

# Graphes inhomogènes : comportement au voisinage du seuil critique

Lucas MERCIER

Institut Élie Cartan de Nancy

Colloque JPS

# Modèle d'Erdős-Rényi

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

**Modèle d'Erdős-Rényi**  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

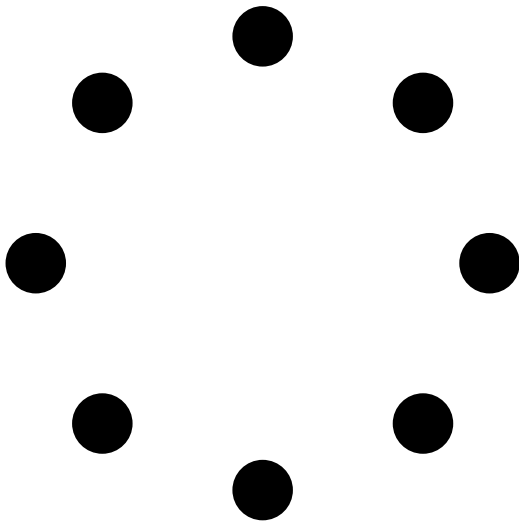
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



On considère  
 $n$  sommets.

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

# Modèle d'Erdős-Rényi

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

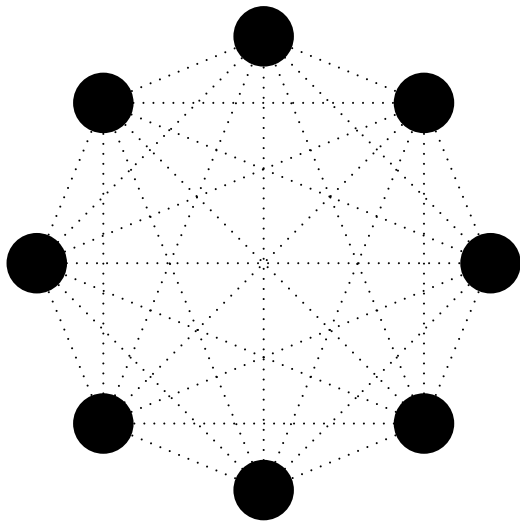
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



On considère  
toutes les  
arêtes  
possibles.

# Modèle d'Erdős-Rényi

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

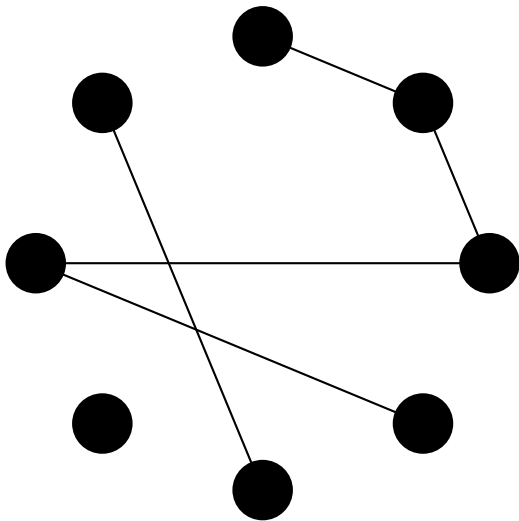
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Lukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



On garde  
chaque arête  
indépendam-  
ment avec  
probabilité  $p$ .

# Limitations du modèle

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Lukasiewicz

Renormalisation

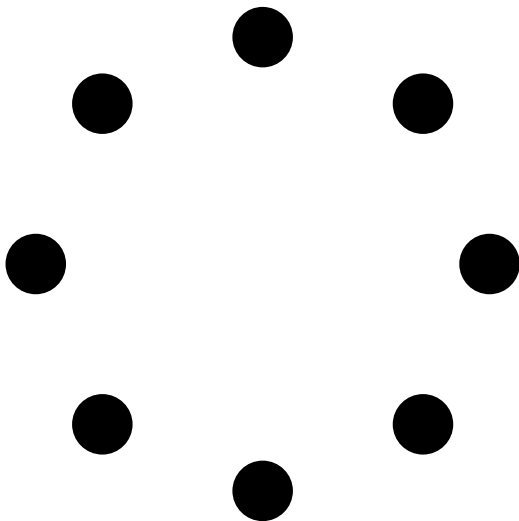
Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles

