



ArcelorMittal



MINES PARIS

Cemef

Étude numérique des Instabilités dans le procédé de coextrusion des polyesters

Omar MAHDAOUI

Soutenance de Thèse

23-05-2008

Responsable Arcelor-Mittal:

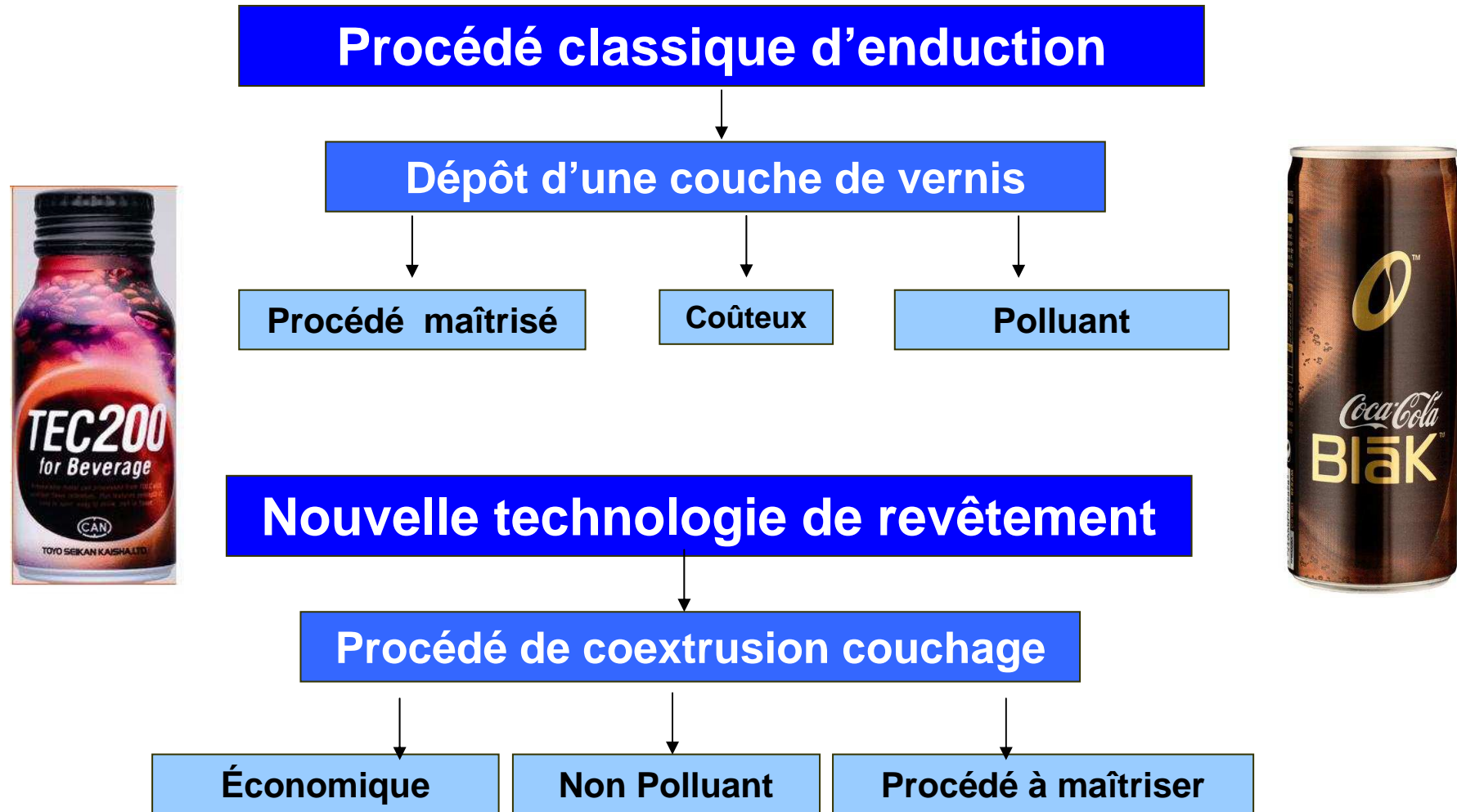
Antoine MERVEILLE

Responsables CEMEF:

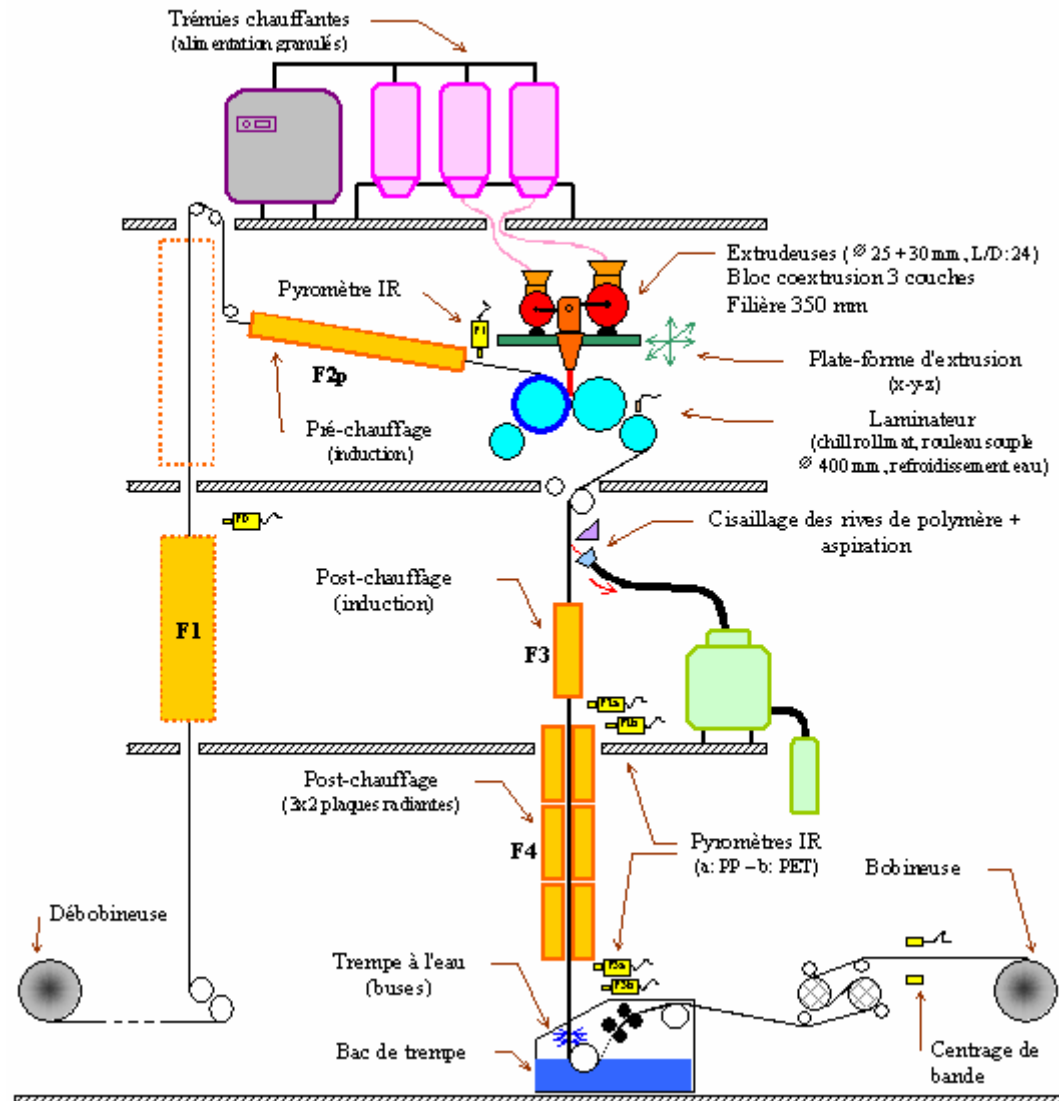
P. LAURE et J-F. AGASSANT

Contexte:

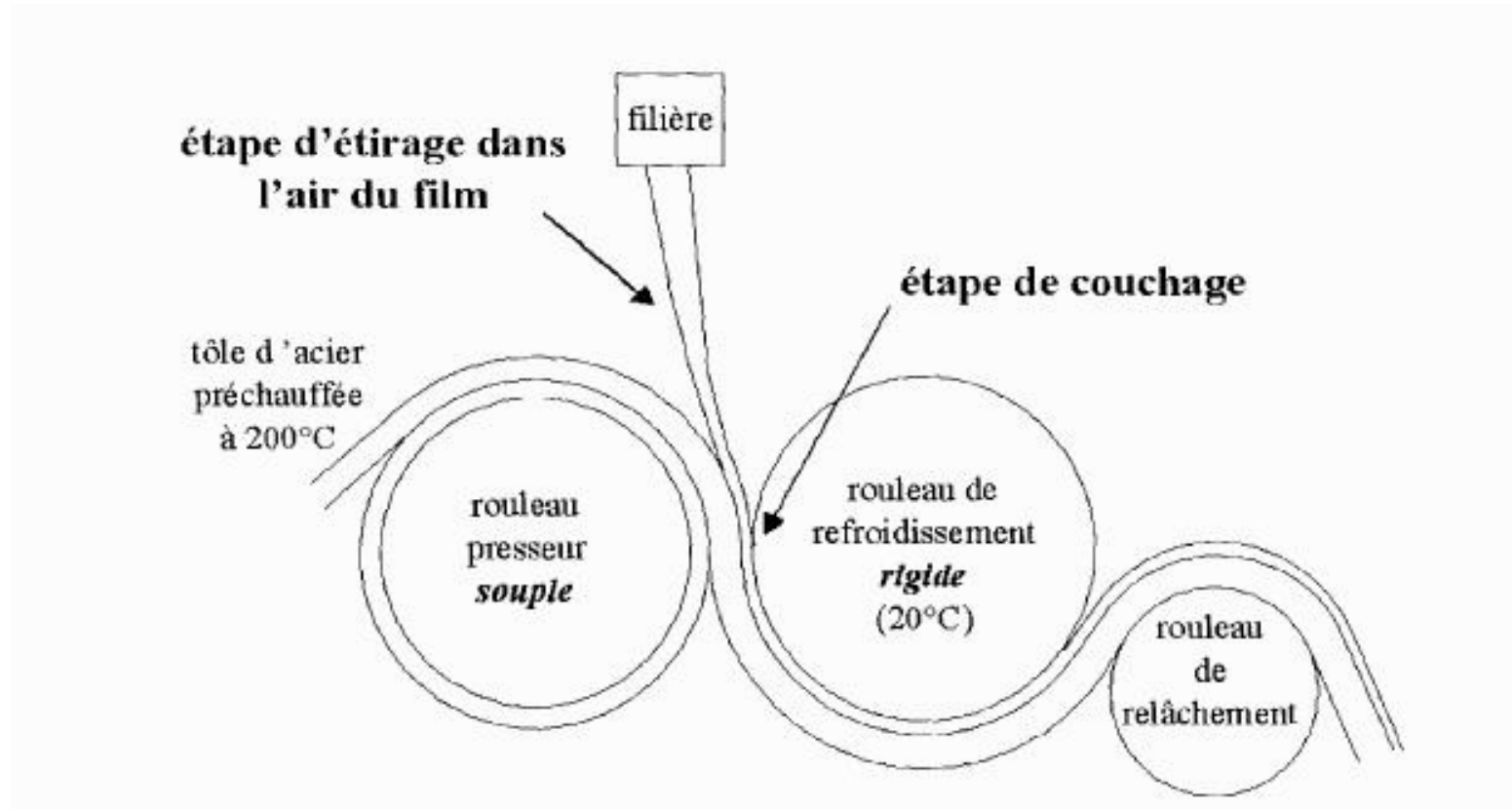
Nouvelle technologie de revêtement: coextrusion



Contexte: Ligne d'extrusion couchage



Contexte: Couchage Polymère sur acier

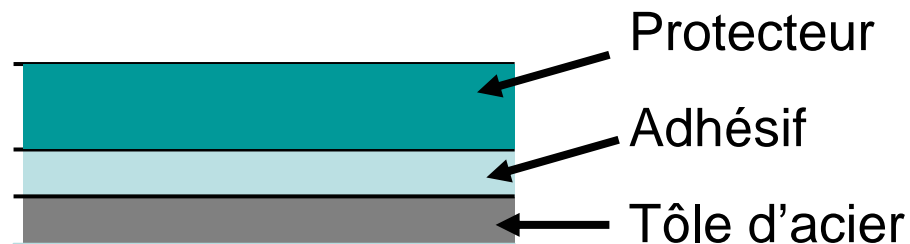


Contexte: Couchage Polymère sur acier

• Objectifs

- bonne adhérence
- coût limité

} Coextrusion d'un polyester adhésif (couche mince) et d'un polyester protecteur (couche épaisse)



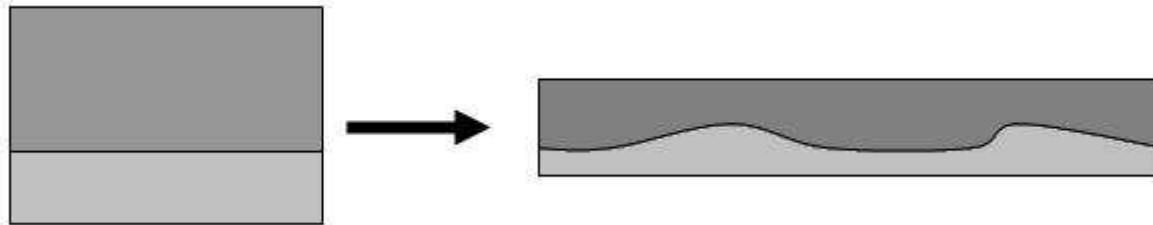
• Choix des polymères

1. Excellentes propriétés barrière
2. Bonne résistance mécanique
3. Peu polluants

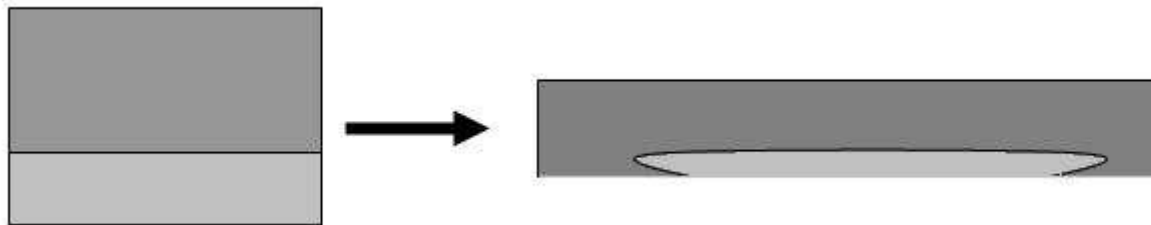
Contexte:

Défauts rencontrés lors du procédé

- Mauvaise répartition du débit

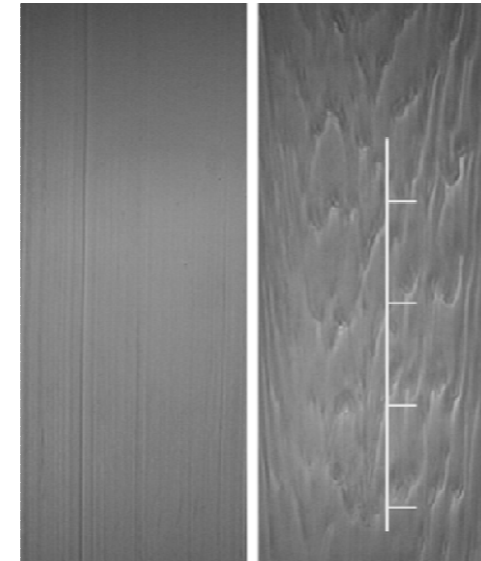
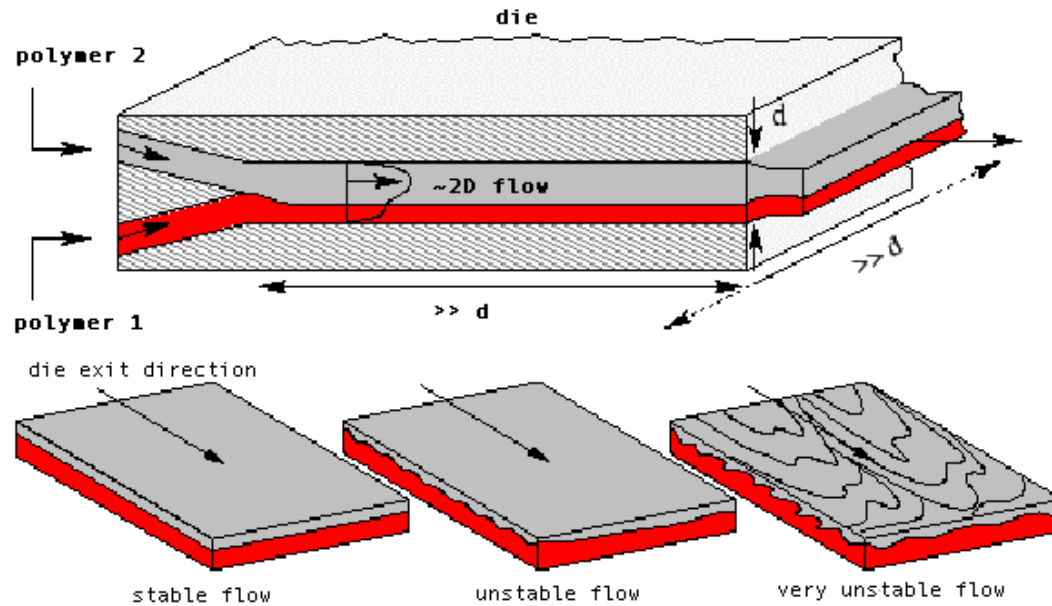


- Phénomène d'enrobage ou d'encapsulation



- Phénomène d'instabilité interfaciale

Contexte: Problèmes: Instabilités Interfaciales entre les 2 polymères



Stable

Instable

Procédé **instable** dans certaines situations industrielles.

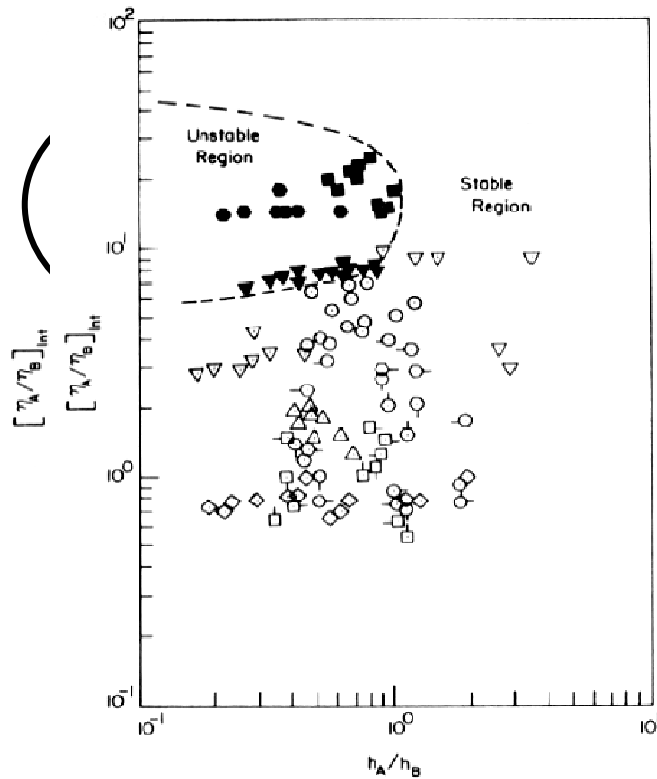
• Conséquences:

- Défauts d'aspect
- Résistance mécanique moindre

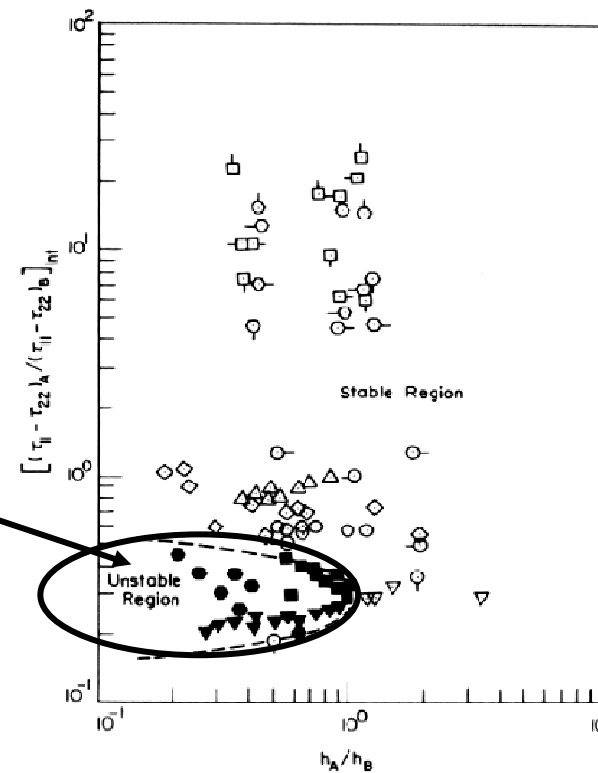


Études bibliographiques: Les conditions d'apparition des défauts

• Han [1978]:



configurations stables



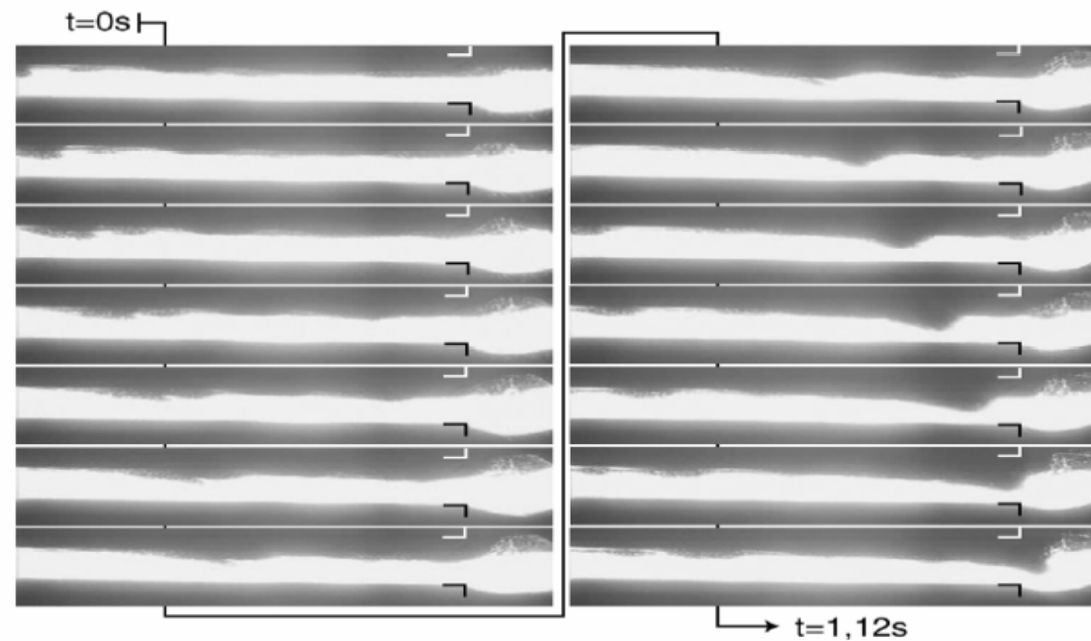
les différents symboles représentent chacun des couples A-B utilisés

