

Laboratoire d'Analyse, Topologie, Probabilités

Unité Mixte de Recherches CNRS 6632

Centre de Mathématique et Informatique

39, rue Joliot Curie

13453 MARSEILLE Cedex 13

Tél : 04.91.11.35.50

latp@cmi.univ-mrs.fr

Fax : 04.91.11.35.52

Rapport sur le dossier présenté par Florent Berthelin pour obtenir le diplôme de l'Habilitation à Diriger des Recherches

Le travail présenté par Florent Berthelin dans son mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches est essentiellement consacré à des questions provenant de la mécanique des fluides. Le document est structuré en 3 parties assez distinctes, montrant que Florent Berthelin a apporté des contributions significatives sur 3 thèmes bien différents. L'ensemble a donné lieu à une production scientifique volumineuse contenant 15 publications (avec, souvent, un ou plusieurs co-auteurs) dans des revues à comité de lecture.

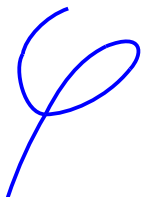
La première partie s'intéresse à la justification des modèles hydrodynamiques. Il s'agit ici de montrer que la solution d'équations cinétiques (telles que l'équation de Boltzmann ou le modèle BGK) converge, quand un paramètre (libre parcours moyen ou paramètre dit de relaxation) tend vers 0, vers la solution d'un modèle fluide (essentiellement donné par les équations d'Euler ou d'Euler isentropique). La thèse de Florent Berthelin contenait déjà plusieurs travaux (3 publications) sur ce sujet : existence de solutions pour un modèle de type BGK et convergence des solutions vers celle des équations d'Euler isentropique, y compris avec une condition aux limites (ce qui demande d'étudier avec précision le problème des traces pour un système hyperbolique). Ces travaux utilisaient l'existence d'une "extension cinétique" de toutes les entropies du système hyperbolique limite. Cette hypothèse imposait une condition forte sur les modèles BGK considérés. Dans ses travaux plus récents, Florent Berthelin suppose seulement l'existence d'une entropie cinétique et cette entropie correspond à l'entropie naturelle du système limite (qui est ici l'énergie physique car le système limite est toujours le système d'Euler isentropique). Le résultat obtenu est donc plus intéressant, même si il demande des hypothèses assez fortes sur les solutions des équations cinétiques (hypothèses de bornes sur les solutions et leur support). Florent Berthelin propose ensuite une autre méthode pour obtenir de tels résultats (toujours avec seulement l'entropie naturelle du système limite). Cette méthode utilise une idée qui m'a semblé très originale d'entropie relative (entre solution et solution approchée). Cette méthode permet, en particulier, d'obtenir un résultat de convergence de la solution des équations de Boltzmann vers celle d'un système de type Euler. Les démonstrations de ces résultats utilisent souvent des méthodes maintenant "assez classiques", comme la compacité par compensation ou les lemmes de moyenne (que Florent Berthelin a dû néanmoins adapter à ses besoins), avec des difficultés techniques parfois considérables. Il s'agit de travaux très intéressants, difficiles et s'inspirant de nombreux travaux récents sur ces questions de limites hydrodynamiques.

Dans la seconde partie, Florent Berthelin décrit des résultats d'existence pour des systèmes hyperboliques (éventuellement résonnants, comme le système dit de "gaz sans pression", ou avec second membre) en présence de contraintes et de relations d'exclusion. Ici encore, Florent Berthelin rappelle les résultats originaux qu'il avait obtenu sur ce sujet dans sa thèse. Il s'agissait alors de questions apparaissant naturellement en mécanique des fluides (pipeline ou écoulement dans une rivière). Plus récemment, Florent Berthelin a introduit (avec des

co-auteurs) de tels systèmes hyperboliques avec contraintes pour modéliser des problèmes de trafic routier. les problèmes de trafic routier sont souvent modélisés en s'inspirant de la mécanique des fluides, mais les modèles obtenus présentent en général des incohérences vis à vis du trafic routier. L'objectif de Florent Berthelin a donc été de modifier ces modèles pour se rapprocher de la réalité. Je ne sais pas quelle est la pertinence des ces modèles pour le trafic routier mais le travail réalisé par Florent Berthelin est clairement difficile sur le plan mathématique.

La troisième partie est consacrée au développement et à l'étude de méthodes numériques pour la résolution des systèmes hyperboliques étudiés dans les deux premières parties. Les schémas numériques sont du type "flux splitting" et adaptés à l'interprétation cinétique des systèmes hyperboliques étudiés. Dans le cas des systèmes hyperboliques avec contraintes de la deuxième partie, l'objectif est de respecter les contraintes tout en conservant des inégalités d'entropie discrètes. Florent Berthelin prouve (avec un théorème de convergence) que ceci est obtenu avec un schéma naturel de flux splitting couplé avec une projection sur les contraintes. Dans le cas des systèmes hyperboliques avec une condition (naturelle) d'entropie, Florent Berthelin donne aussi un théorème de convergence pour un schéma de flux splitting. Ce résultat s'applique, par exemple, pour le cas du p-système et utilise essentiellement un argument de compacité par compensation. Ces résultats de convergence pour des schémas naturels me semblent tout à fait intéressants et sont agréablement complémentaires des résultats obtenus dans les parties précédentes.

En conclusion, Florent Berthelin présente un travail considérable. Le thème général est celui des systèmes hyperboliques. Sur ce thème, Florent Berthelin a abordé des questions très différentes comme l'obtention des ces systèmes comme limites de modèles cinétiques, la prise en compte de contraintes naturelles additionnelles et la résolution numérique de ces systèmes. Ces divers travaux ont donné lieu à un grand nombre de publications et il me semble que Florent Berthelin est maintenant un chercheur complètement autonome et apte à diriger avec compétence des doctorants ou des équipes de chercheurs. Je suis donc tout à fait favorable à ce que Florent Berthelin soit autorisée à soutenir une Habilitation à Diriger des Recherches.



T. Gallouët, octobre 2009