- ▶ Tous les sommets jouent le même rôle, et en particulier ont un degré du même ordre de grandeur.
- ▶ On veut pouvoir modéliser des graphes plus généraux, par exemple un graphe biparti, ou un graphe avec des serveurs centraux très connectés et des sommets peu connectés.
- ▶ On va donc attacher à chaque sommet une étiquette et la probabilité de présence d'une arête va être une fonction des étiquettes de ses extrémités.

# Graphe inhomogène

On considère  
 $n$  sommets.



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles

# Graphe inhomogène

Graphes inhomogènes : comportement au voisinage du seuil critique

Lucas MERCIER

Présentation des modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'une transition de phase

Processus d'exploration des composantes connexes

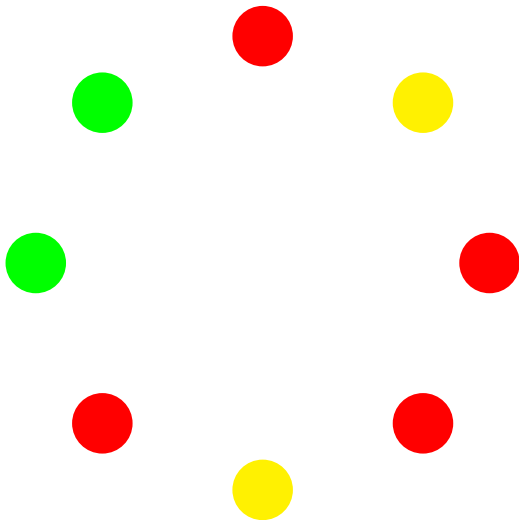
Voisinage du seuil critique

Marche de Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le brownien  
Résultats

Généralisations possibles



On choisit pour chaque sommet une étiquette.

# Graphe inhomogène

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

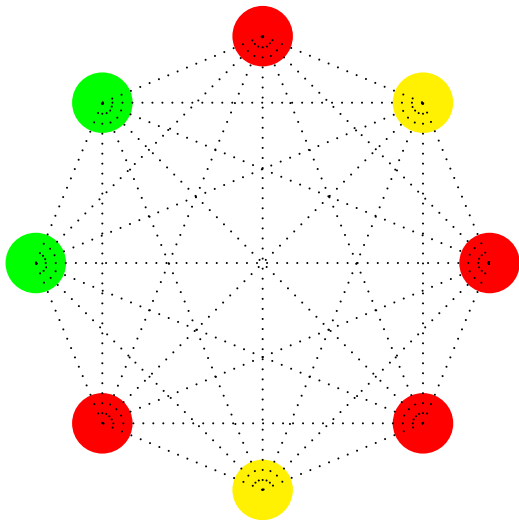
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



On considère  
toutes les  
arêtes  
possibles.

# Graphe inhomogène

Graphes inhomogènes : comportement au voisinage du seuil critique

Lucas MERCIER

Présentation des modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un transition de phase

Processus d'exploration des composantes connexes

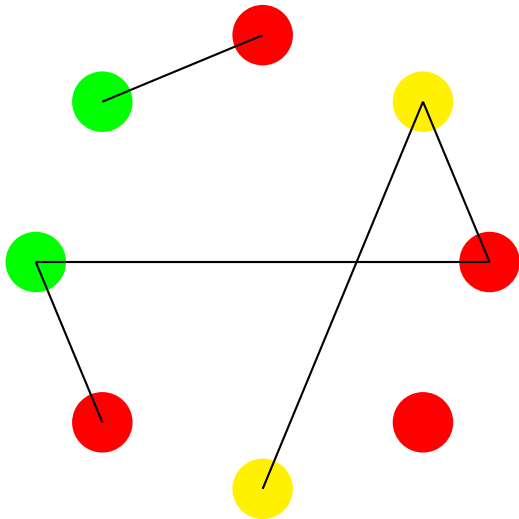
Voisinage du seuil critique

Marche de Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le brownien  
Résultats

Généralisations possibles



On garde chaque arête indépendamment avec probabilité ne dépendant que des étiquettes des extrémités de l'arête.