Instabilités quand la couche la plus fine est :

1. la plus visqueuse
2. la moins élastique

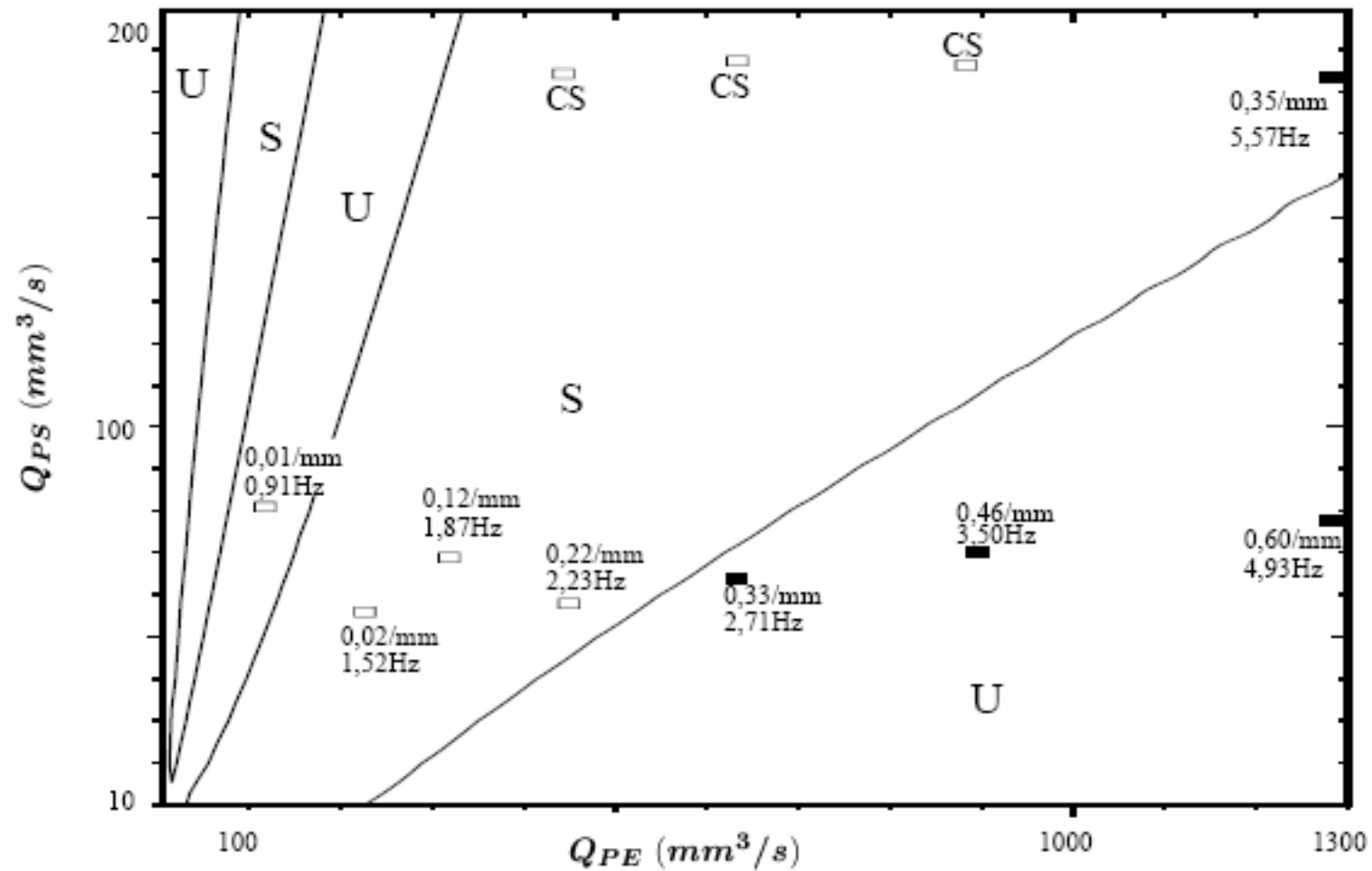
Études bibliographiques: Caractère convectif de l'instabilité

- Wilson and Khomami (1992)
- Filière transparente [R.Valette, 2001]



Les instabilités sont de nature convective

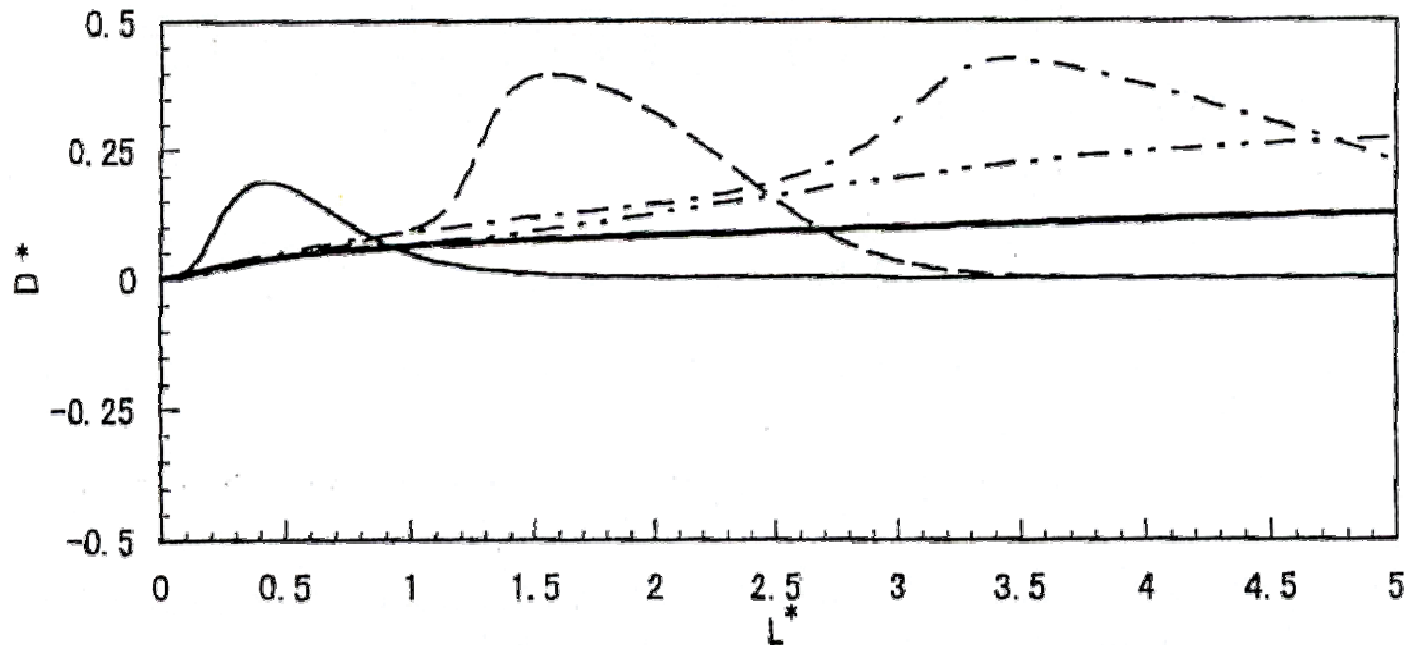
Études bibliographiques: Stabilité convective: taux d'amplification [R. Valette04]



Études bibliographiques: Simulation directe de l'instabilité (H.Yamaguchi 2004)

- Premier fluide Newtonien et deuxième fluide viscoélastique

$$L^* = \frac{L}{d} \quad D^* = \frac{D_L}{d}$$



(b) $Re_I = Re^*_I = 1, De_{II} = 0.1$

—	0.00107sec,	- - -	0.00447sec
- . - .	0.0108sec,	· · · ·	0.0203sec
— — —	0.229sec		

Études bibliographiques:

Conclusion

- **Instabilité de nature convective**
- **Taux d'amplification spatial**
- **Simulation directe**

Phénomènes qui gouvernent les instabilités

- **Le rapport de viscosité**
- **Le rapport d'élasticité**
- **Les conditions relatives de débit**
- **Les températures des polymères et de la filière**

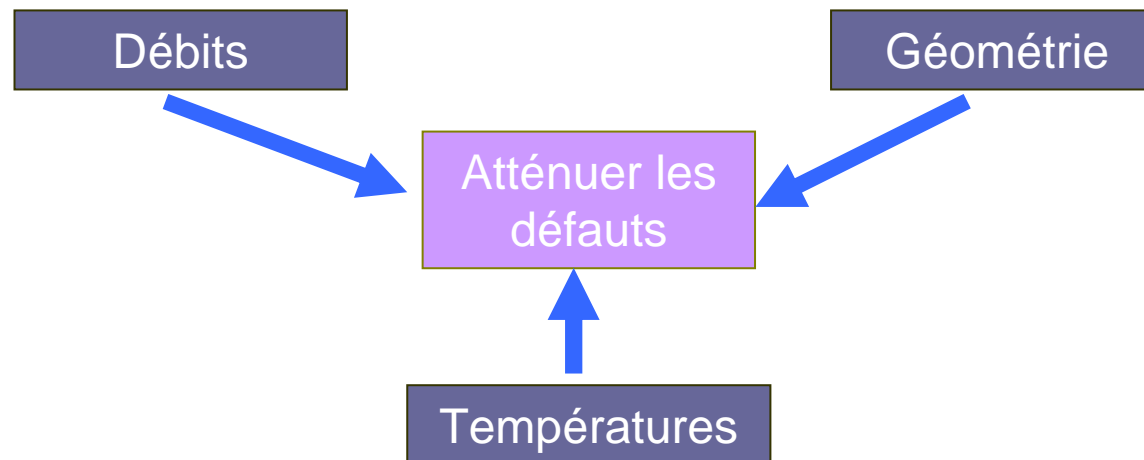
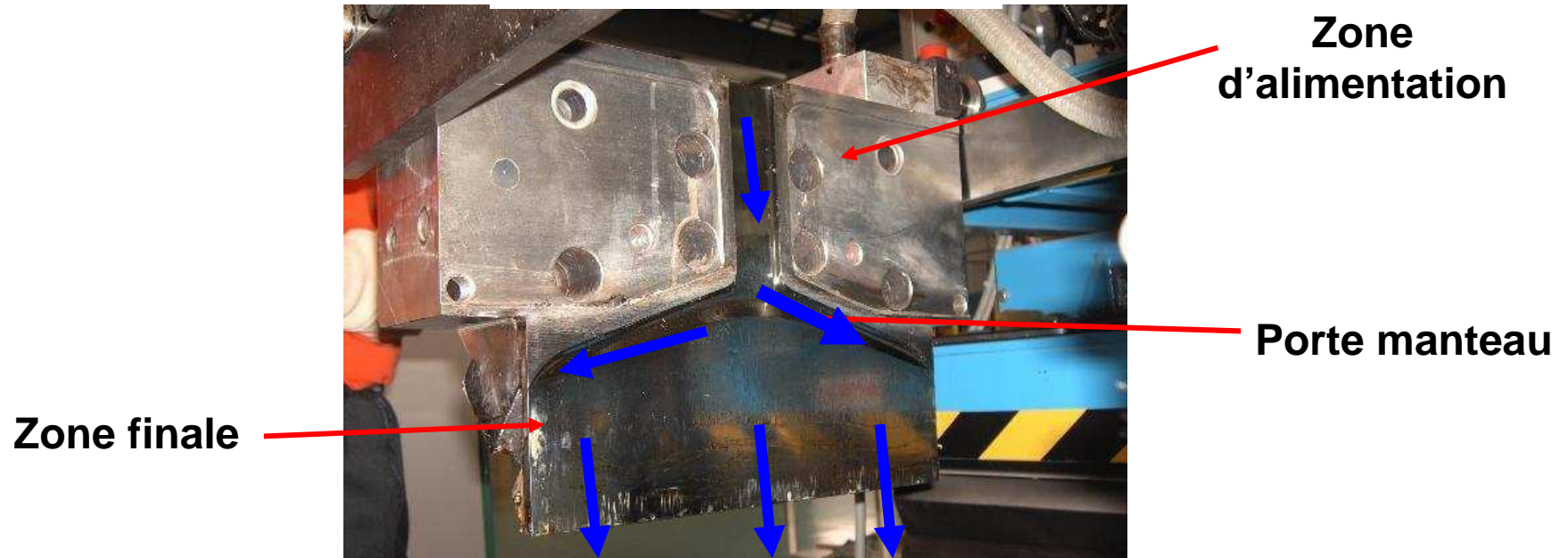
Plan

- 1. Etude du procédé de coextrusion**
- 2. Calculs visqueux**
- 3. Calculs viscoélastiques**
- 4. Influence des paramètres du procédé**

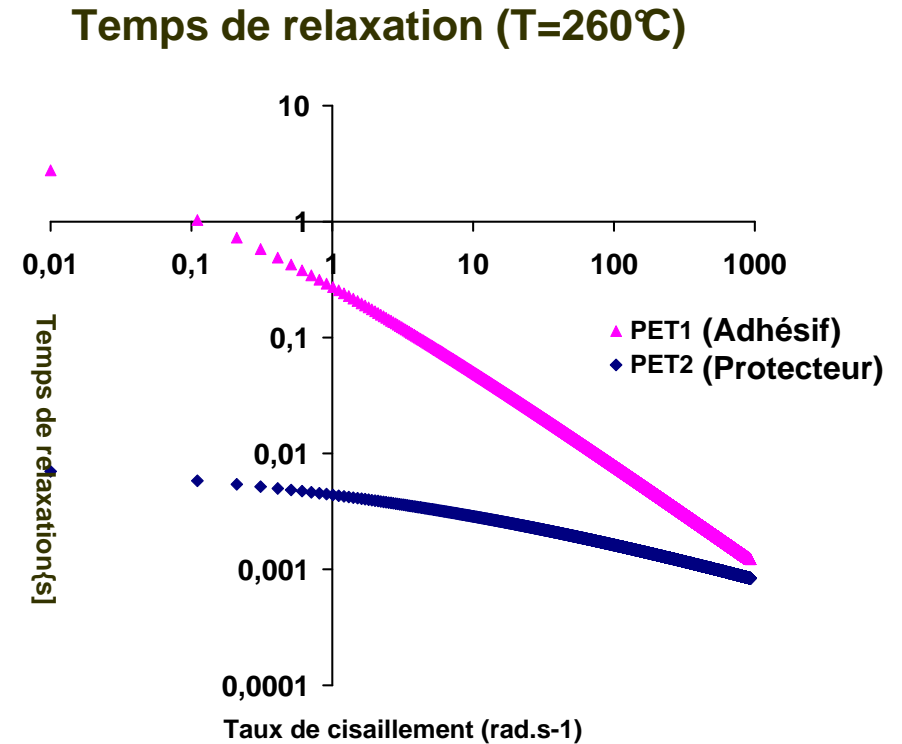
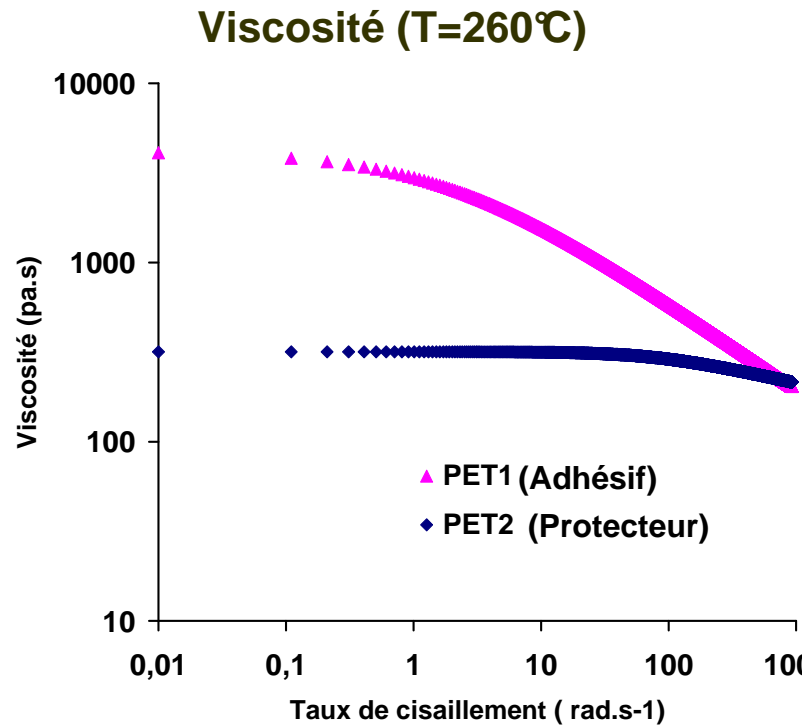
Plan

- 1. Etude du procédé de coextrusion**
 - a. Géométrie de la filière**
 - b. Rhéologie des Polyesters étudiés**
 - c. Calcul 3D monocouche**
 - d. Calcul de la position d'interface**
- 2. Calculs visqueux**
- 3. Calculs viscoélastiques**
- 4. Influences des paramètres procédé**

Objectif: Modéliser les instabilités dans le procédé de coextrusion



Rhéologie des polyesters choisis



- PET1: Viscoélastique (E=47 KJ/mol)
- PET2: Newtonien ($\eta_0=578$ Pa.s et E=66KJ/mol)

Modèle viscoélastique

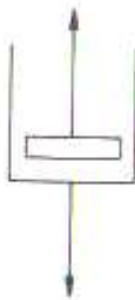
Comportement élastique

$$\tau = G\gamma$$



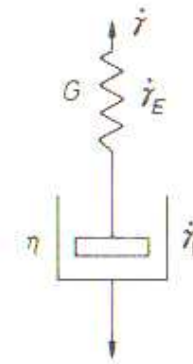
Comportement visqueux

$$\tau = \eta\dot{\gamma}$$



Comportement visco-élastique

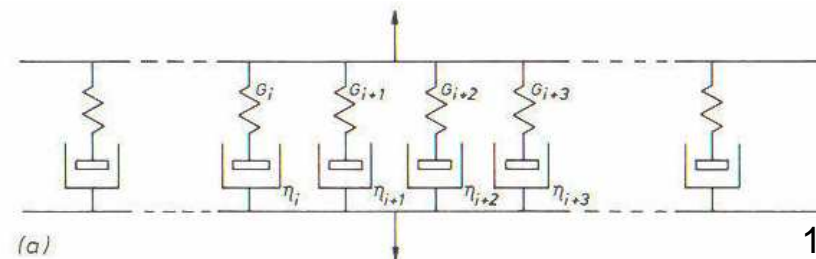
Maxwell



$$\tau + \lambda \dot{\tau} = \eta \dot{\gamma}$$

$$\lambda = \eta/G$$

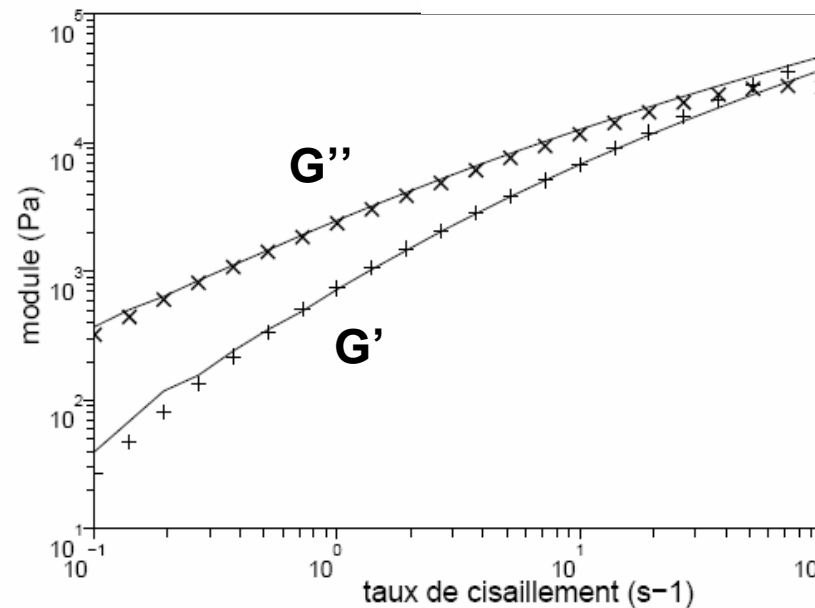
Multi-Maxwell



(a)

Détermination des paramètres loi de comportement multi-Maxwell Polyester PET1

$$G'(\omega) = \sum \frac{\eta_i \lambda_i \omega^2}{1 + \lambda_i^2 \omega^2} \quad G''(\omega) = \sum \frac{\eta_i \omega}{1 + \lambda_i^2 \omega^2}$$



λ_i (s)	0.0366	0.1408	0.5148	1.8428	5.4390	20.371
η_i (Pa.s-1)	457.6	614.97	770.55	681.61	202	25.22

Tenseur des extra-contraintes Modèle Multi-maxwell

- Définition**

$$\tau_i + \lambda_i \left(\left(1 - \frac{a}{2}\right) \frac{\delta \tau_i}{\delta t} + \frac{a}{2} \frac{D \tau_i}{Dt} \right) = 2\eta_i(\dot{\epsilon})$$

