On note X la variable égale au nombre de clefs testées jusqu'à ouvrir la porte. Quelle est la loi de X ?

Ex. 6. Comment se compare la probabilité qu'on obtienne au moins un 6 en lançant 6 dés avec la probabilité qu'on obtienne au moins deux 6 en lançant 12 dés ?

Ex. 7. *(traité en cours)* On lance deux dés. On note X le résultat du premier dé, Y le résultat du second. Déterminer la loi de $X + Y$.

Ex. 8. Une urne contient n boules rouges et $N - n$ boules blanches.

a. On tire avec remise p boules dans l'urne. Quelle est la loi du nombre de boules rouges tirées ?

b. Même question si on procède à un tirage sans remise.

Ex. 9. On lance N fois une pièce équilibrée. On note T la variable $(x_1, \ldots, x_N) \mapsto k$ si $x_1, \ldots, x_{k-1} = \text{F}$. Que représente T ? Calculer sa loi.