# Paramètres

On suppose qu'il y a un nombre fini  $\ell$  d'étiquettes possibles.

Si l'on a  $n$  sommets, on a alors deux paramètres :

- ▶ Un vecteur  $r_n$  à  $\ell$  coordonnées positives et de somme 1, qui sera la proportion de chaque étiquette.
- ▶ Une matrice  $\ell \times \ell$  symétrique réelle à coefficients positifs, qui donnera la probabilité d'existence des arêtes, que l'on notera  $C^n$ .

# Paramètres

On suppose qu'il y a un nombre fini  $\ell$  d'étiquettes possibles.

Si l'on a  $n$  sommets, on a alors deux paramètres :

- ▶ Un vecteur  $r_n$  à  $\ell$  coordonnées positives et de somme 1, qui sera la proportion de chaque étiquette.
- ▶ Une matrice  $\ell \times \ell$  symétrique réelle à coefficients positifs, qui donnera la probabilité d'existence des arêtes, que l'on notera  $C^n$ .

## Remarque

*Si  $\ell = 1$ , on obtient le graphe d'Erdős-Rényi.*

# Transition de phase dans le graphe d'Erdős-Rényi

Dans le graphe d'Erdős-Rényi, si la probabilité d'existence d'une arête est de la forme  $p = \frac{c}{n}$  avec  $c$  une constante, on a la transition de phase suivante.

- ▶ Si  $c < 1$ , la plus grande composante est de taille  $\Theta(\ln n)$ .
- ▶ Si  $c = 1$ , la plus grande composante est de taille  $\Theta(n^{\frac{2}{3}})$ .
- ▶ Si  $c > 1$ , la plus grande composante est de taille  $\Theta(n)$ .

# Transition de phase dans le graphe inhomogène

On prend  $C_n$  de la forme  $\frac{1}{n}\mathcal{C}$ , avec  $\mathcal{C}$  une matrice constante.

On suppose de plus que  $r_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} r$ .

Alors l'existence d'une composante géante dépend principalement de la matrice  $Q$  définie par  $Q_{i,j} = r_j \mathcal{C}_{i,j}$  :

# Transition de phase dans le graphe inhomogène

On prend  $C_n$  de la forme  $\frac{1}{n}\mathcal{C}$ , avec  $\mathcal{C}$  une matrice constante.

On suppose de plus que  $r_n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} r$ .

Alors l'existence d'une composante géante dépend principalement de la matrice  $Q$  définie par  $Q_{i,j} = r_j \mathcal{C}_{i,j}$  :

## Théorème (Söderberg (2002))

- ▶ *Si la plus grande valeur propre de  $Q$  est inférieure à 1, alors la taille de la plus grande composante connexe est  $o(n)$ .*
- ▶ *Si une valeur propre de  $Q$  est strictement plus grande que 1, il existe une composante connexe de taille  $\Theta(n)$ .*

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

**Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes**

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles

# Processus d'exploration des composantes connexes.

On part d'un  
sommet,  
dont on veut  
explorer la  
composante  
connexe.



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

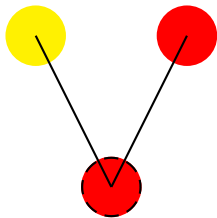
Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles



On considère  
tous les  
sommets  
voisins, qui  
n'ont pas  
encore été  
découverts,  
et on les  
place comme  
fils du  
premier  
somet.