Dérivée doublement contravariante

Dérivée doublement covariante

Si $a=0$ on identifie la loi d'Oldroyd-B

$$\tau + \lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial t} + U \cdot \nabla \tau - (\nabla U \cdot \tau + \tau \cdot {}^t \nabla U) \right) = \eta (\nabla U + {}^t \nabla U)$$

$$We \approx 10^0 \gg Re \approx 10^{-5}$$

Détermination des paramètres loi de comportement multi-Maxwell Polyester PET1

• Identification des paramètres

$$G' \text{ et } G'' \xleftarrow{\text{Rhios}} (\eta_i, \lambda_i)_{i=1,n}$$

$$\hat{\eta} = \sum_i \frac{\eta_i}{1 + a(2-a)(\lambda_i \gamma)^2}$$

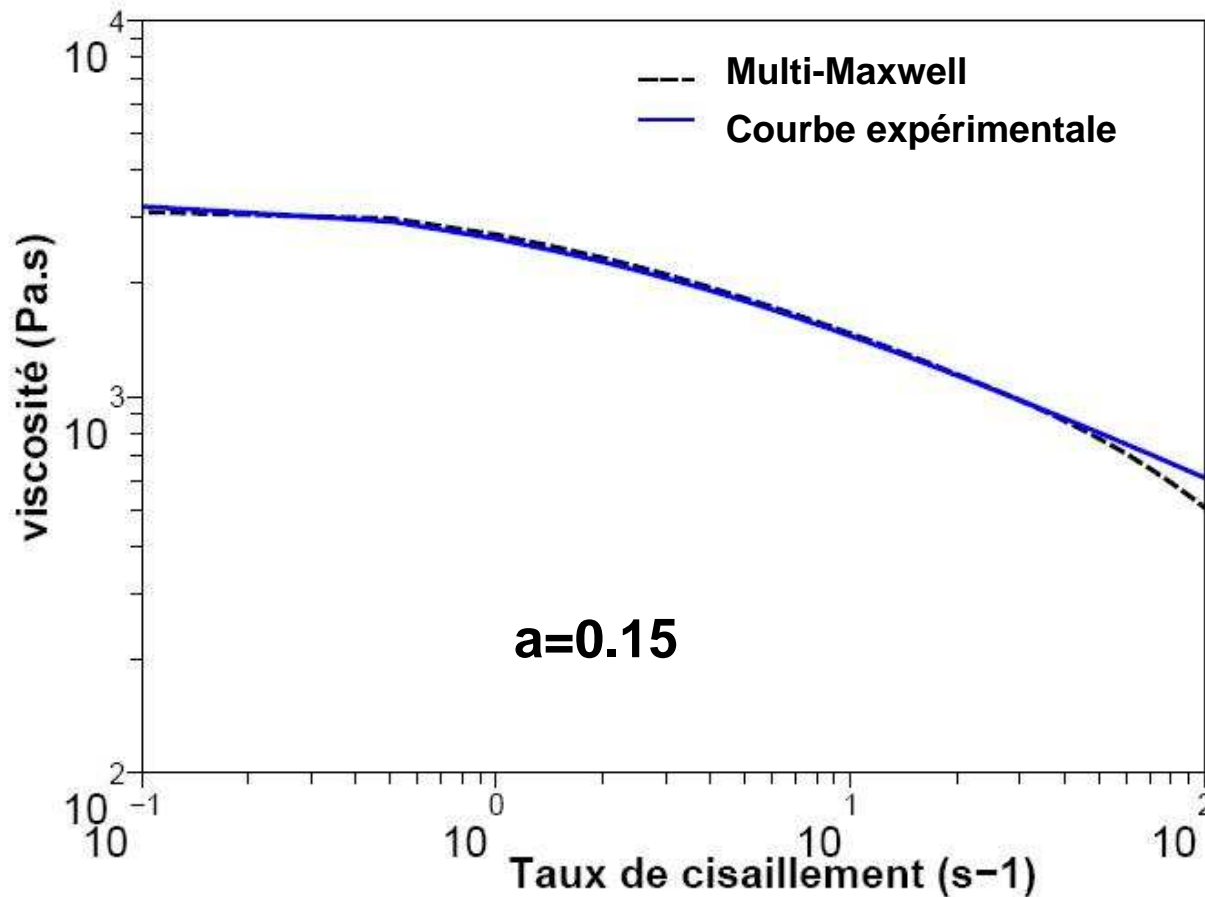
Avec:

$$\bar{\eta} = \eta_s + \sum_i \frac{\eta_i}{1 + a(2-a)(\lambda_i \gamma)^2}$$

$$\eta_s = \sum_i \eta_i / 8$$

Ajustement de a : Courbe de viscosité équivalente à la courbe de viscosité expérimentale

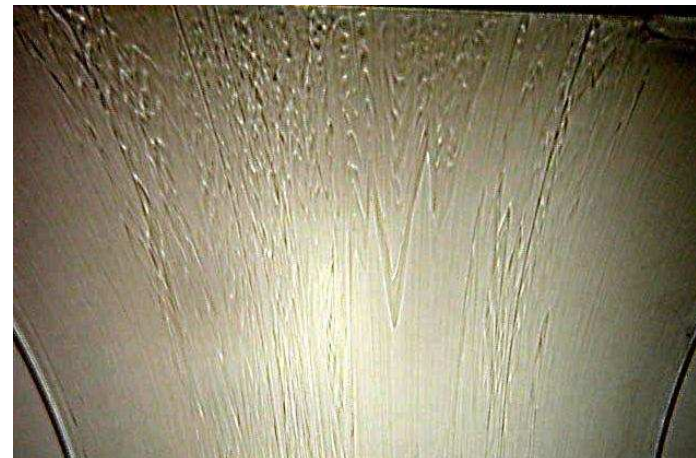
Détermination des paramètres loi de comportement multi-Maxwell PET1



On peut prendre en compte l'effet rhéofluidifiant du polyester PET1

Exemples de conditions expérimentales (Arcelor-Mittal)

cas	PET1 Vit. vis B25 (tr/min)	PET2 Vit. vis B30 (tr/min)	
1	20	90	Instable
2	50	25	stable
3	50	50	stable
4	50	90	Instable



Solveur Mécanique (Rem3d®)

REM3D® est basé sur la technique des éléments finis volumiques en 3D, dédié à la simulation de l'injection, de l'extrusion et de la coextrusion plastique.

- **Navier –Stokes + incompressibilité :**

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \sigma = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) \\ \nabla u = 0 \end{array} \right. \quad \text{où} \quad \sigma = -pI + 2\eta \varepsilon(u)$$

Calcul viscoélastique

$$-\nabla p + \nabla \tau_s = -\nabla \tau_p + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right)$$

- **Lois rhéologiques thermodépendantes :**

1. Purement visqueuses (loi puissance, Carreau, Cross)
2. Viscoélastiques (Multimaxwell, Pom-Pom...)

Solveur Thermique (Rem3d®)

- Equation de la chaleur:

$$\rho \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Chaleur massique}}}{c} \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Conductivité} \\ \text{thermique}}}{\kappa} \Delta T + \underbrace{\eta \dot{\gamma}^2}_{\substack{\text{Dissipation visqueuse}}}$$

- Loi d'Arrhenius

$$\eta_0(T) = \eta_0(T_{\text{ref}}) \cdot \exp \left[\frac{\Delta E}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\text{ref}}} \right) \right]$$

Solveur Transport(Rem3d®)

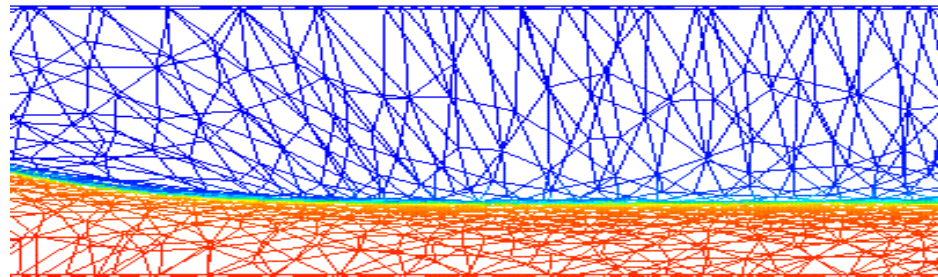
Fonction caractéristique :

$$\mathbb{I}_{\Omega_j}(x, t) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega_j \\ 0 & \text{if } x \notin \Omega_j \end{cases}$$

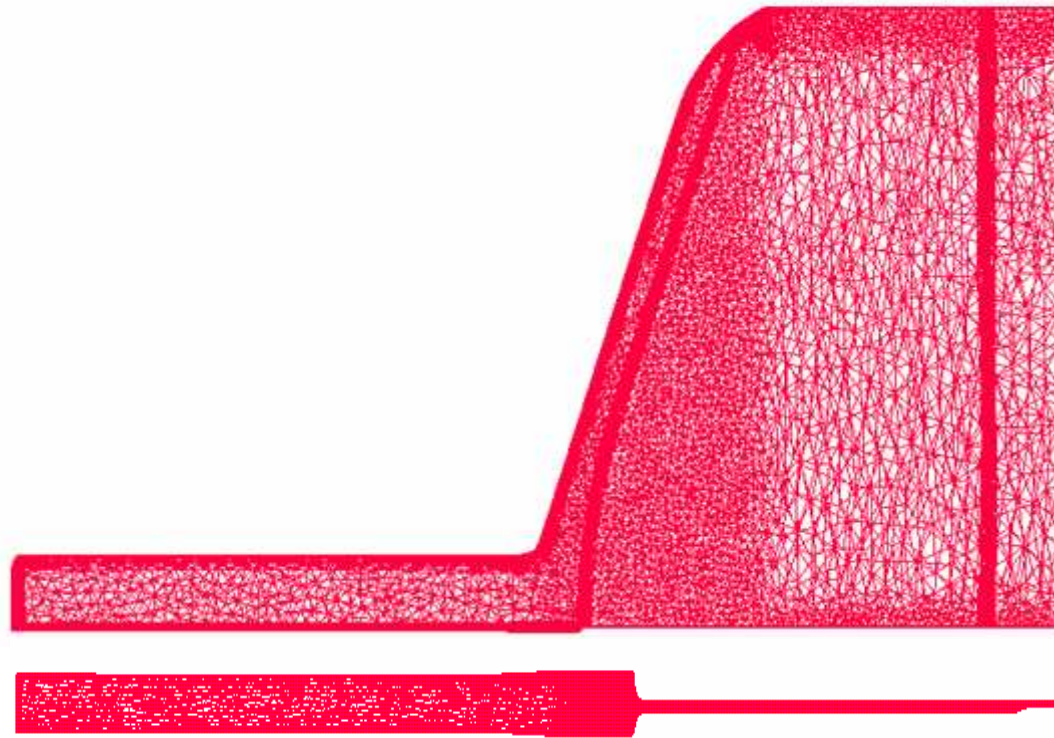
Equation de transport :

$$\frac{\partial \mathbb{I}_{\Omega_j}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbb{I}_{\Omega_j} = 0$$

R-adaptation minimise l'erreur sur Π



Hypothèse de base: les défauts d'interface sont engendrés dans la filière plate



- Maillage anisotrope
- Nombre de nœuds : 55739

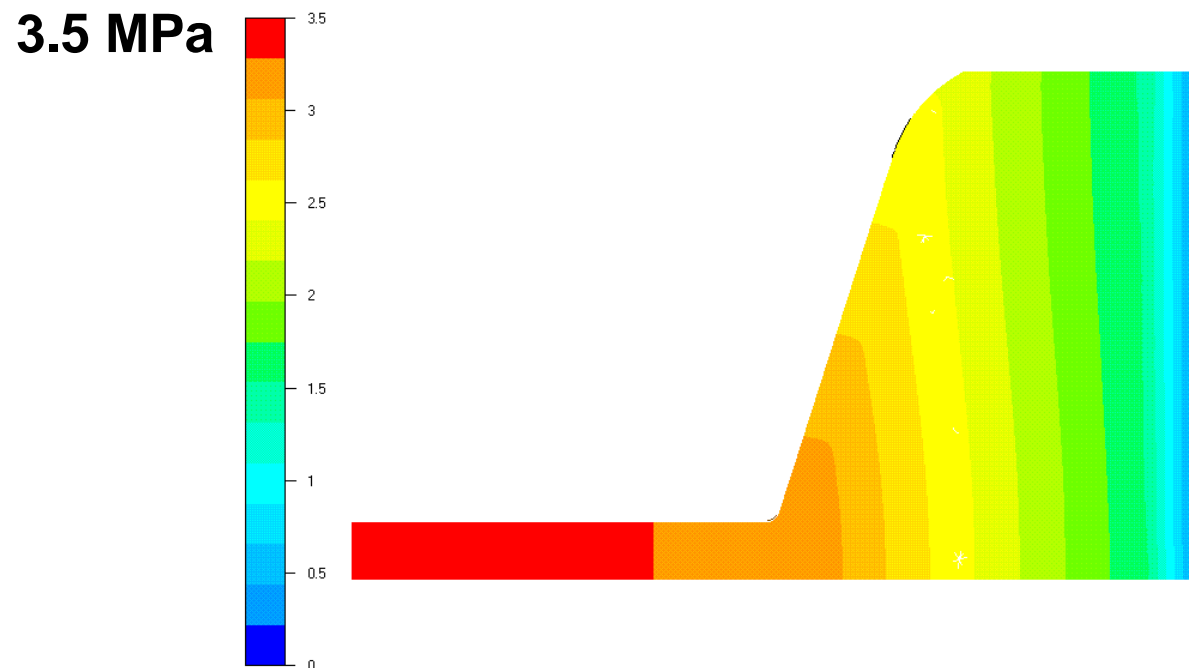
suivant l'épaisseur

1/2 filière

Étude monocouche

Évolution de la pression (Polyester PET1)

- **Conditions:** Débit = 10Kg/h; Températures PET1 = 281°C & Filière = 26 0°C

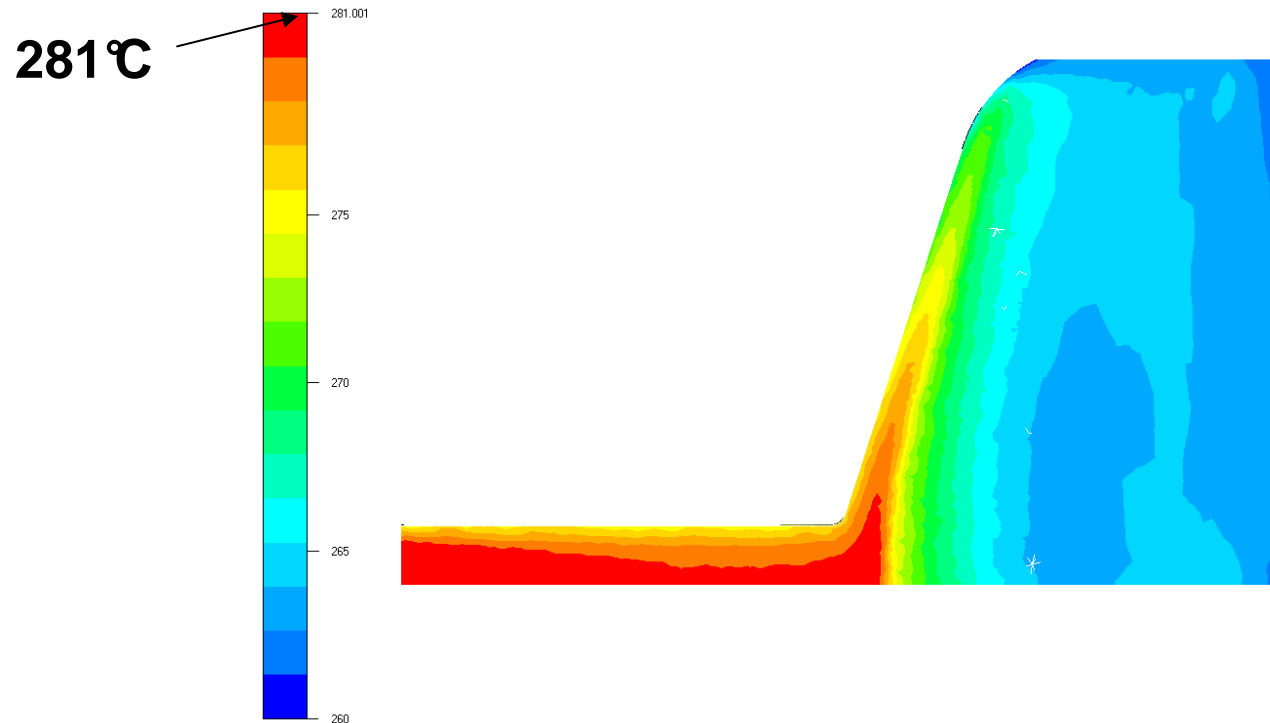


- Pression d'entrée expérimentale 3.4MPa
- Validation des mesures de pression avec les résultats expérimentaux

Étude monocouche

Évolution de la température (Polyester PET1)

- **Conditions:** Débit = 10Kg/h; Températures PET1 = 281°C & Filière = 260°C

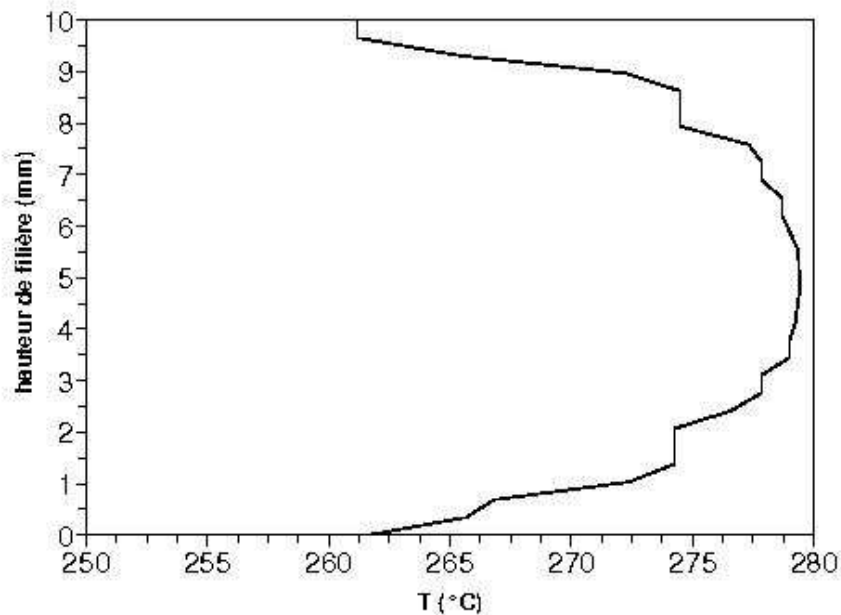


- Température constante dans la zone d'alimentation
- Diminution dans la zone finale
- Température homogène en sortie de filière

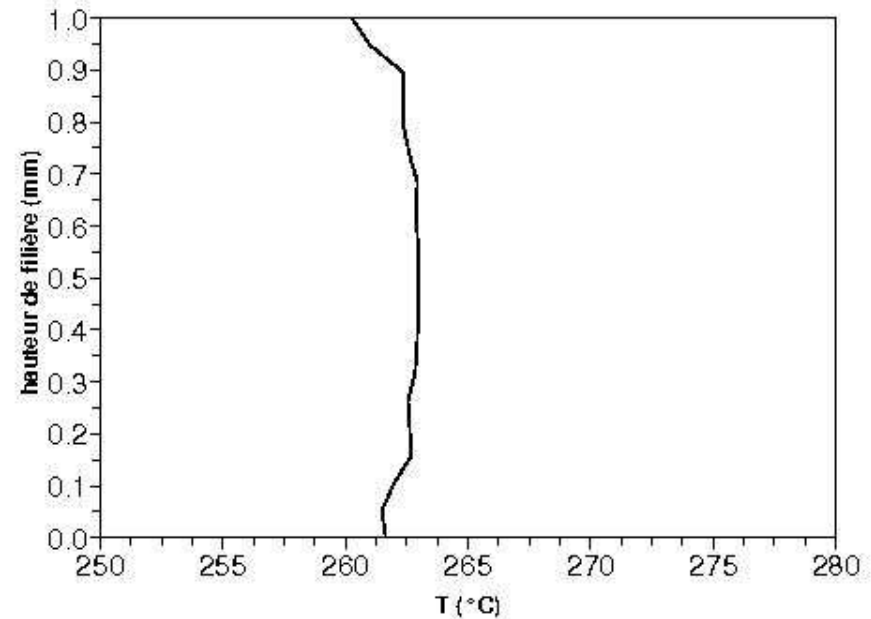
Étude monocouche

Évolution de la température (Polyester PET1)

- **Conditions:** Débit = 10Kg/h; Température PET1 = 281°C & Filière = 260°C



Dans la zone d'alimentation

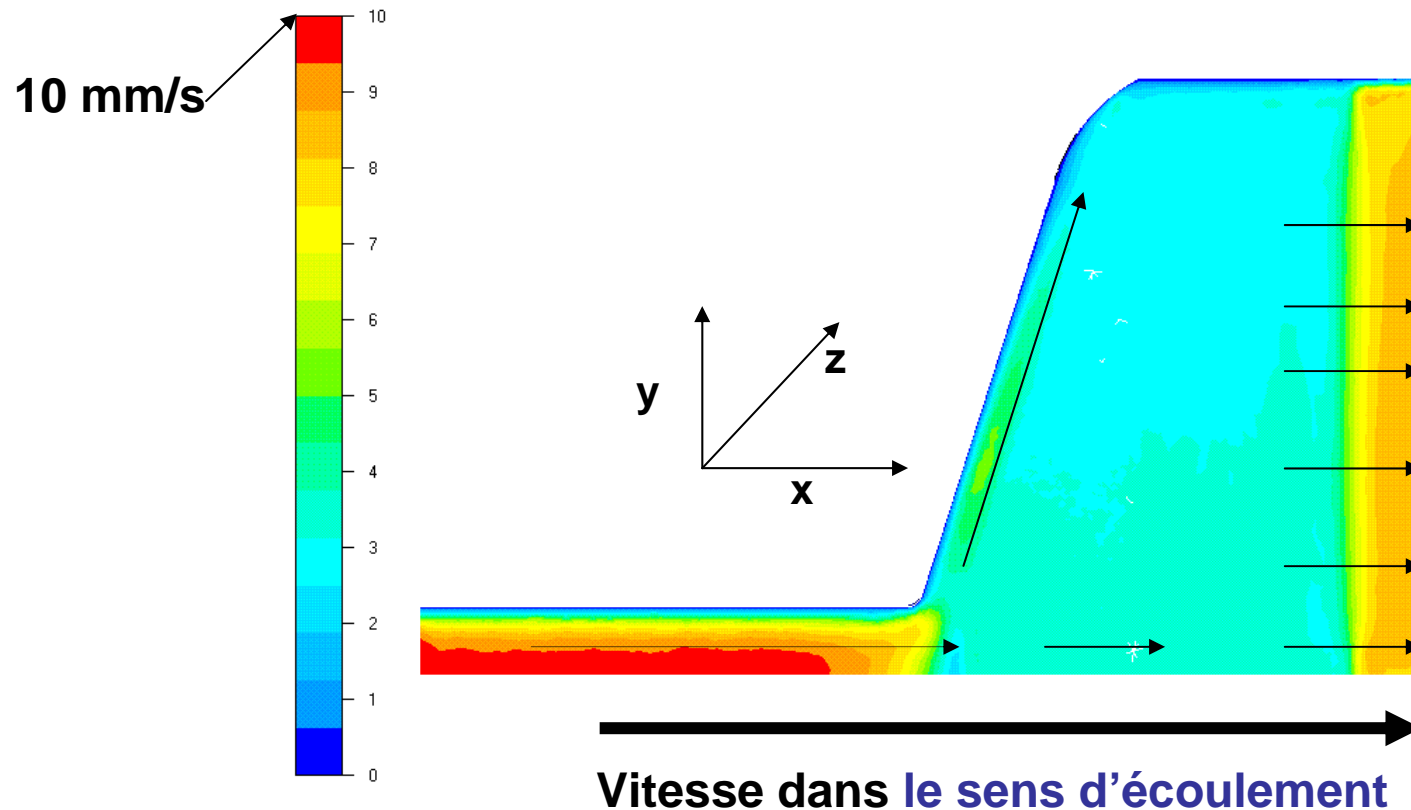


Dans la zone finale, après le convergent

- Gradients de température peu marqués dans l'épaisseur
- La filière tend à imposer sa température au polymère dans la zone finale