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

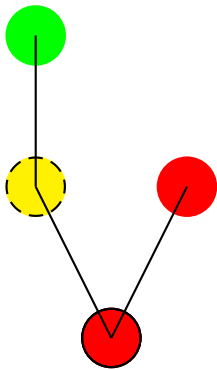
Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles



On fait de  
même avec  
le premier  
sommet que  
l'on vient de  
découvrir.

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

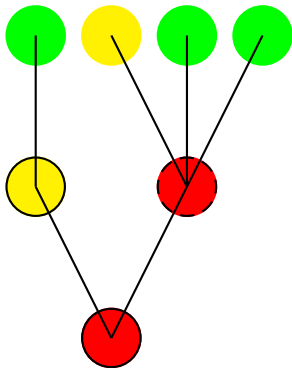
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

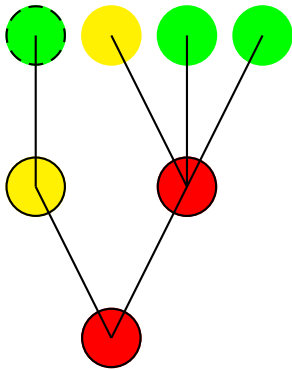
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

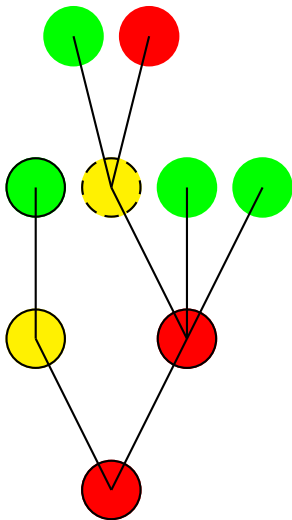
Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles





Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

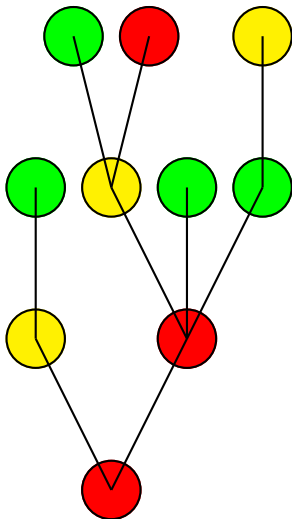
Marche de  
Lukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles



Lorsque l'on  
n'a plus de  
sommets en  
réserve (fin  
d'une  
composante  
connexe), on  
rajoute un  
nouveau  
sommets.

Graphes inhomogènes : comportement au voisinage du seuil critique

Lucas MERCIER

Présentation des modèles  
Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un transition de phase

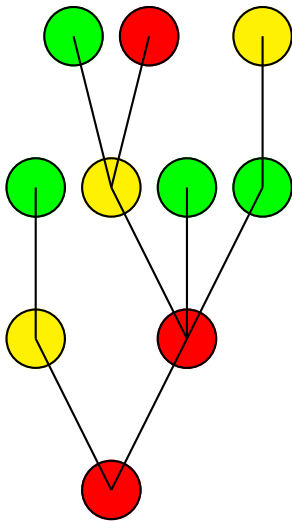
Processus d'exploration des composantes connexes

Voisinage du seuil critique

Marche de Lukasiwicz

Renormalisation  
Convergence vers le brownien  
Résultats

Généralisations possibles



Et on recommence le processus.



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

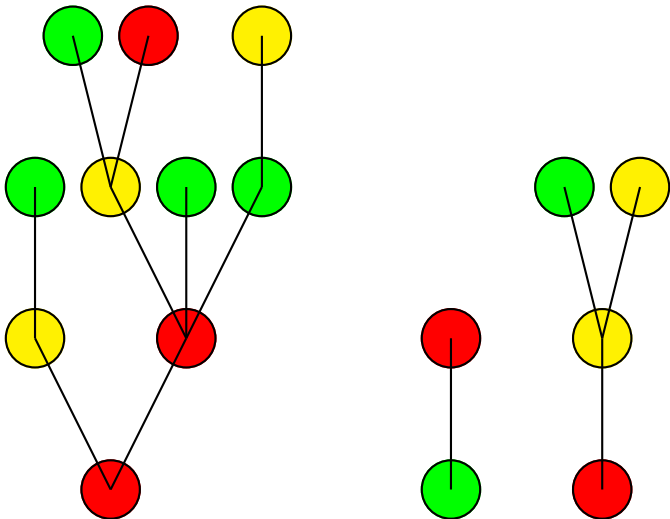
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Lukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