Évolution des vitesses (Polyester PET1) : Choix du 2D

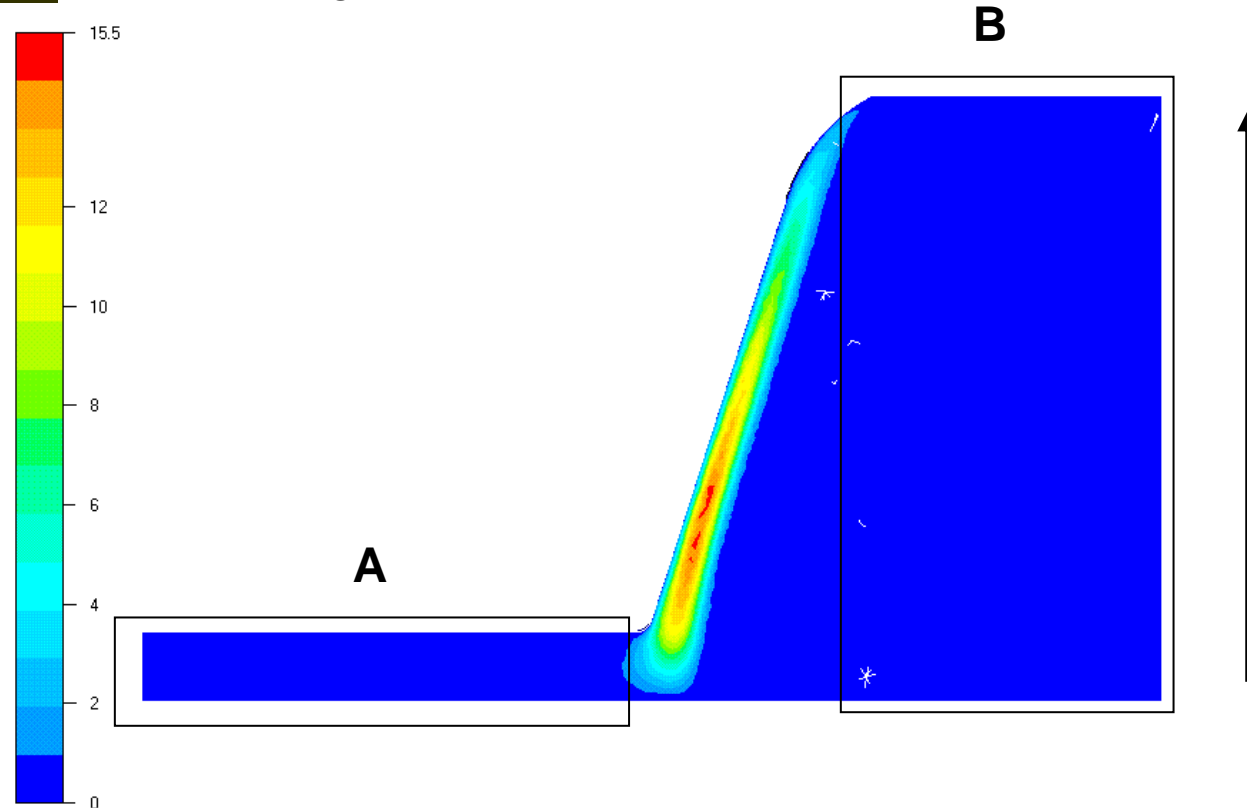
- **Conditions:** Débit = 10Kg/h; Températures PET1 = 281°C & Filière = 260°C



- Vitesse forte en entrée et en sortie de filière
- Vitesse homogène en sortie de filière
- Filière est bien dimensionnée

Évolution des vitesses (Polyester PET1) : Choix du 2D

- **Conditions:** Débit = 10Kg/h; Temperatures PET1 = 281°C & Filière = 260°C



• La zone d'entrée A

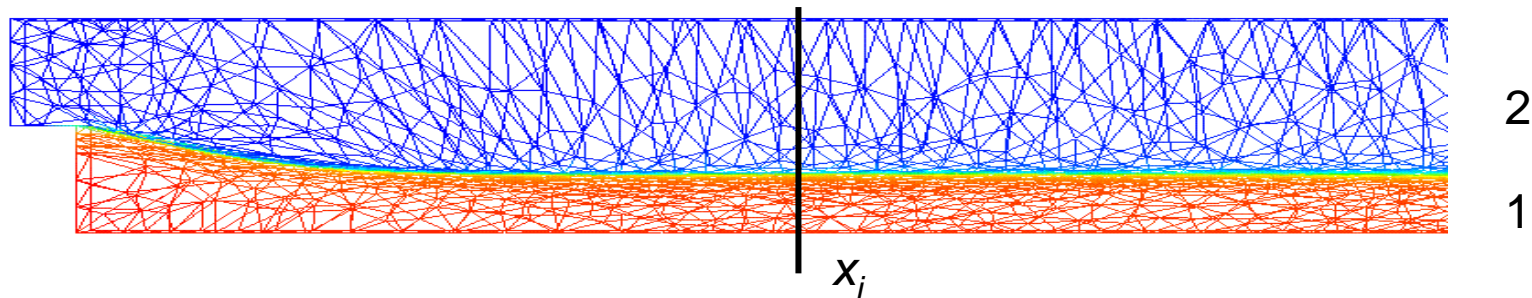
• La zone de sortie B



Écoulement Monodirectionnel

Calcul 2D coextrusion

Objectif: Calculer précisément la position d'interface entre les deux polymères



- **Fonction caractéristique :**

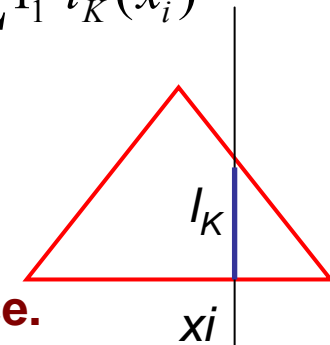
$$\Pi_j(x, t) = \begin{cases} 1 & x \in \Omega_j \\ 0 & x \notin \Omega_j \end{cases}$$

- **Hauteur du fluide 1 :**

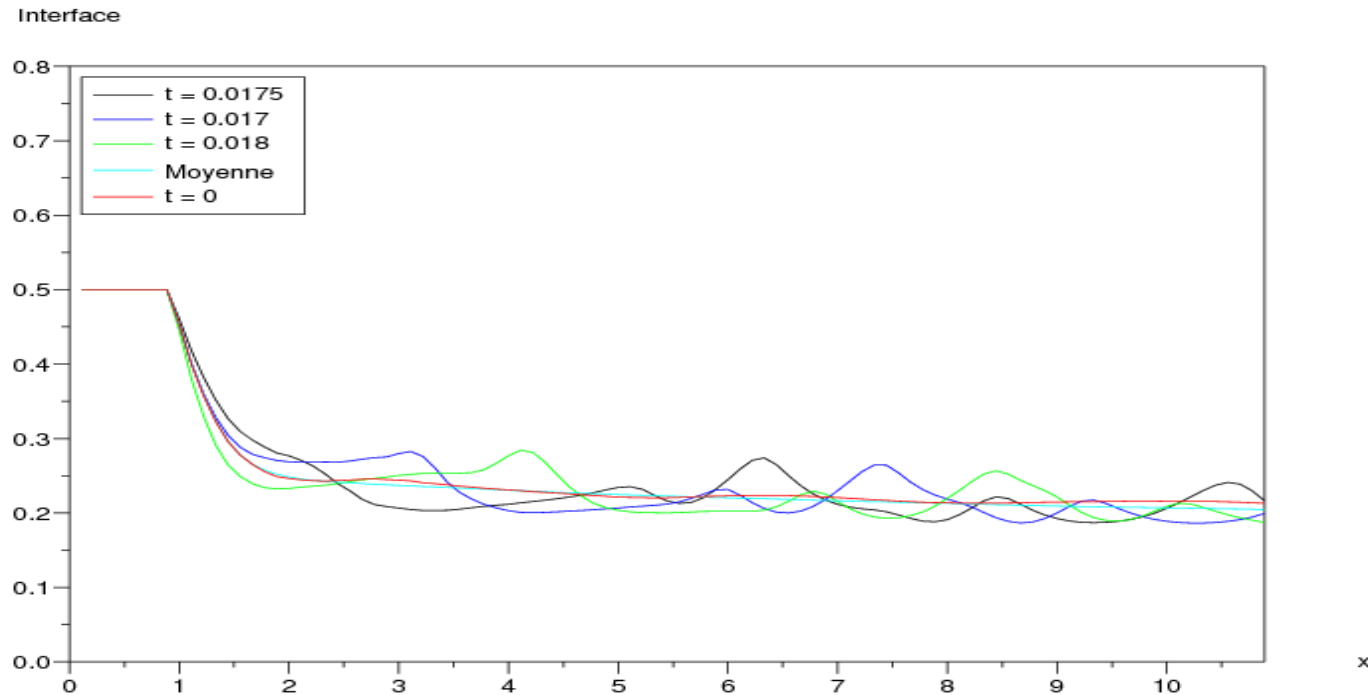
$$h(x_i) = \int 1_1(y, x_i) dy = \sum_K 1_1^K l_K(x_i)$$

- **Calcul de la portion de droite qui appartient à l'élément.**

- **Besoin d'un maillage raffiné au tour de la position d'interface.**



Calcul 2D coextrusion: Calcul Position Interface

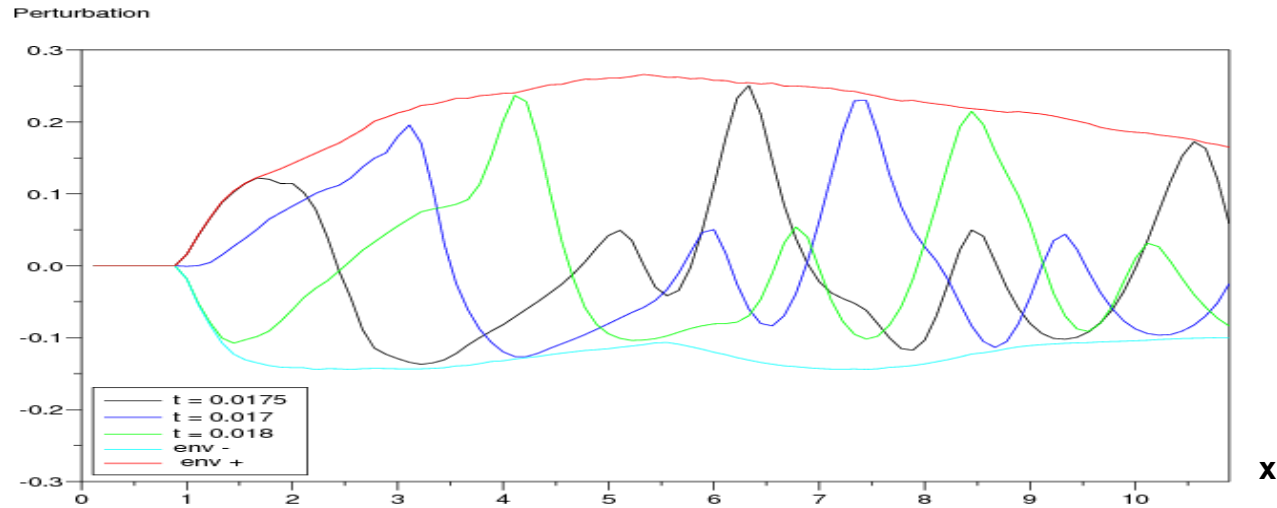


• Evolution de la variation relative de l'interface

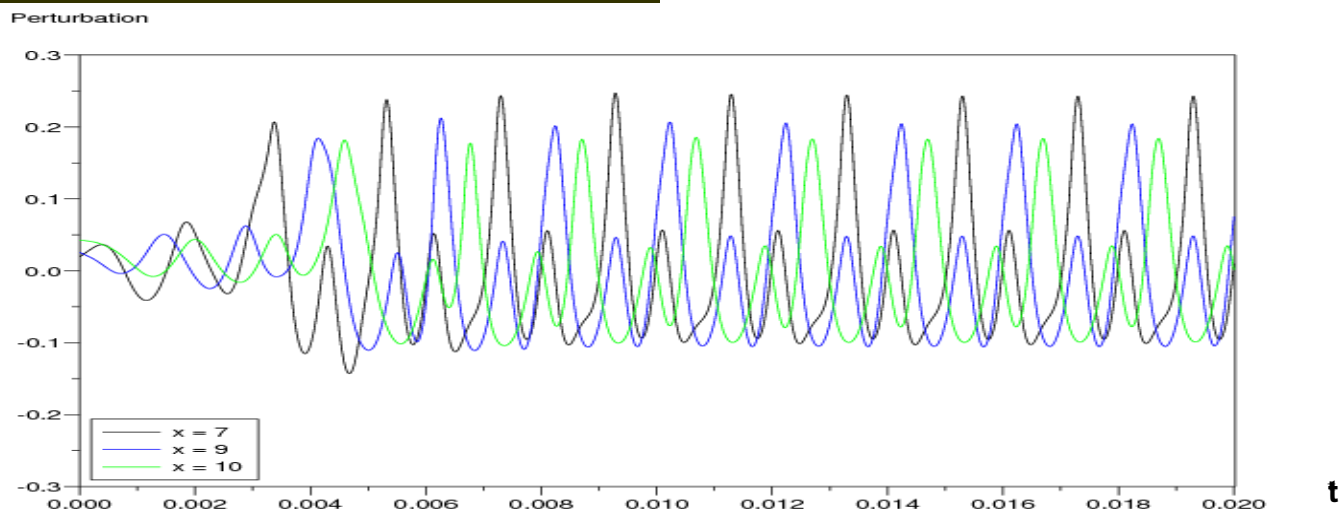
$$\partial h(x_i, t_j) = \frac{h(x_i, t_j) - h_m(x_i)}{h_m(x_i)} \quad \text{avec} \quad h_m(x_i) = \sum_{j=1}^{N_t} h(x_i, t_j) / N_t$$

Calcul 2D coextrusion: Calcul Position Interface

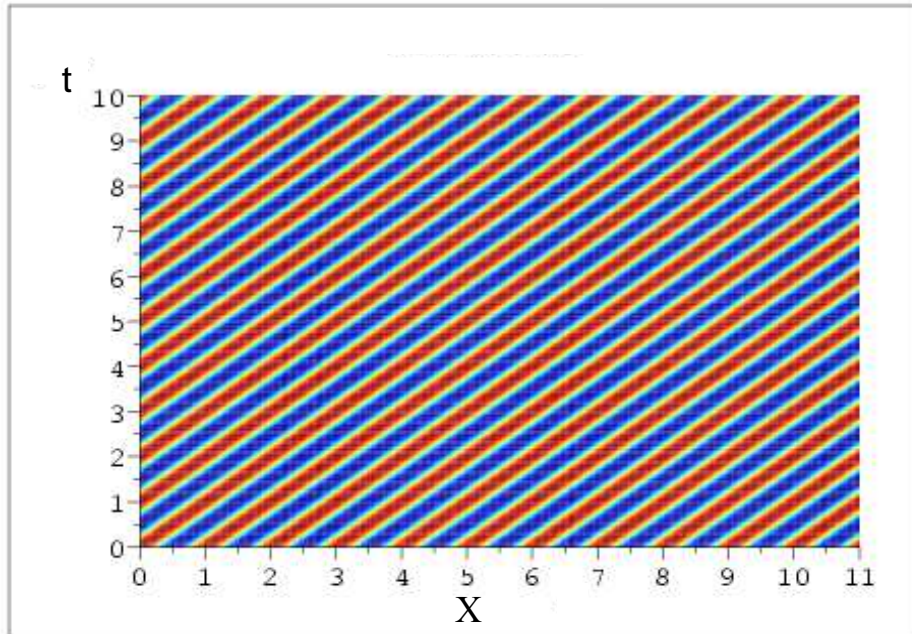
• Evolution spatiale à t fixé



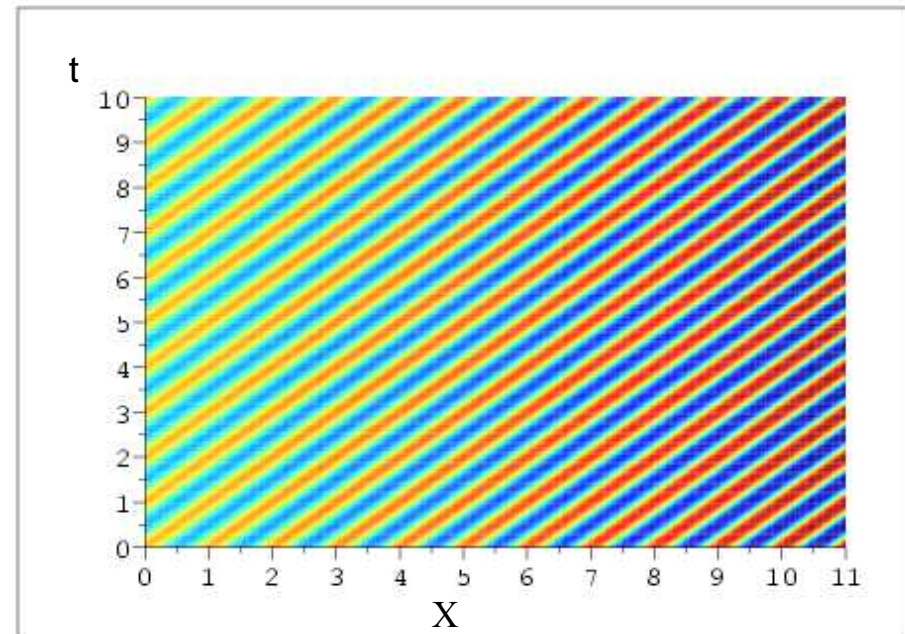
• Evolution temporelle à x fixé



Calcul 2D coextrusion: Calcul Position Interface



Onde progressive
 $h(x,t) = \cos(kx - \omega t)$



Onde progressive et amplification spatiale
 $h(x,t) = \exp(\beta x) \cos(kx - \omega t)$

+

FFT (Transformé de Fourier inverse) pour calculer la longueur d'onde

Plan

1. Etude du procédé de coextrusion

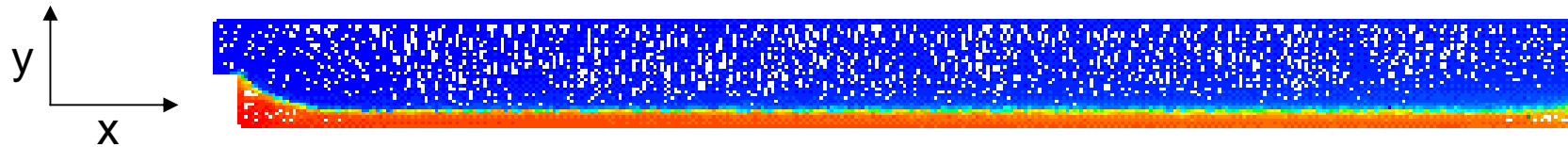
2. Calculs visqueux

1. Calculs viscoélastiques

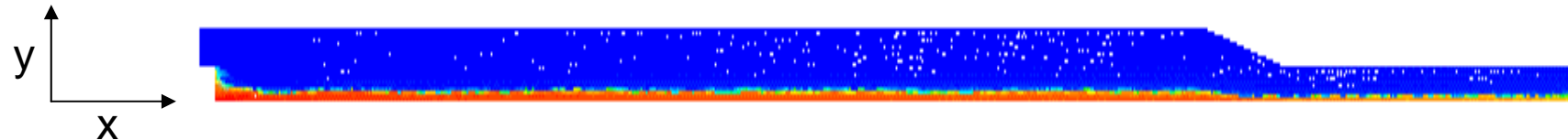
2. Influences des paramètres du procédé

Calcul isotherme sans forçage

Zone A:



Zone B:



- **Forçage périodique:** On perturbe le débit de la première couche

$$Q = Q_0 \left(1 + A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} t\right) \right)$$

$$Re \approx 10^{-5}$$

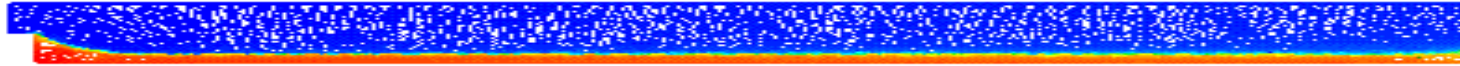
Exemples de conditions expérimentales (Arcelor-Mittal)

cas	PET1 Vit. vis B25 (tr/min)	PET2 Vit. vis B30 (tr/min)	
1	20	90	Instable
2	50	25	stable
3	50	50	stable
4	50	90	Instable

Fréquence de forçage:

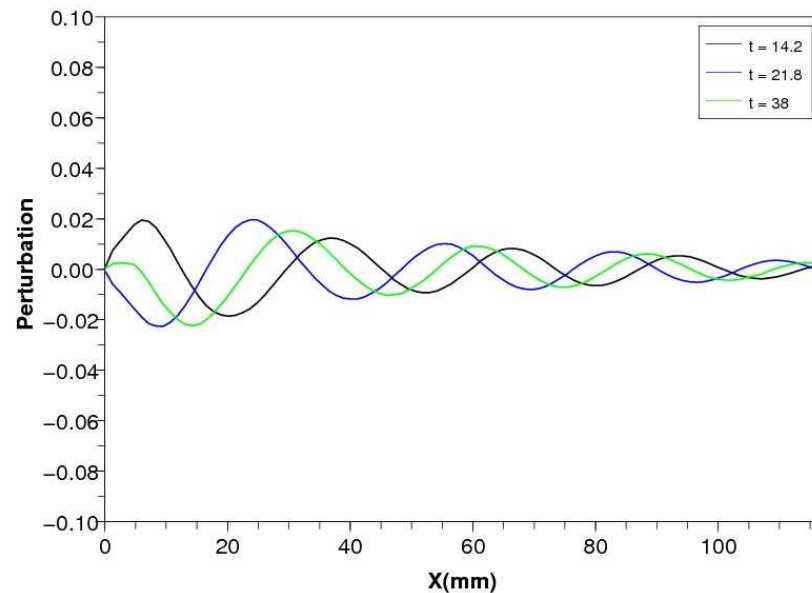
- 0.5 Hz (30 tr/min)

Modélisation des deux cas réputés instables en Zone A

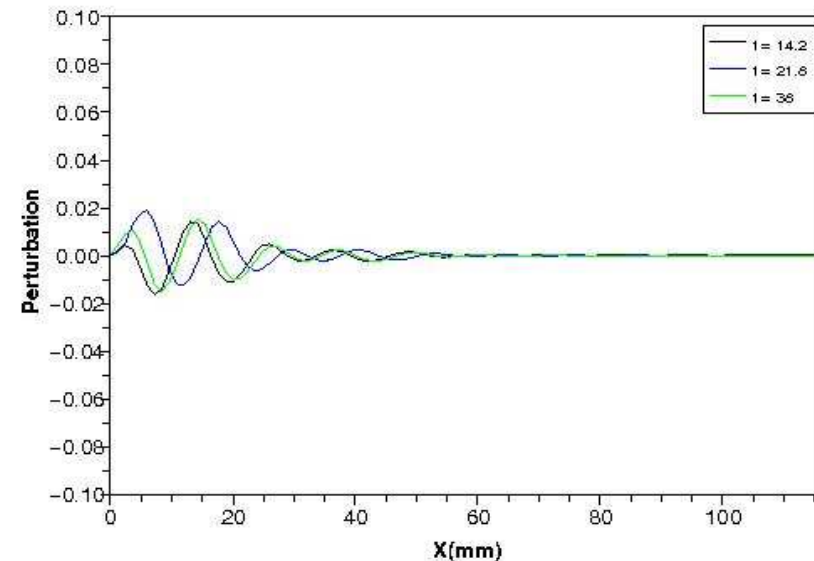


• Périodicité spatiale:

$$h_{rela} = (h - h_{moy}) / h_{moy}$$



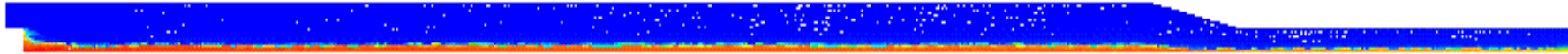
Cas 1



Cas 4

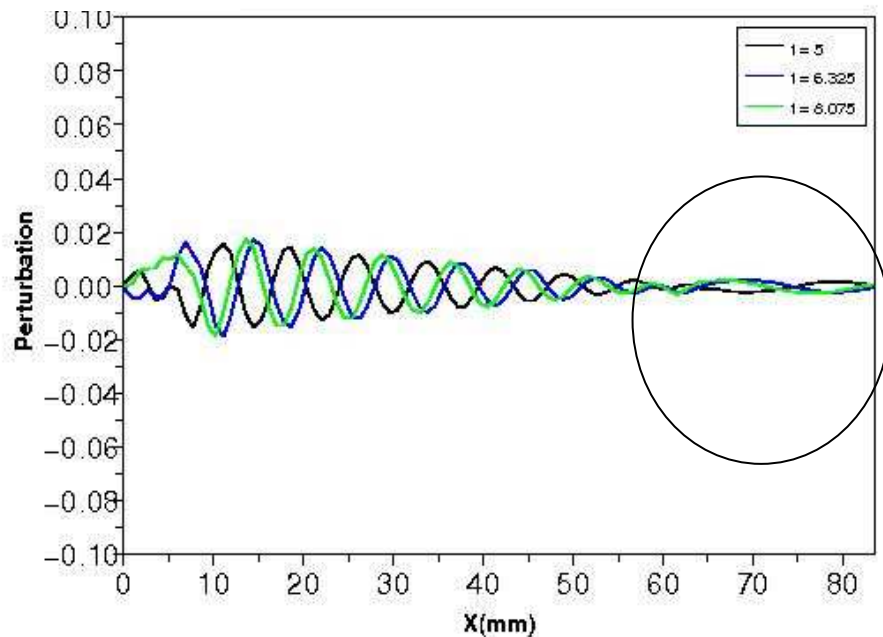
- La perturbation crée un défaut sous forme d'onde progressive
- L'amplitude s'atténue le long de l'écoulement

Modélisation des deux cas réputés instable en Zone B

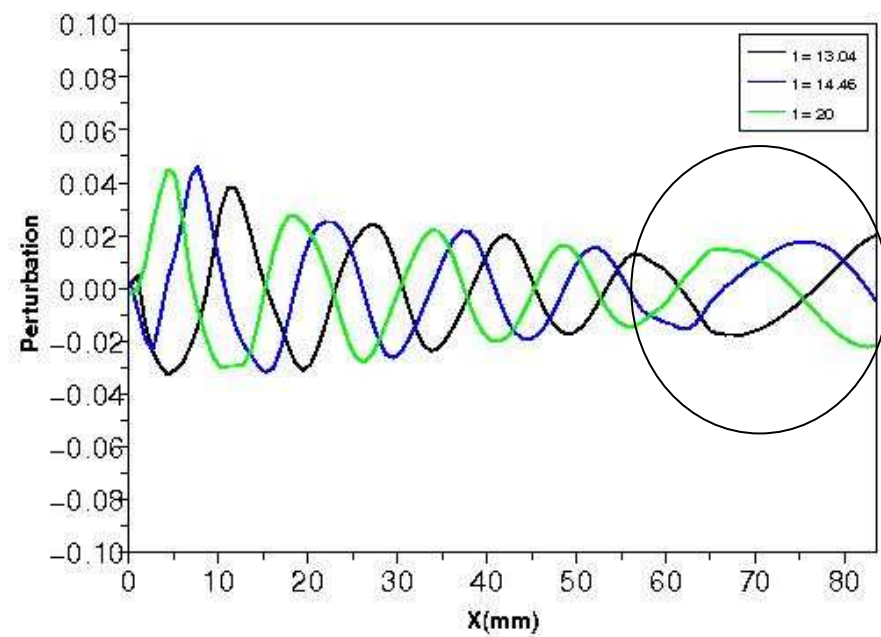


• Périodicité spatiale:

$$h_{rela} = (h - h_{moy}) / h_{moy}$$



Cas 1



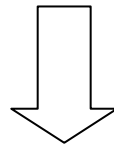
Cas 4

- La perturbation crée un défaut sous forme d'onde progressive
- L'amplitude s'atténue le long de l'écoulement

Conclusion: Calcul purement visqueux

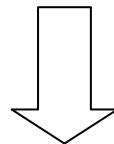
Quelque soit la zone d'étude

- La perturbation engendre une onde progressive le long de la filière
- L'amplitude de la perturbation a tendance à être atténuée



Le moteur de l'instabilité est le nombre de Reynolds

$$Re \ll 1$$



Développement d'un modèle viscoélastique :

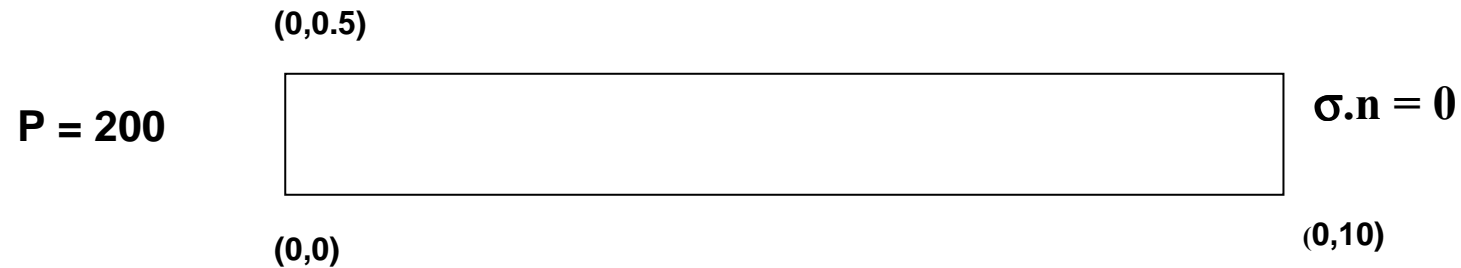
Le moteur de l'instabilité sera le nombre de Weissenberg

$$Re \ll We$$

Plan

1. Modélisation du procédé de coextrusion
2. Calculs visqueux
- 3. Calculs viscoélastiques**
 - a. **Validations**
 - b. **Analyses de stabilité dynamique**
4. Influence des paramètres du procédé

Validation de Rem3D® pour le calcul Viscoélastique



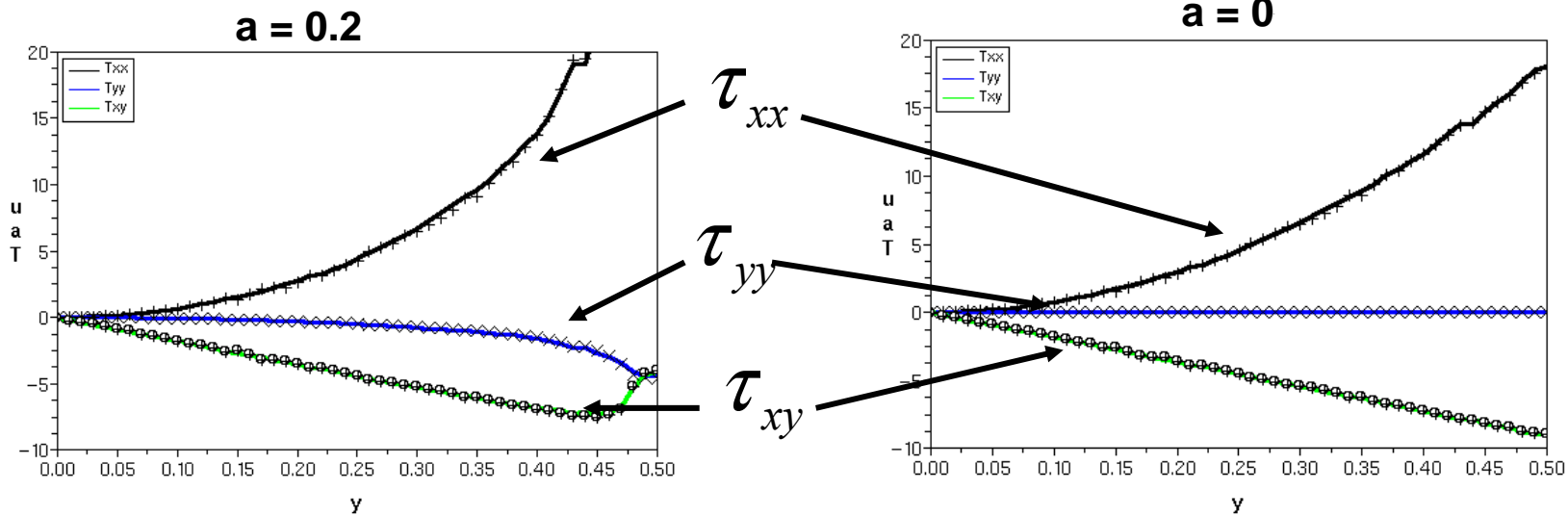
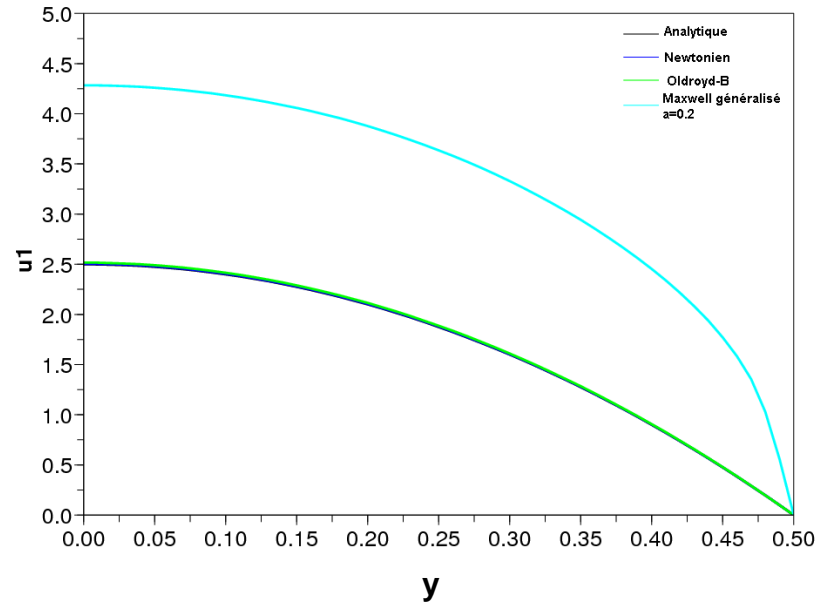
•Calculs :

$$\eta = 1$$

$$\eta_s = 0.1 ; \eta_p = 0.9 ; \lambda = 0.1 ; a = 0$$

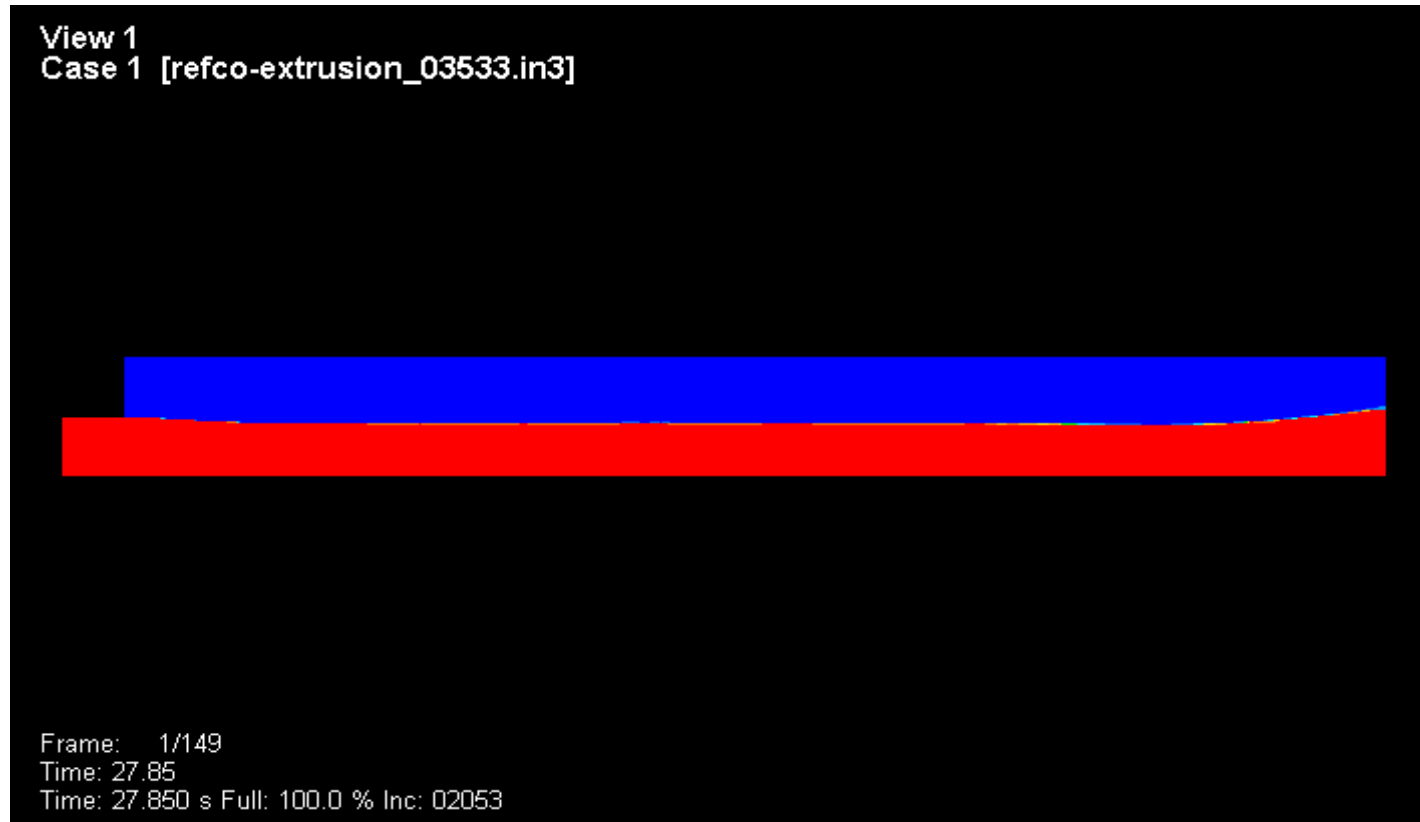
$$\eta_s = 0.1 ; \eta_p = 0.9 ; \lambda = 0.1 ; a = 0.2$$

Validation avec un cas monocouche



Validation avec un cas bicouche

- Conditions non réalistes : $P1 = 2000 \text{ Pa}$; $P2 = 2300 \text{ Pa}$



Le moteur d'instabilité est le nombre Weissenberg

Exemples de conditions expérimentales (rapport Arcelor-Mittal)

cas	PET1 Vit. vis B25 (tr/min)	PET2 Vit. vis B30 (tr/min)	
1	20	90	Instable
2	50	25	stable
3	50	50	stable
4	50	90	Instable

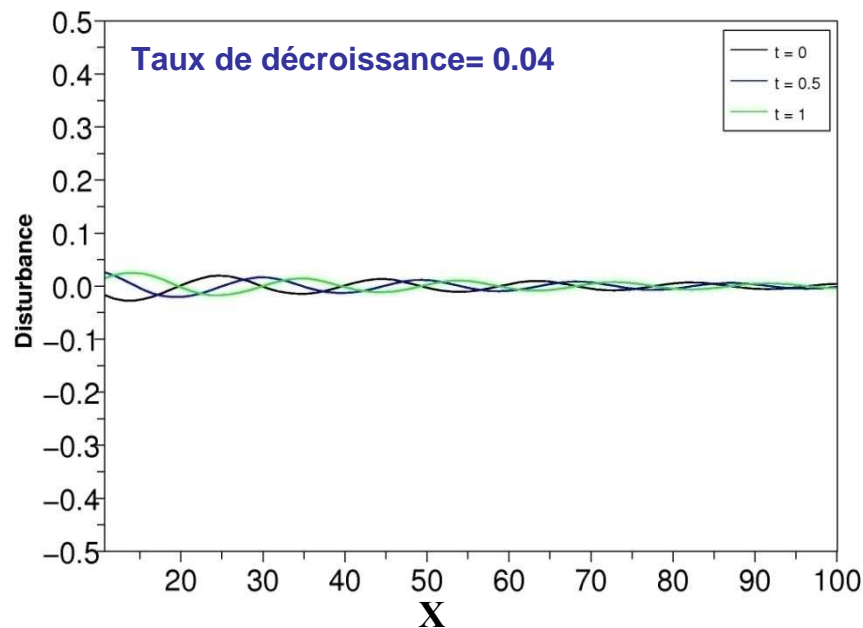
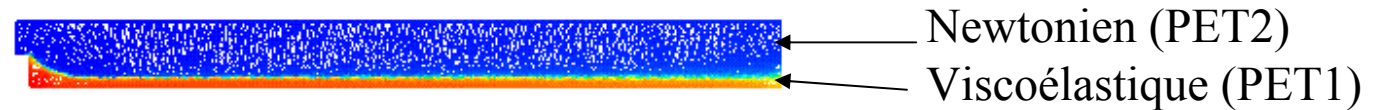
Fréquences de forçage:

- 0.5 Hz (30 tr/min)
- 1 Hz (60 tr/min)

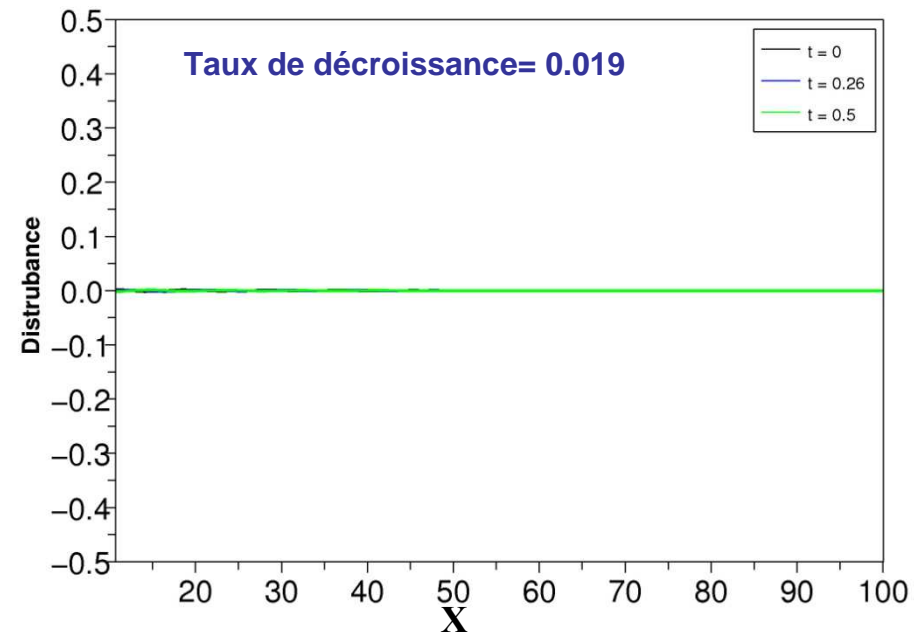
Analyse de stabilité dynamique 2D

Zone d'alimentation de la filière

• **Viscoélastique isotherme:** $h_{rela} = (h - h_{moy}) / h_{moy}$



Fréquence de forçage **0.5 Hz**



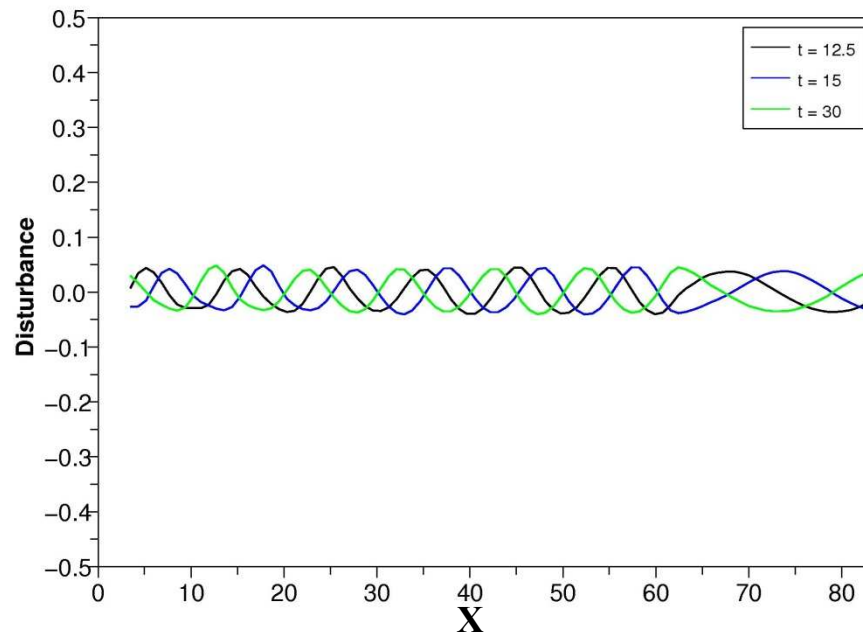
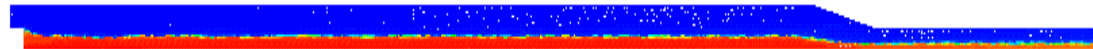
Fréquence de forçage **1 Hz**

Cas 3 (expérimentalement stable)