# Intérêt de cet algorithme

- ▶ La taille des composantes connexes est aussi la taille des arbres du processus d'exploration.
- ▶ On ne considère jamais deux fois la même arête, ce qui permet d'avoir des propriétés d'indépendance.

# Intérêt de cet algorithme

- ▶ La taille des composantes connexes est aussi la taille des arbres du processus d'exploration.
- ▶ On ne considère jamais deux fois la même arête, ce qui permet d'avoir des propriétés d'indépendance.

On veut savoir si l'on a de « grands » arbres. Pour cela, on a besoin de connaître la loi du nombre de fils d'un sommet.

Si l'on considère un sommet d'étiquette  $i$ , quelle est la loi du nombre de fils d'étiquette  $j$  ?

# Intérêt de cet algorithme

- ▶ La taille des composantes connexes est aussi la taille des arbres du processus d'exploration.
- ▶ On ne considère jamais deux fois la même arête, ce qui permet d'avoir des propriétés d'indépendance.

On veut savoir si l'on a de « grands » arbres. Pour cela, on a besoin de connaître la loi du nombre de fils d'un sommet.

Si l'on considère un sommet d'étiquette  $i$ , quelle est la loi du nombre de fils d'étiquette  $j$  ?

$$\mathcal{B}(n_j - \nu_j, C_{i,j})$$

Avec  $n_j$  le nombre de sommets d'étiquette  $j$  initialement présents et  $\nu_j$  le nombre de sommets d'étiquette  $j$  déjà découverts.

# Intérêt de cet algorithme

- ▶ La taille des composantes connexes est aussi la taille des arbres du processus d'exploration.
- ▶ On ne considère jamais deux fois la même arête, ce qui permet d'avoir des propriétés d'indépendance.

On veut savoir si l'on a de « grands » arbres. Pour cela, on a besoin de connaître la loi du nombre de fils d'un sommet.

Si l'on considère un sommet d'étiquette  $i$ , quelle est la loi du nombre de fils d'étiquette  $j$  ?

$$\mathcal{B}(n_j - \nu_j, C_{i,j}) \simeq \mathcal{B}(n_j, C_{i,j})$$

Avec  $n_j$  le nombre de sommets d'étiquette  $j$  initialement présents et  $\nu_j$  le nombre de sommets d'étiquette  $j$  déjà découverts.

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles

On observe donc que le processus d'exploration ressemble à un arbre de Galton-Watson multitype, dont la loi du nombre de fils de type  $j$  qu'a un sommet de type  $i$  est  $\mathcal{B}(n_j, C_{i,j})$ .

On observe donc que le processus d'exploration ressemble à un arbre de Galton-Watson multitype, dont la loi du nombre de fils de type  $j$  qu'a un sommet de type  $i$  est  $\mathcal{B}(n_j, C_{i,j})$ .

$$n_j \sim nr_j \text{ et } C_{i,j} = \frac{1}{n} \mathcal{C}_{i,j}$$

donc  $\mathcal{B}(n_j, C_{i,j}) \sim \text{Poi}(r_j \mathcal{C}_{i,j}) = \text{Poi}(Q_{i,j})$ .