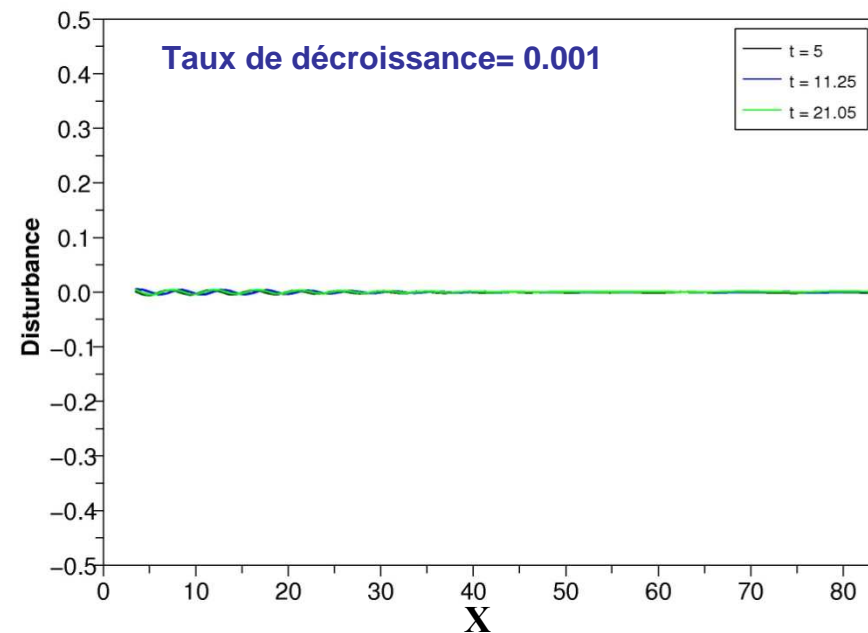
Analyse de stabilité dynamique 2D

Zone finale de la filière

• Viscoélastique isotherme: $h_{rela} = (h - h_{moy}) / h_{moy}$



Fréquence de forçage **0.5 Hz**

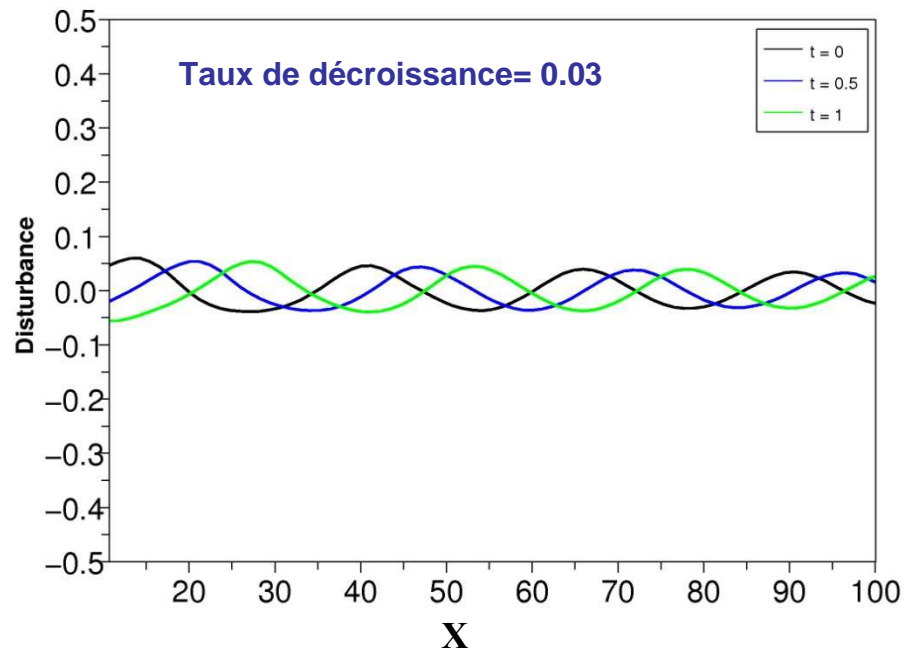
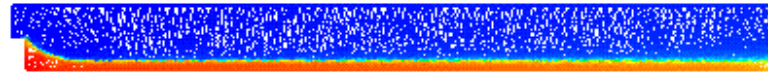


Fréquence de forçage **1 Hz**

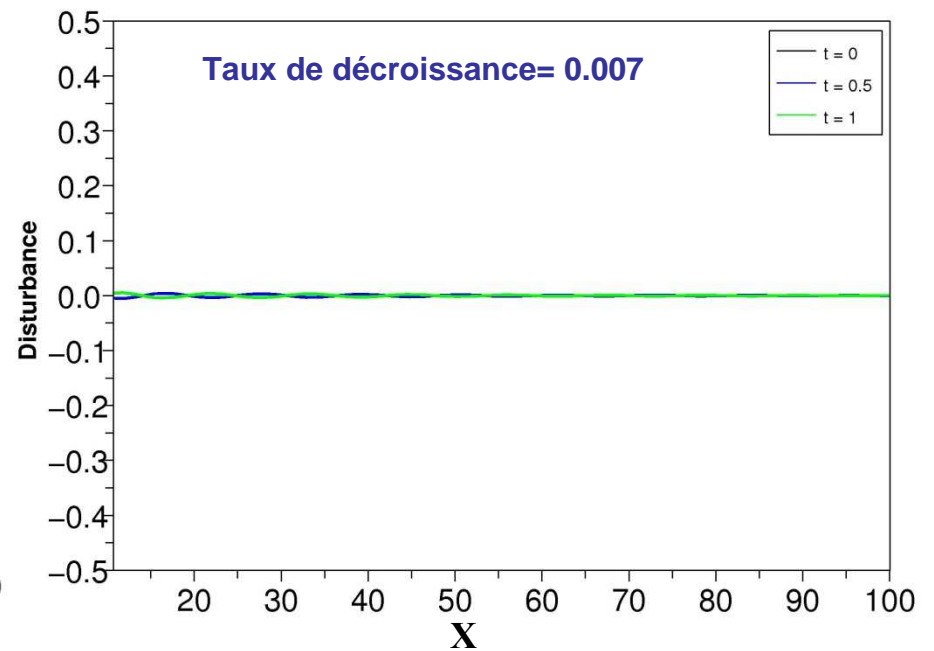
Cas 3 (expérimentalement stable)

Analyse de stabilité dynamique 2D Zone d'alimentation de la filière

• Viscoélastique isotherme: $h_{rela} = (h - h_{moy}) / h_{moy}$



Fréquence de forçage **0.5 Hz**

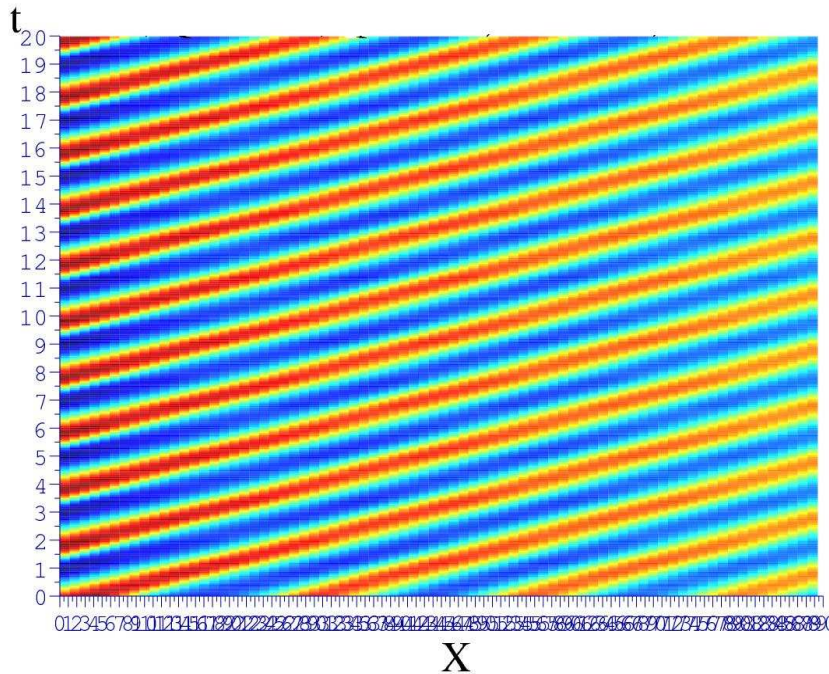


Fréquence de forçage **1 Hz**

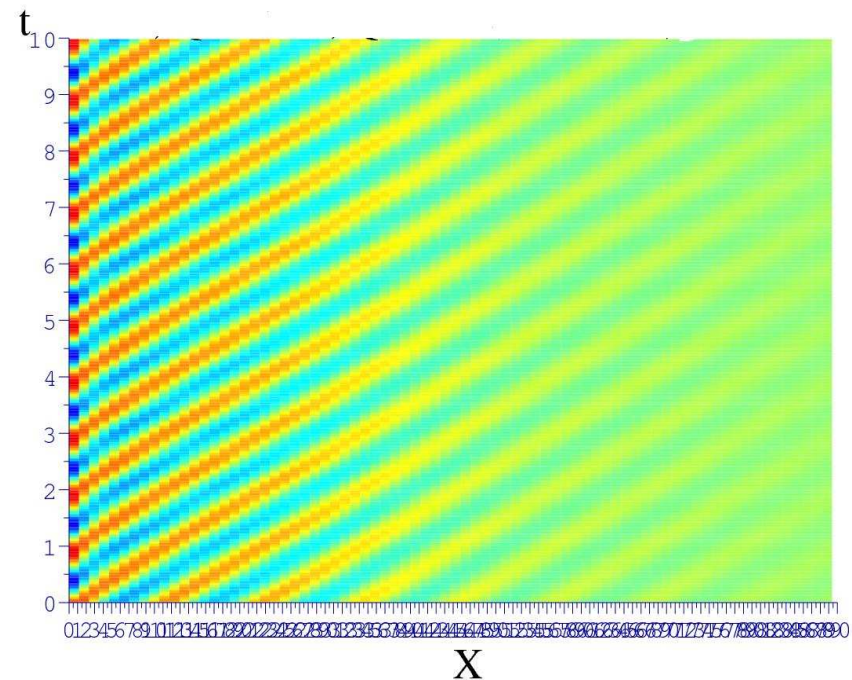
Cas 4 (expérimentalement instable)

Analyse de stabilité dynamique 2D Zone d'alimentation de la filière

• Viscoélastique isotherme:



Fréquence de forçage 0.5 Hz



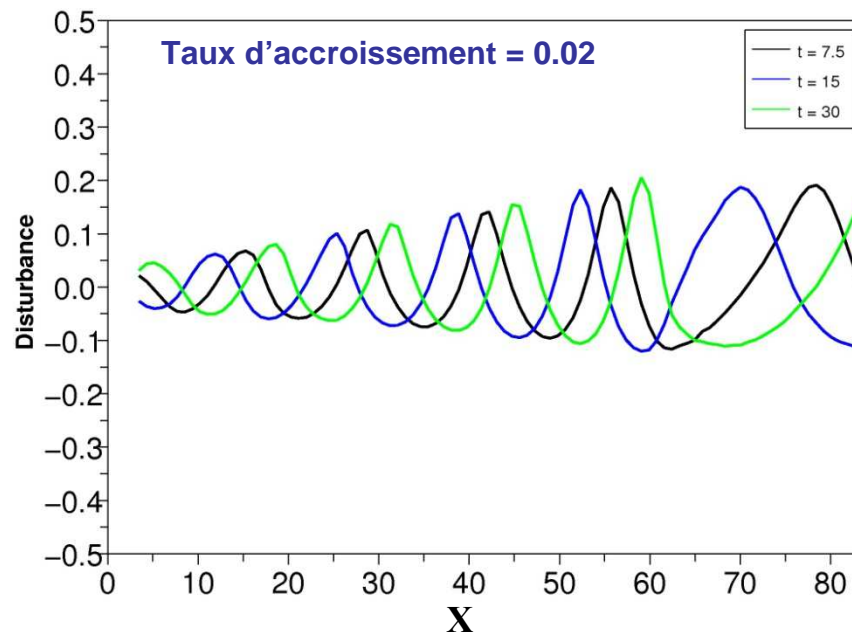
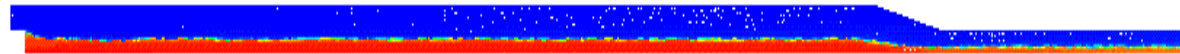
Fréquence de forçage 1 Hz

Cas 4 (expérimentalement instable)

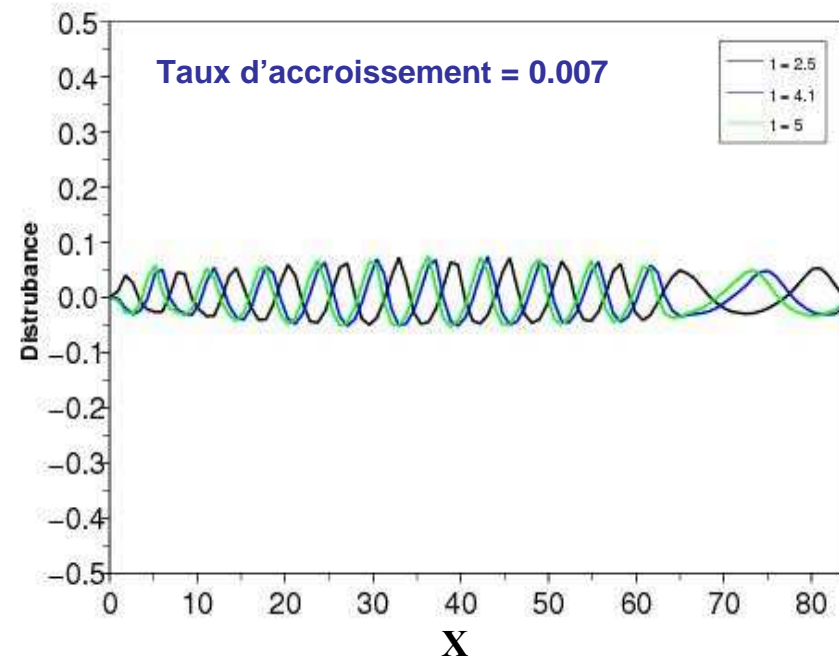
Analyse de stabilité dynamique 2D Zone finale de la filière

• Viscoélastique isotherme:

$$h_{rela} = (h - h_{moy}) / h_{moy}$$



Fréquence de forçage 0.5 Hz



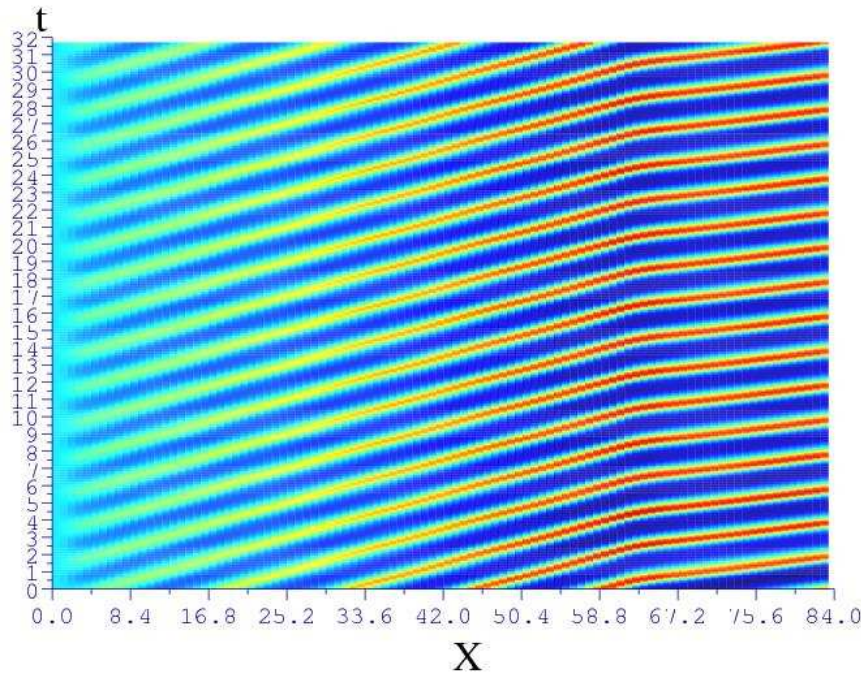
Fréquence de forçage 1 Hz

Cas 4 (expérimentalement instable)

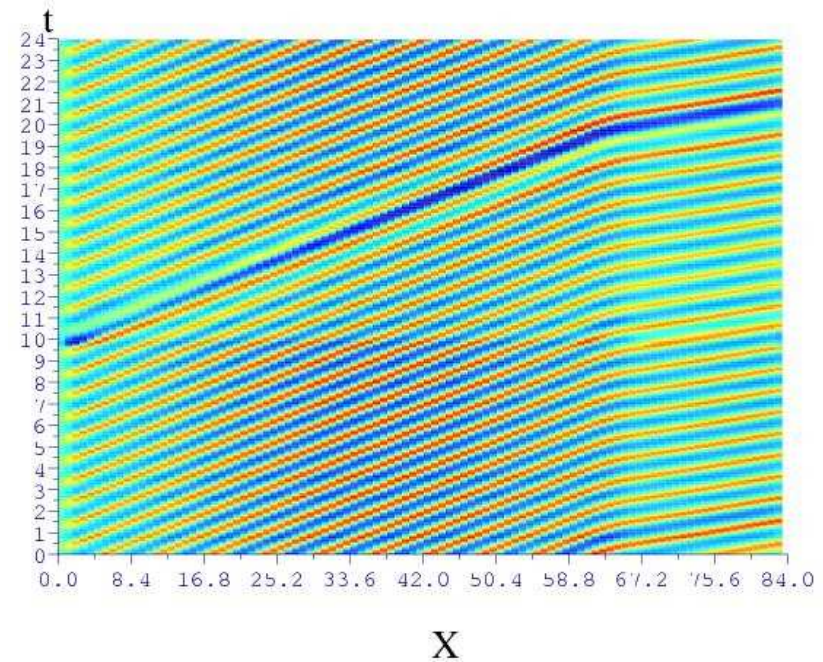
Analyse de stabilité dynamique 2D

Zone finale de la filière

• Viscoélastique isotherme:



Fréquence de forçage 0.5 Hz



Fréquence de forçage 1 Hz

Cas 4 (expérimentalement instable)

Comparaison

Calculs numériques vs Mesures expérimentales

				Zone finale	
cas	PET1 Vit. vis B25 (tr/min)	PET 2 Vit. vis B30 (tr/min)		fréquence 0.5 Hz	fréquence 1 Hz
1	20	90	instable	instable	instable
2	50	25	stable	stable	stable
3	50	50	stable	instable	stable
4	50	90	instable	instable	instable

Résultats expérimentaux

Résultats numériques

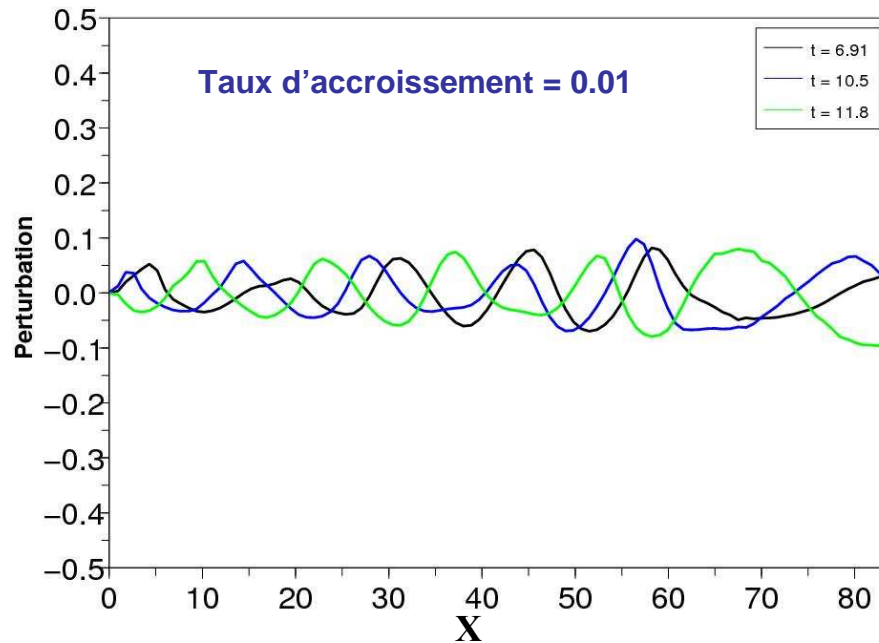
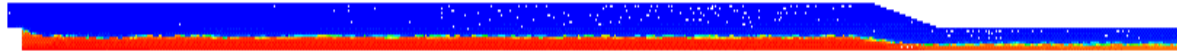
Plan

1. Etude du procédé de coextrusion
2. Calcul visqueux
3. Calcul viscoélastique
4. Influence des paramètres du procédé
 - a. Températures
 - b. Débits
 - c. Géométries

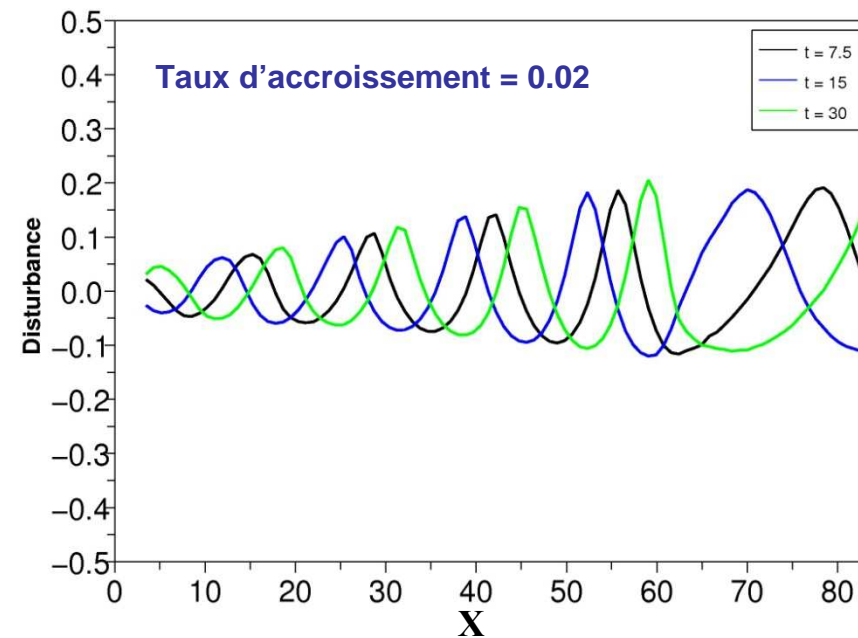
Influences paramètres procédé

Zone finale de la filière

• Température: 280°C



T = 280°C

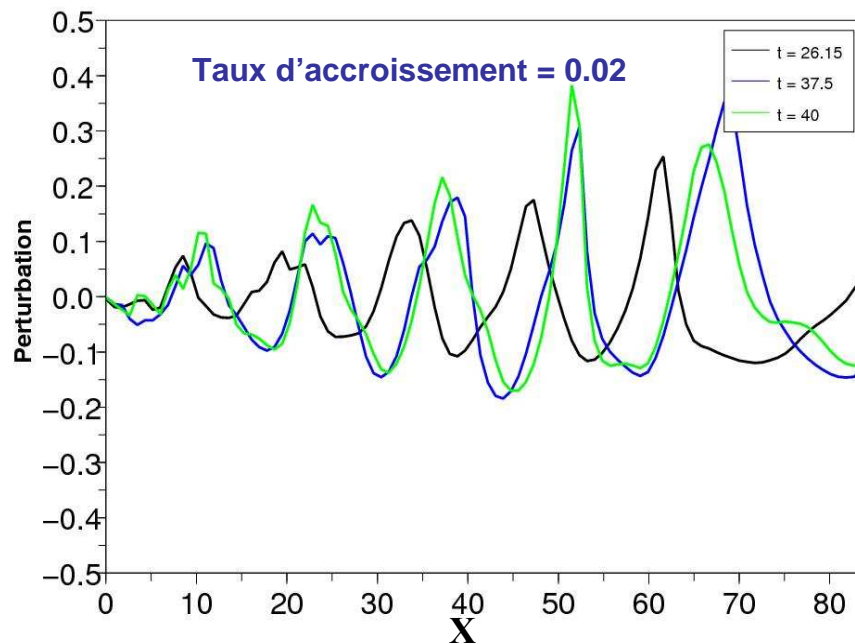
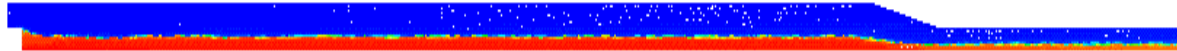