On observe donc que le processus d'exploration ressemble à un arbre de Galton-Watson multitype, dont la loi du nombre de fils de type  $j$  qu'a un sommet de type  $i$  est  $\mathcal{B}(n_j, C_{i,j})$ .

$$n_j \sim nr_j \text{ et } C_{i,j} = \frac{1}{n} \mathcal{C}_{i,j} \\ \text{donc } \mathcal{B}(n_j, C_{i,j}) \sim \text{Poi}(r_j \mathcal{C}_{i,j}) = \text{Poi}(Q_{i,j}).$$

On peut donc localement approcher le processus d'exploration par un arbre de Galton-Watson multitype de loi poissonnienne.

# Le cas critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles

On se donne  $\mathcal{C}$  et  $r$  tels que la plus grande valeur propre de  $Q$  soit 1.

On prend  $C = \left(\frac{1}{n} + tn^{-\frac{4}{3}}\right)\mathcal{C}$  (avec  $t$  un réel).

# Le cas critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles

On se donne  $\mathcal{C}$  et  $r$  tels que la plus grande valeur propre de  $Q$  soit 1.

On prend  $C = \left(\frac{1}{n} + tn^{-\frac{4}{3}}\right)\mathcal{C}$  (avec  $t$  un réel).

On note par  $S_1 \geq S_2 \geq \dots$  la taille des composantes connexes, ordonnées par la taille.

# Marche de Łukasiewicz

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles

La marche de Łukasiewicz  $L_k$  est définie par :

$$L_0 = 0$$

$L_{k+1} = L_k - 1 + N_k$  avec  $N_k$  le nombre de fils du  $k$ ème  
sommet.

# Marche de Łukasiewicz

La marche de Łukasiewicz  $L_k$  est définie par :

$$L_0 = 0$$

$L_{k+1} = L_k - 1 + N_k$  avec  $N_k$  le nombre de fils du  $k$ ème sommet.

- ▶  $-\min_{j < k} L_j$  est le nombre de composantes entièrement explorées avant le temps  $k$ .
- ▶  $L_k - \min_{j < k} L_j$  est le nombre de sommets en réserve au temps  $k$ .
- ▶ Le début de l'exploration d'une composante correspond à un record vers le bas de  $L$ .

# Marche de Łukasiewicz

La marche de Łukasiewicz  $L_k$  est définie par :

$$L_0 = 0$$

$L_{k+1} = L_k - 1 + N_k$  avec  $N_k$  le nombre de fils du  $k$ ème sommet.

- ▶  $-\min_{j < k} L_j$  est le nombre de composantes entièrement explorées avant le temps  $k$ .
- ▶  $L_k - \min_{j < k} L_j$  est le nombre de sommets en réserve au temps  $k$ .
- ▶ Le début de l'exploration d'une composante correspond à un record vers le bas de  $L$ .
- ▶ En réalité, on a besoin de considérer un processus  $Y$  légèrement différent, qui a des propriétés similaires.