T = 260°C

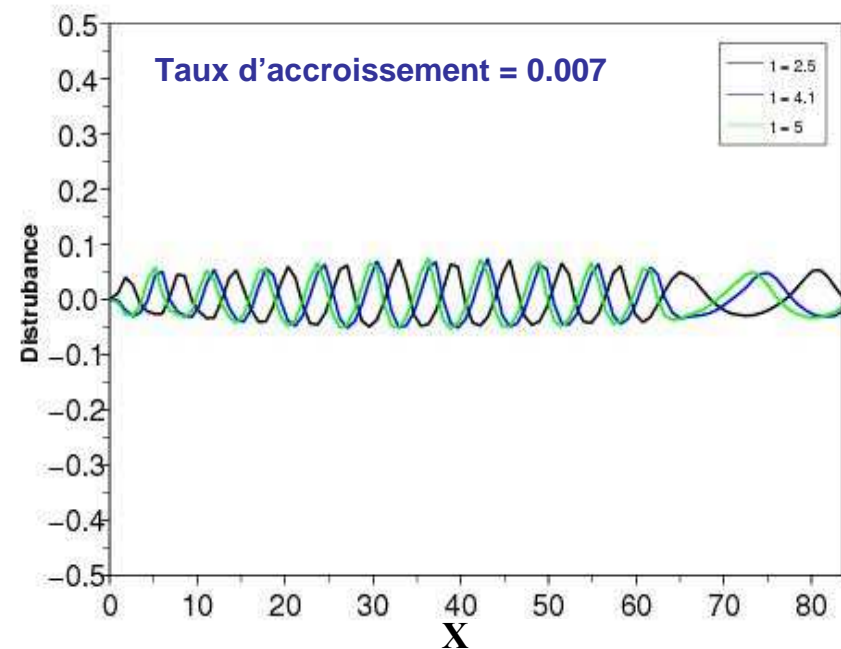
Fréquence de forçage **0.5 Hz**

Influences paramètres procédé Zone finale de la filière

- **Débits:** On multiplie par 2 les débits du cas 4



Débits multipliés par 2

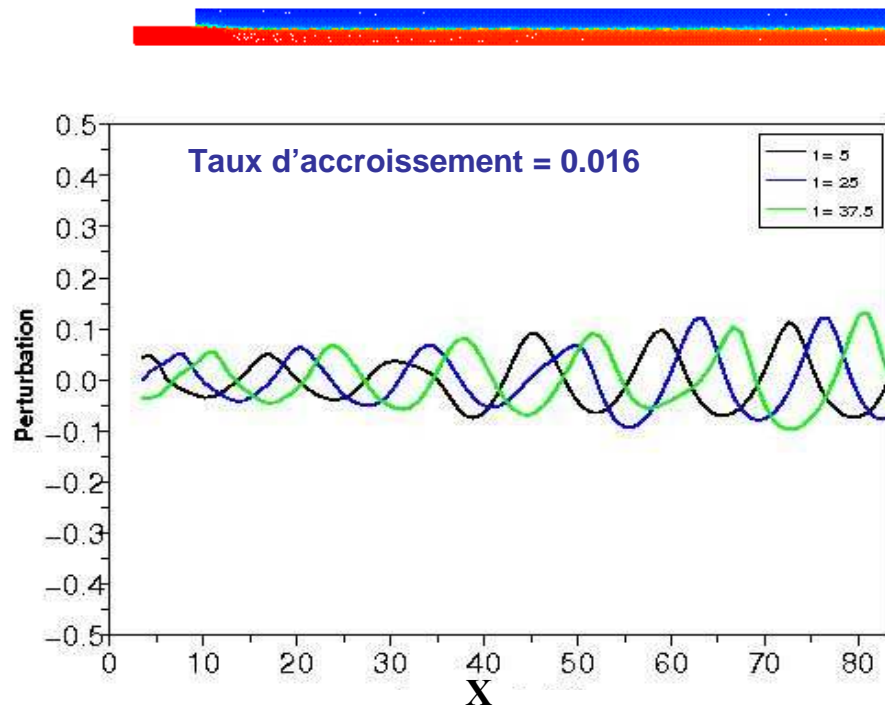


Cas 4 de référence

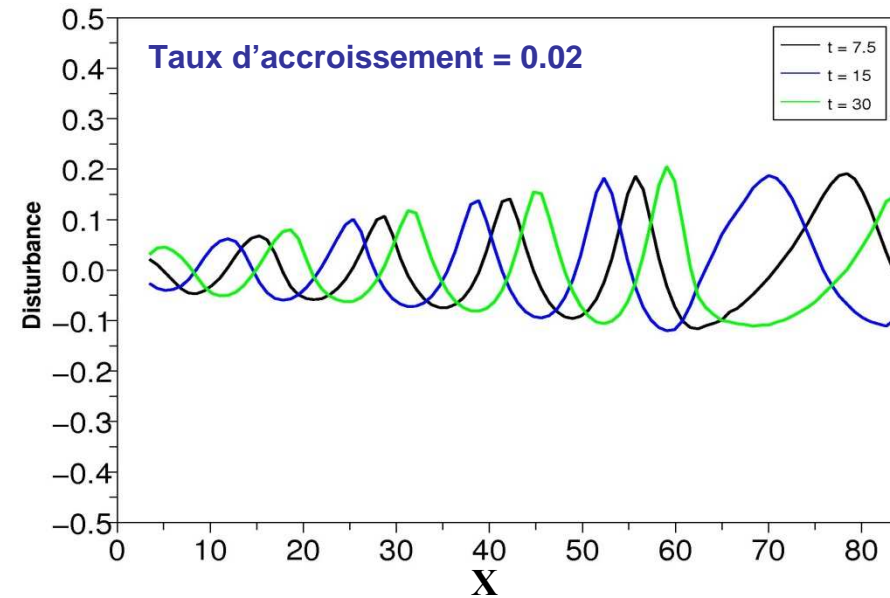
Fréquence de forçage 1Hz

Influences géométrie Zone finale de la filière

• Sans le convergent



Cas sans convergent

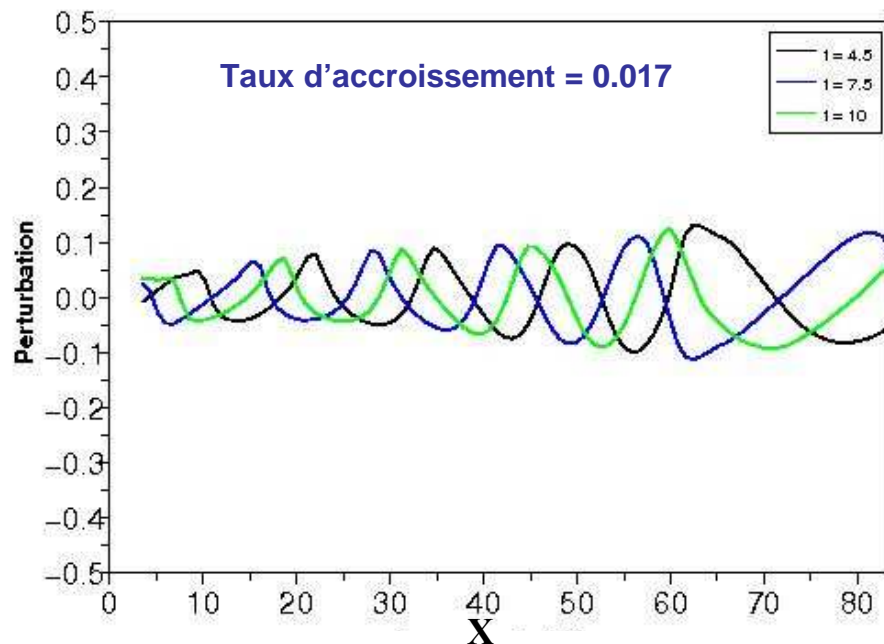
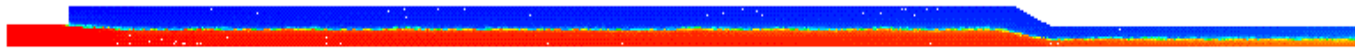


Cas 4 de référence

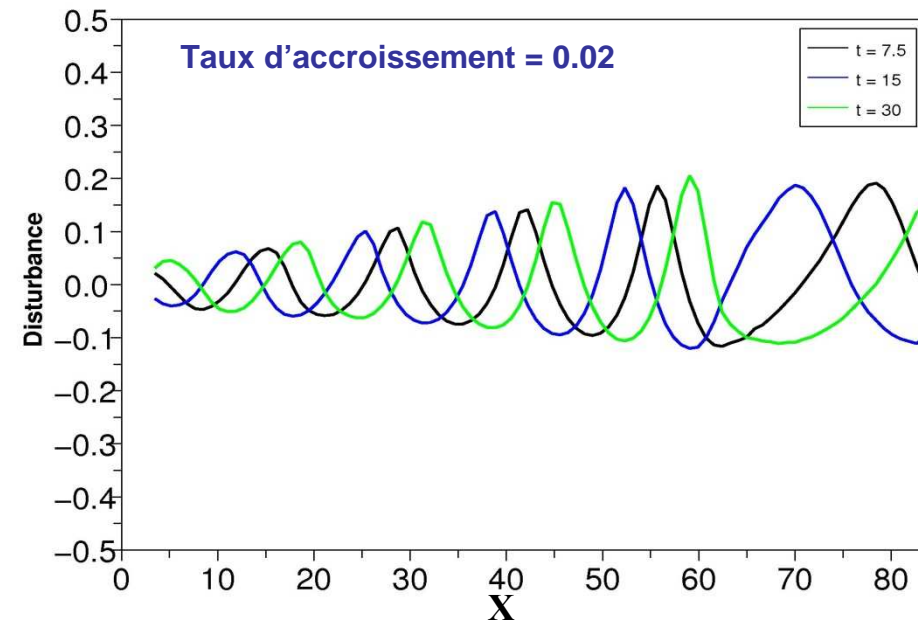
Fréquence de forçage **0.5 Hz**

Influences géométrie Zone finale de la filière

Angle du convergent = 30°



Convergent = 30°



Cas 4 de référence

Fréquence de forçage **0.5 Hz**

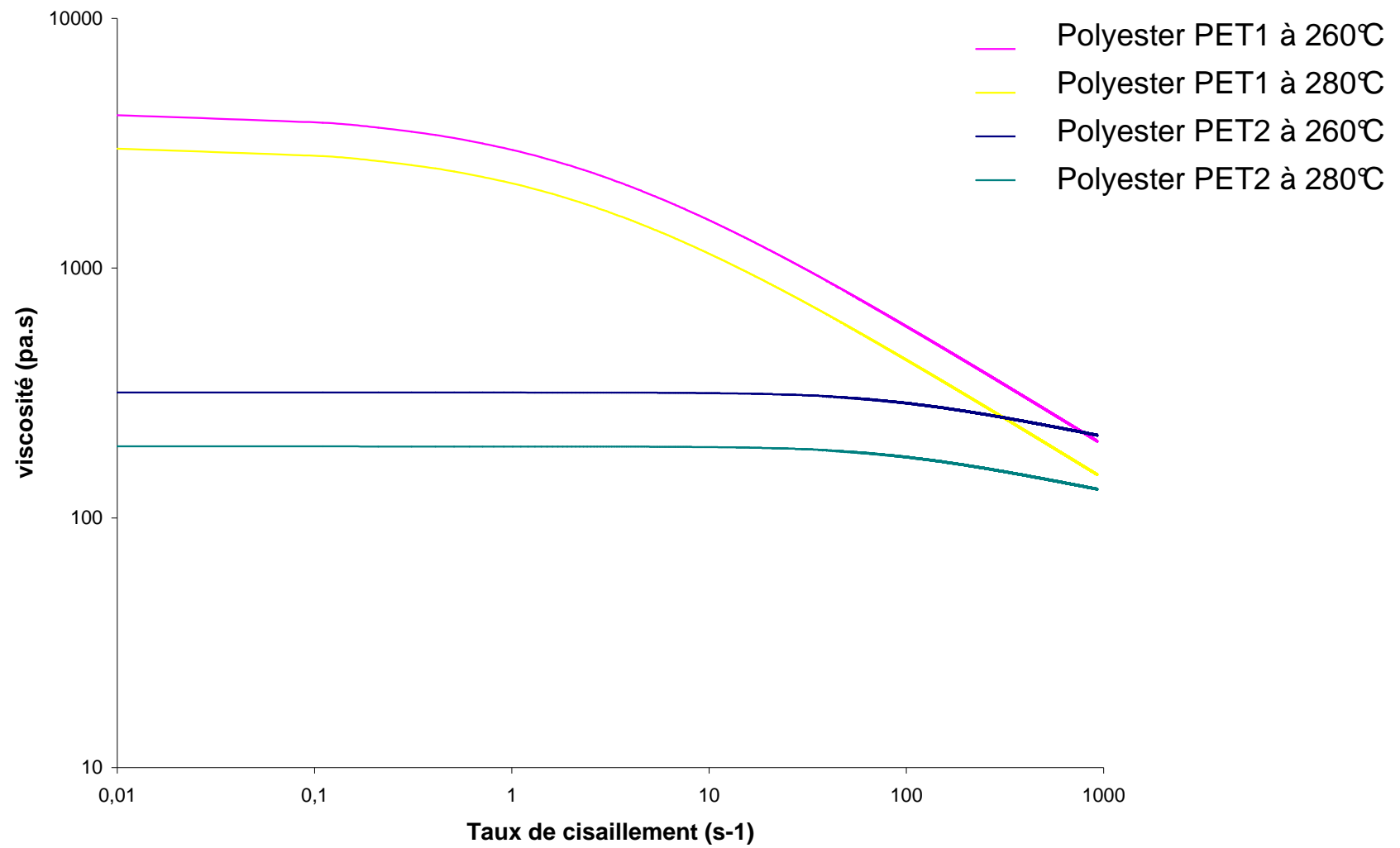
Conclusions

- Capture de l'interface de façon précise dans les cas stationnaires et instationnaires
- Cas purement visqueux, le moteur d'instabilité est le nombre de Reynolds qui est très faible et toute perturbation initiale diminue le long de l'écoulement
- Dans le cas viscoélastique, le moteur d'instabilité est le nombre de Weissenberg qui est beaucoup plus important pour l'un des polymères
 - La perturbation initiale diminue dans la zone d'alimentation
 - La perturbation initiale diminue ou augmente selon les cas dans la zone finale de la filière
- Ces résultats sont en accord avec l'expérience
- L'augmentation du débit semble exacerber les défauts
- L'augmentation de la température semble diminuer les défauts
- L'influence de la géométrie est controversée

Perspectives

- Il est dangereux d'en tirer des conclusions définitives: l'influence du débit et de la température reflète en réalité l'évolution des viscosités et des élasticités des deux polymères en fonction des taux de cisaillement et de la température
- Dans les conditions expérimentales, la filière impose sa température. Pour aller plus loin calcul 2D thermoviscoélastique
- Généralisation
 - Plusieurs fluides viscoélastiques
 - calcul 3D tenant compte de la complexité de la géométrie (mais encore très couteux)
- On disposera alors d'un outil permettant:
 - De dimensionner à priori un outillage de coextrusion en fonction d'un choix de polymère donnée
 - D'optimiser le choix des polymères pour une géométrie fixée

Merci de votre attention



Présentation du logiciel Rem3d®

REM3D® est basé sur la technique des éléments finis volumiques en 3D, dédié à la simulation de l'injection, de l'extrusion et de la coextrusion plastique.

- **Des techniques numériques:**

- Un maillage automatique anisotrope et adaptatif
- Un solveur très innovant thermo-mécanique

- **Lois rhéologiques:**

- Loi puissance thermo-pseudoplastique
- Lois thermo-dépendantes de Carreau-WLF et de Cross-WLF
- Loi viscoélastique

Solveur Mécanique (Rem3d®)

• Navier – Stokes + incompressibilité :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

• Fluide Newtonien généralisé :

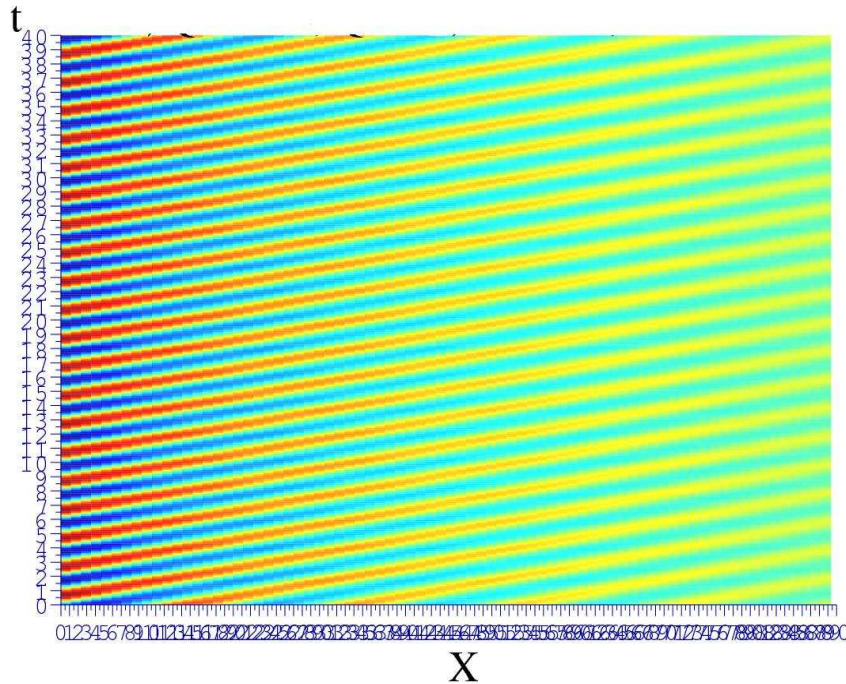
$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \eta \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) \quad \text{et} \quad \eta = \eta_0 \left(1 + (K \dot{\gamma})^a \right)^{\frac{m-1}{a}}$$

avec $\dot{\gamma} = \sqrt{2\boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\epsilon}(\mathbf{u})}$

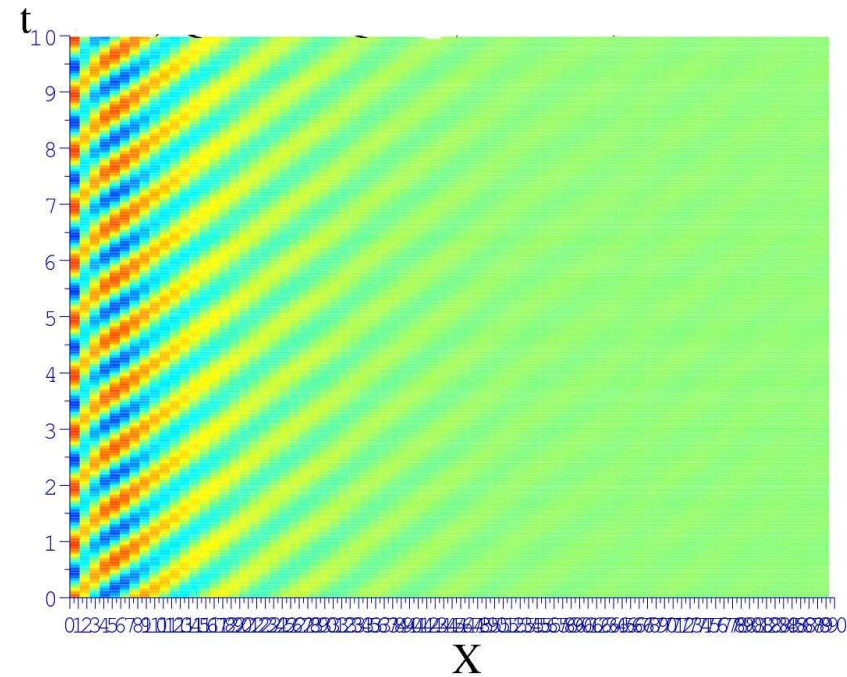
Analyse de stabilité dynamique 2D

Zone d'alimentation de la filière

• Viscoélastique isotherme:



Fréquence de forçage 0.5 Hz



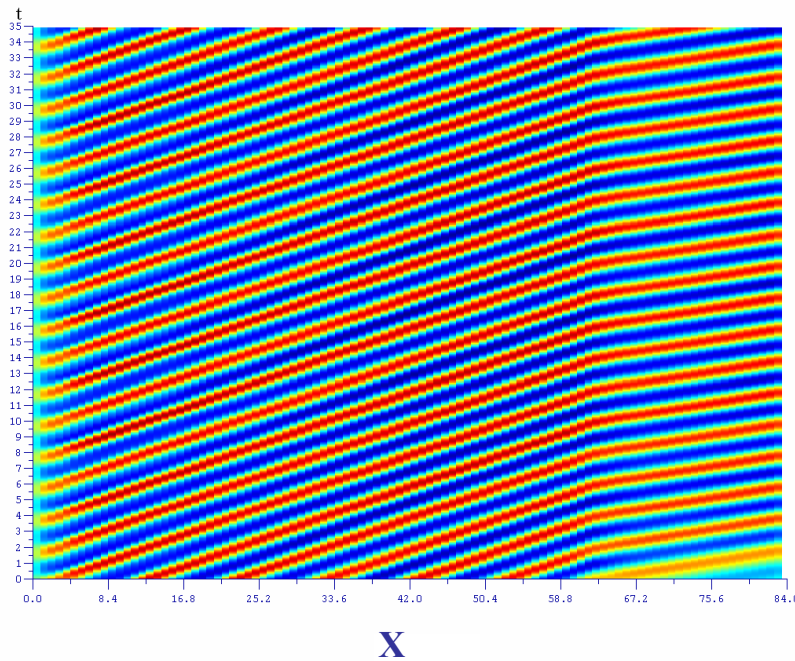
Fréquence de forçage 1 Hz

Cas 3 (expérimentalement stable)