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

# Renormalisation

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

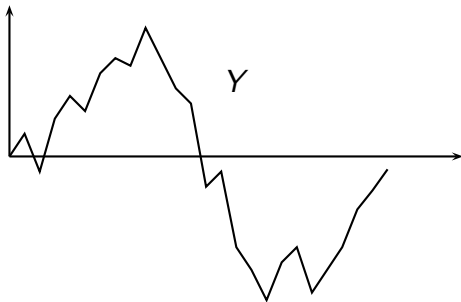
Marche de  
Łukasiewicz

## Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

# Renormalisation

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

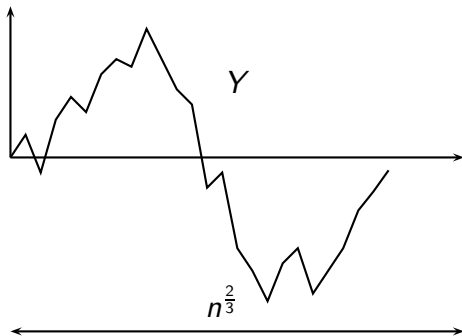
Marche de  
Lukasiewicz

**Renormalisation**

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles



Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

# Renormalisation

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

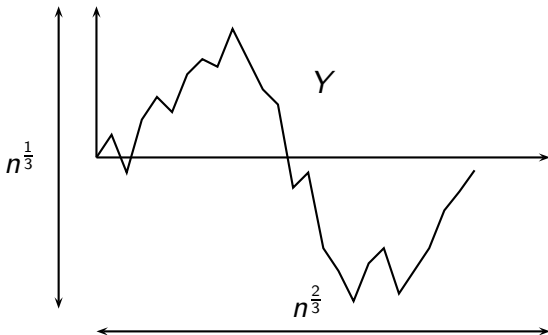
Marche de  
Lukasiewicz

**Renormalisation**

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles



# Renormalisation

Graphes  
inhomogènes :  
comportement au  
voisinage du seuil  
critique

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

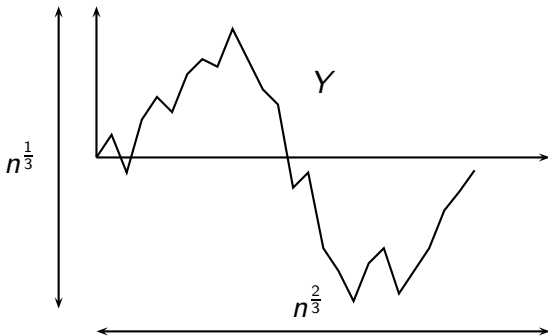
Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Lukasiewicz

**Renormalisation**

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

Généralisations  
possibles



$$\tilde{Y}(s) = n^{-\frac{1}{3}} (Y(n^{\frac{2}{3}}s))$$

# Convergence vers le brownien

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

**Convergence vers le  
brownien**

Résultats

Généralisations  
possibles

$Y$  est défini comme une somme de petites variations.

# Convergence vers le brownien

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Lukasiewicz

Renormalisation

**Convergence vers le  
brownien**

Résultats

Généralisations  
possibles

$Y$  est défini comme une somme de petites variations.

En étudiant la loi de ces petites variations, on a :

$$\tilde{Y}^n(s) \xrightarrow{d} B_s + \alpha s - \beta s^2 =: W_s$$

$\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $\beta \in \mathbb{R}_+^*$ , dépendent des paramètres du problème.

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

**Résultats**

Généralisations  
possibles

- ▶  $\tilde{Y}_s$  converge vers un mouvement brownien avec dérive  $W_s$ .

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles

- ▶  $\tilde{Y}_s$  converge vers un mouvement brownien avec dérive  $W_s$ .
- ▶ La fin d'une composante correspond à un record vers le bas de  $Y$ .

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Lukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

Généralisations  
possibles

- ▶  $\tilde{Y}_s$  converge vers un mouvement brownien avec dérive  $W_s$ .
- ▶ La fin d'une composante correspond à un record vers le bas de  $Y$ .
- ▶ *Donc* la taille des composantes connexes, correctement renormalisée, converge vers la longueur des excursions de  $W$  (i.e. l'écart entre deux records vers le bas.)

# Généralisations possibles ?

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

**Généralisations  
possibles**

- ▶ Peut-on se passer de la condition de nombre fini d'étiquettes possibles ?

# Généralisations possibles ?

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien  
Résultats

**Généralisations  
possibles**

- ▶ Peut-on se passer de la condition de nombre fini d'étiquettes possibles ?
- ▶ Renormalisation différente des probabilités

# Généralisations possibles ?

Lucas MERCIER

Présentation des  
modèles

Modèle d'Erdős-Rényi  
Graphe inhomogène

Existence d'un  
transition de phase

Processus  
d'exploration des  
composantes  
connexes

Voisinage du seuil  
critique

Marche de  
Łukasiewicz

Renormalisation

Convergence vers le  
brownien

Résultats

**Généralisations  
possibles**

- ▶ Peut-on se passer de la condition de nombre fini d'étiquettes possibles ?
- ▶ Renormalisation différente des probabilités

Merci de votre attention !