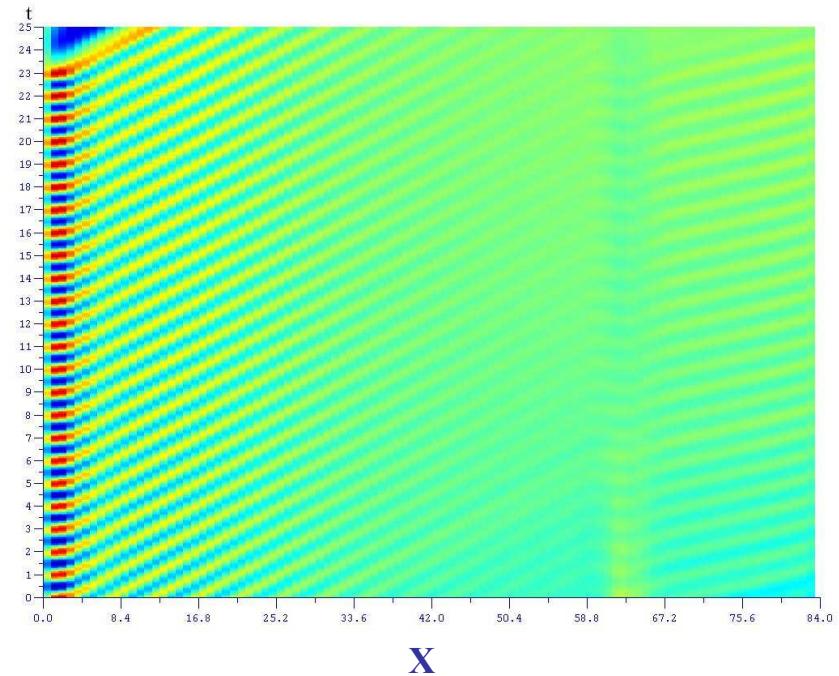
Analyse de stabilité dynamique 2D

Zone d'alimentation de la filière

• Viscoélastique isotherme:



Fréquence de forçage 0.5 Hz

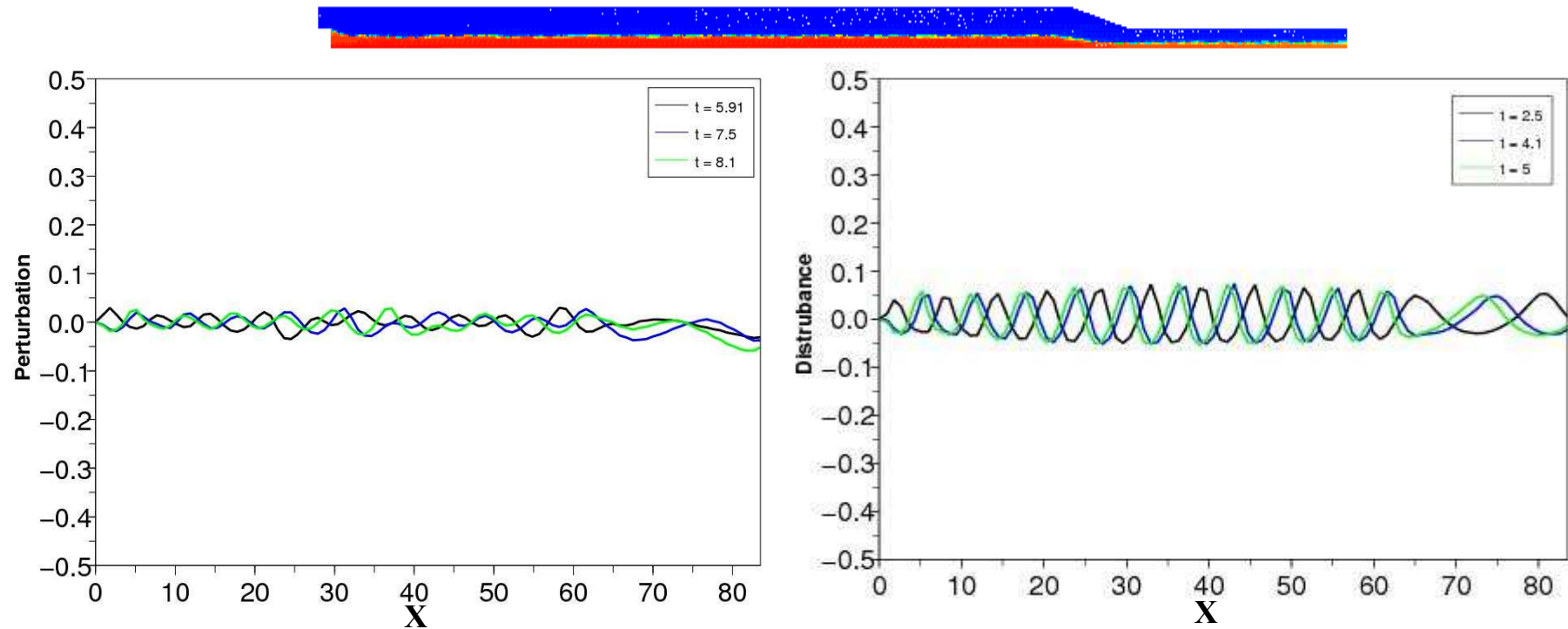


Fréquence de forçage 1 Hz

Cas 3 (expérimentalement stable)

Influences paramètres procédé Zone finale de la filière

• Température: Isotherme à 280°C



Isotherme à 280°C

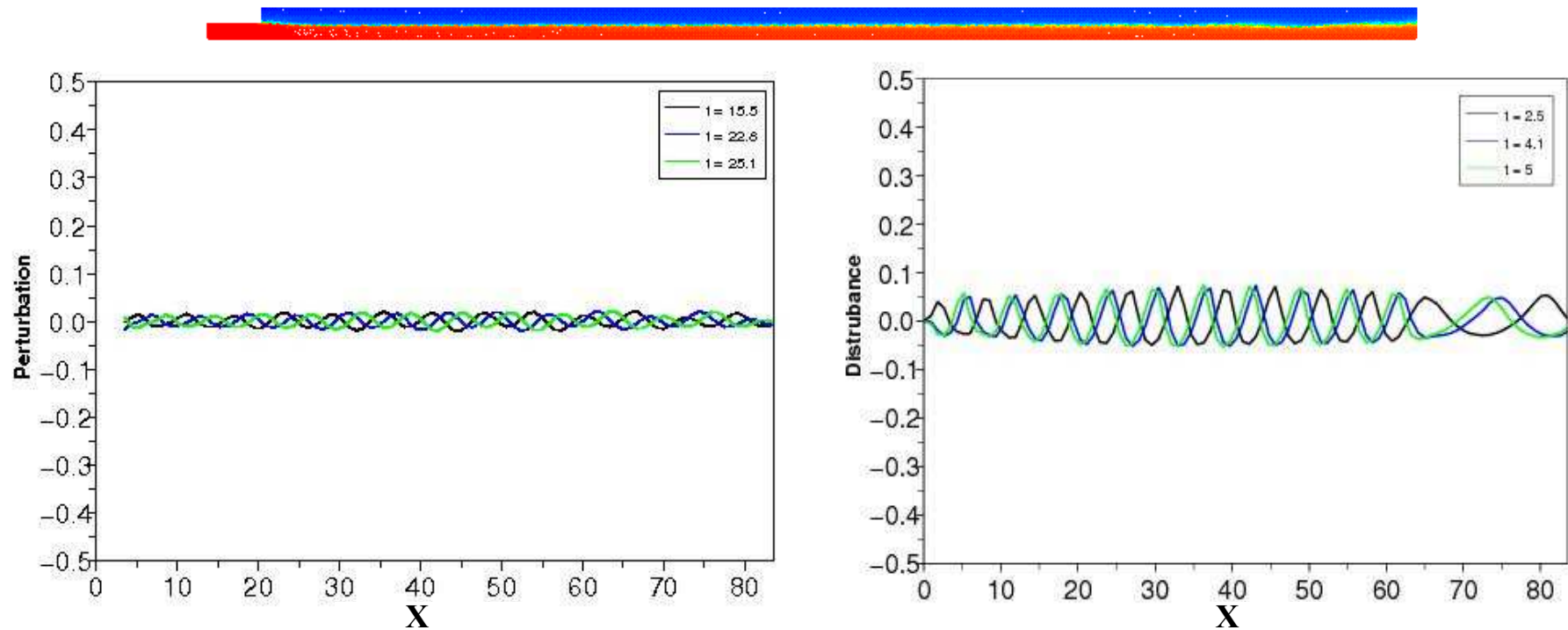
Isotherme à 260°C

Fréquence de forçage 1 Hz

Cas 9 (expérimentalement instable)

Influences géométrie Zone finale de la filière

• Sans le convergent



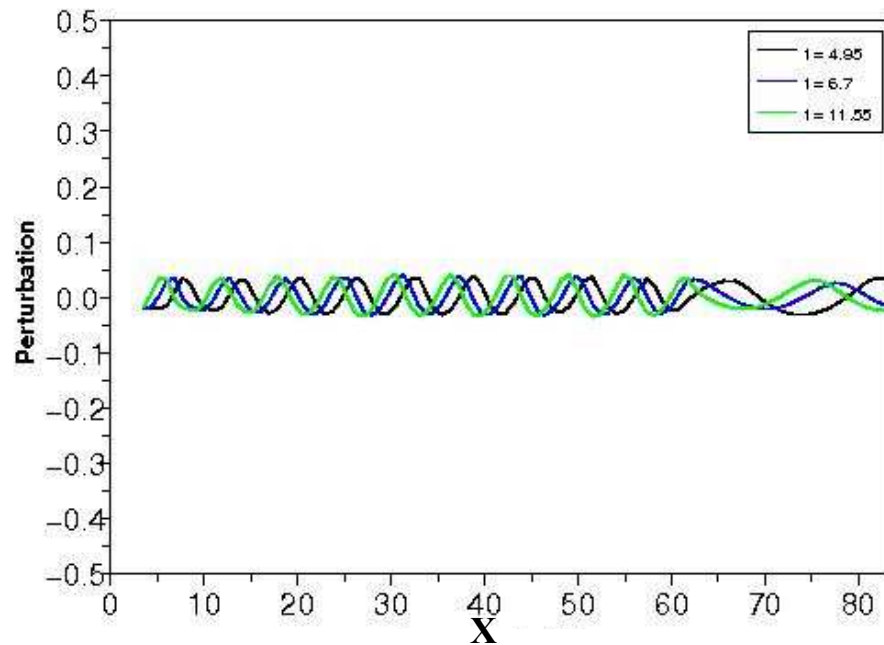
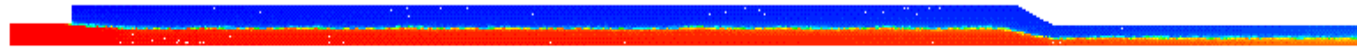
Cas sans convergent

Cas 9 de référence

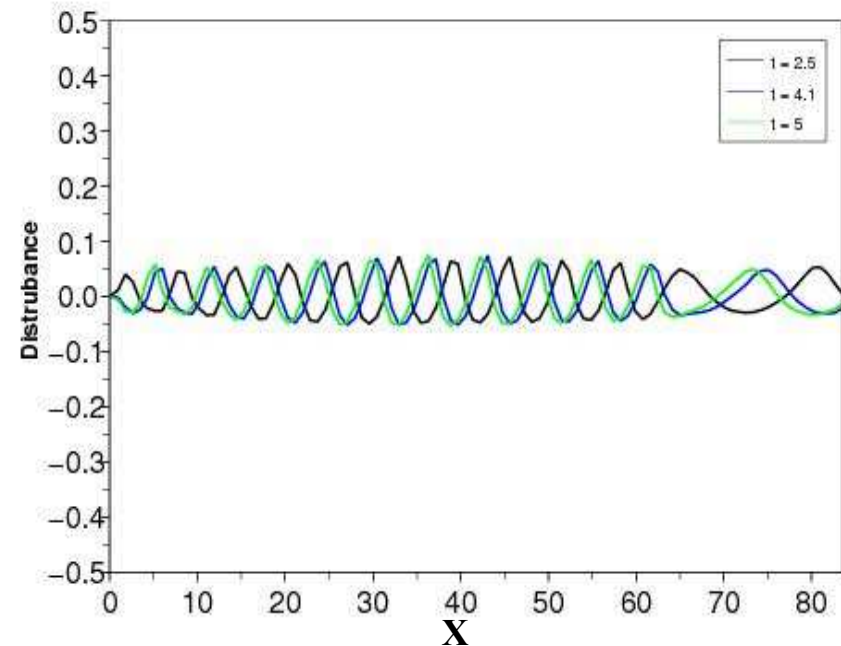
Cas 9 (réputé instable) : fréquence de forçage 1 Hz

Influences géométrie Zone finale de la filière

- Angle du convergent = 30°



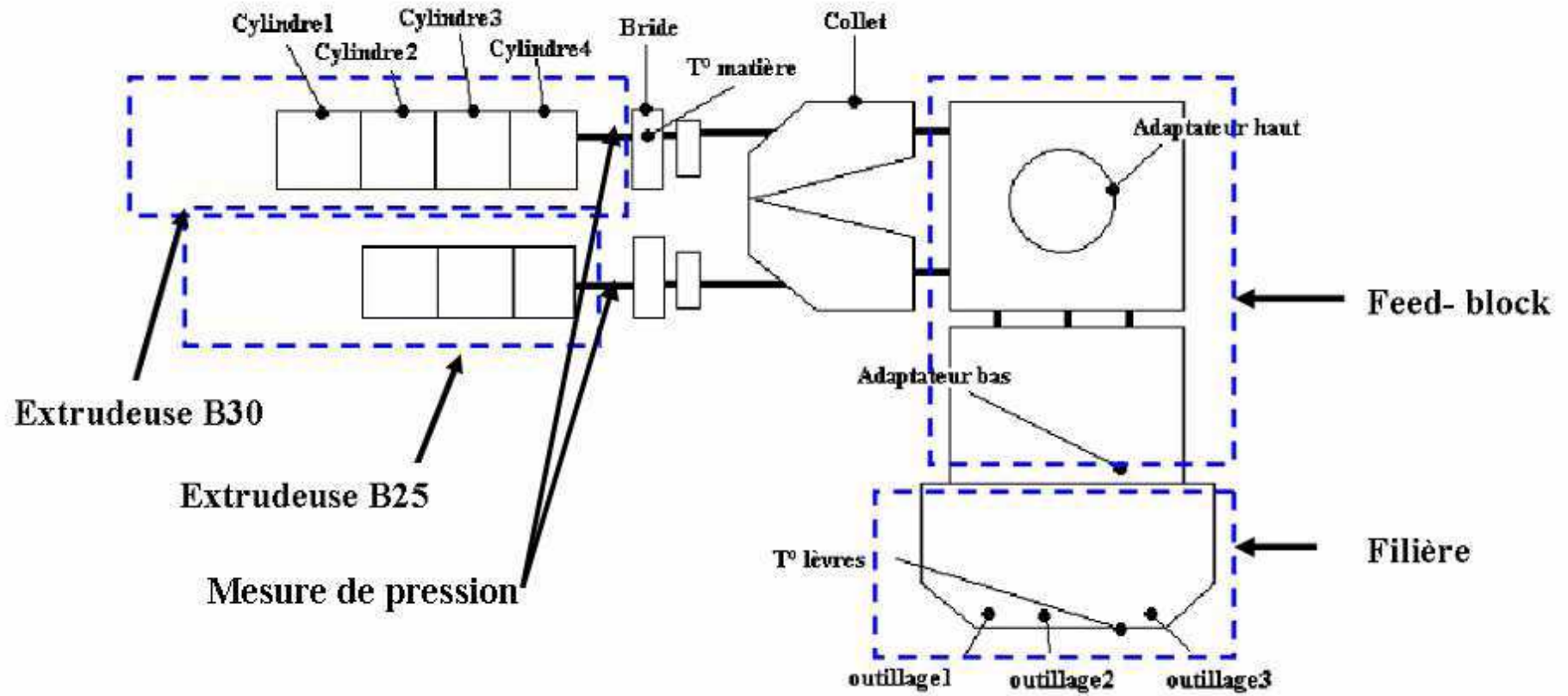
Convergent = 30°



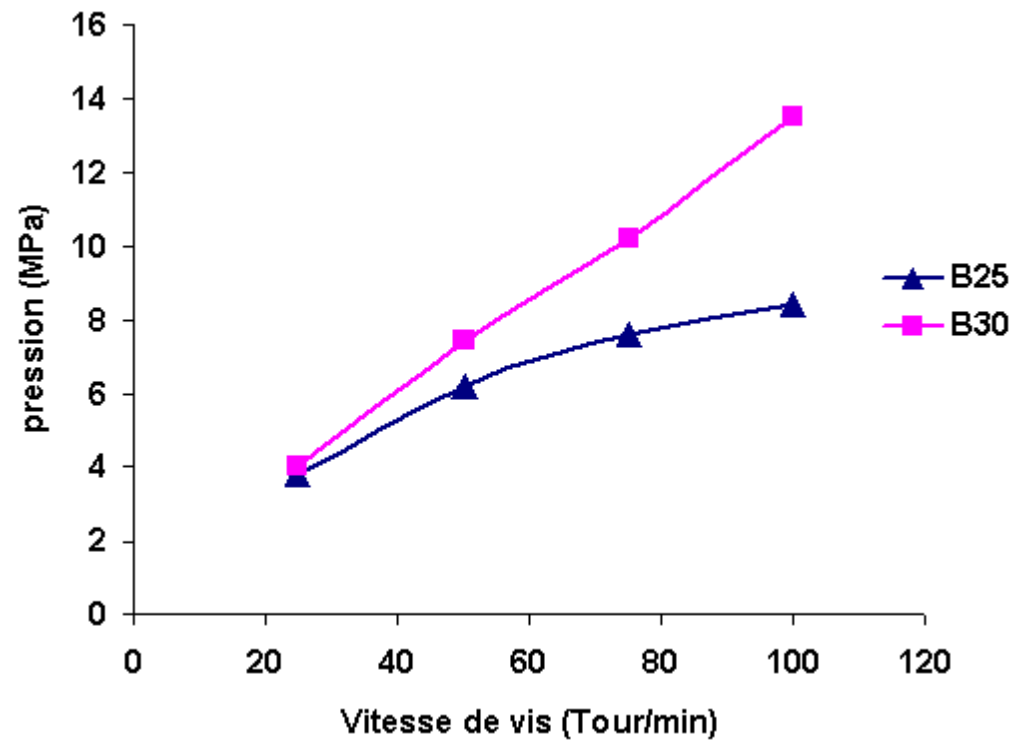
Cas 9 de référence

Cas 9 (réputé **instable**): fréquence de forçage **1 Hz**

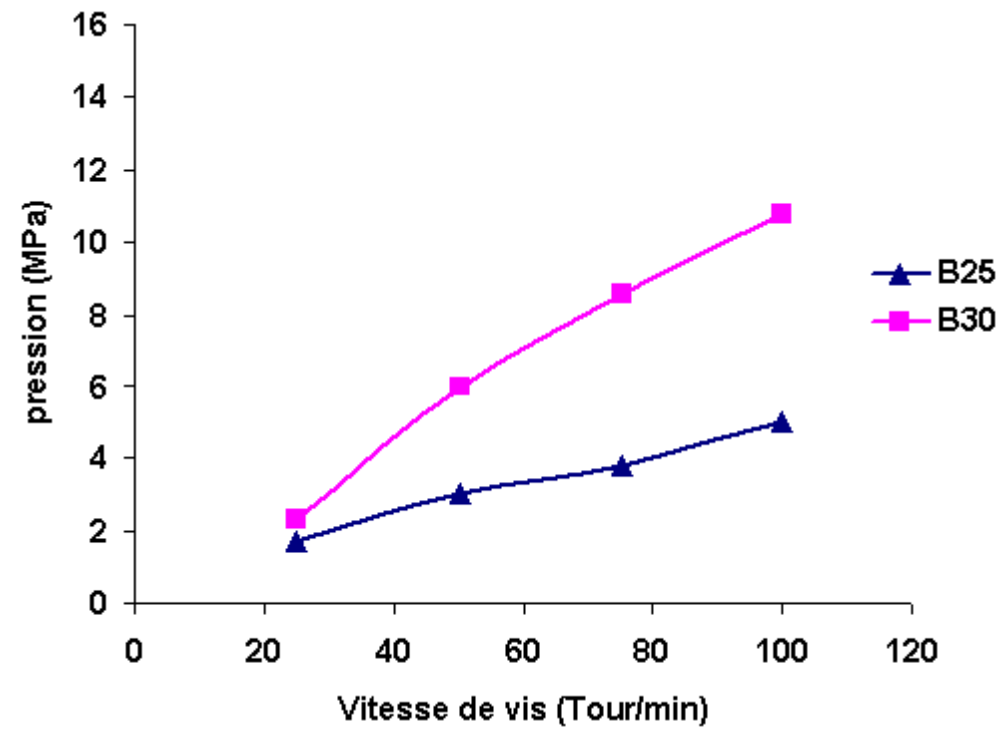
Procédé d'extrusion du film



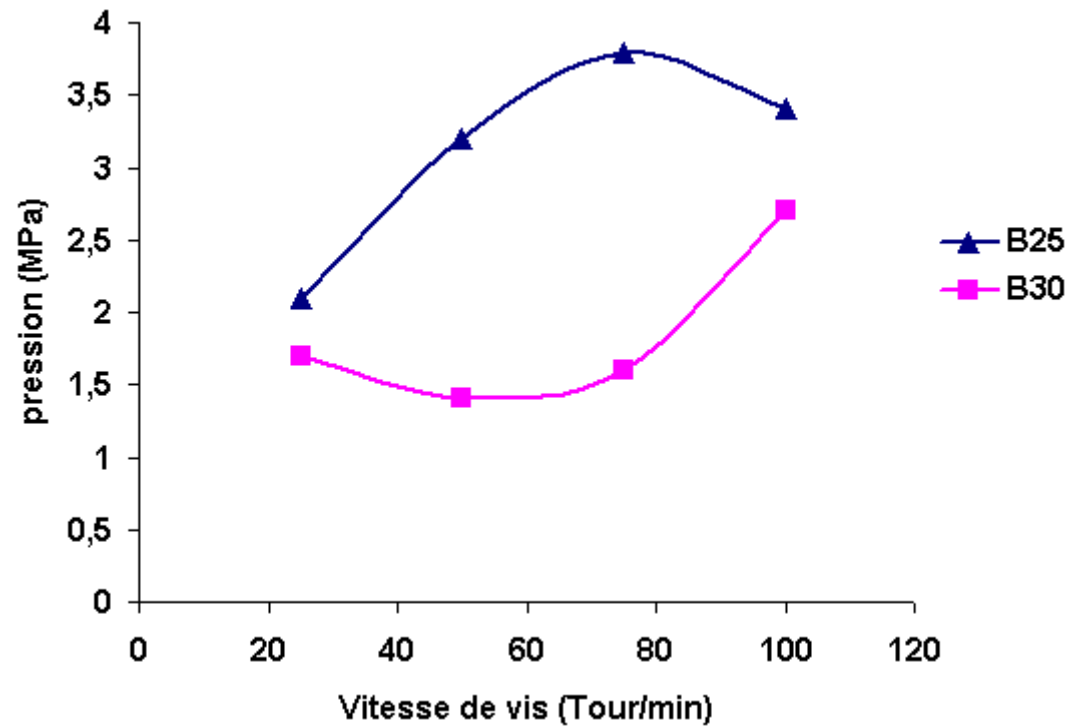
Variation de la pression: avec la filière



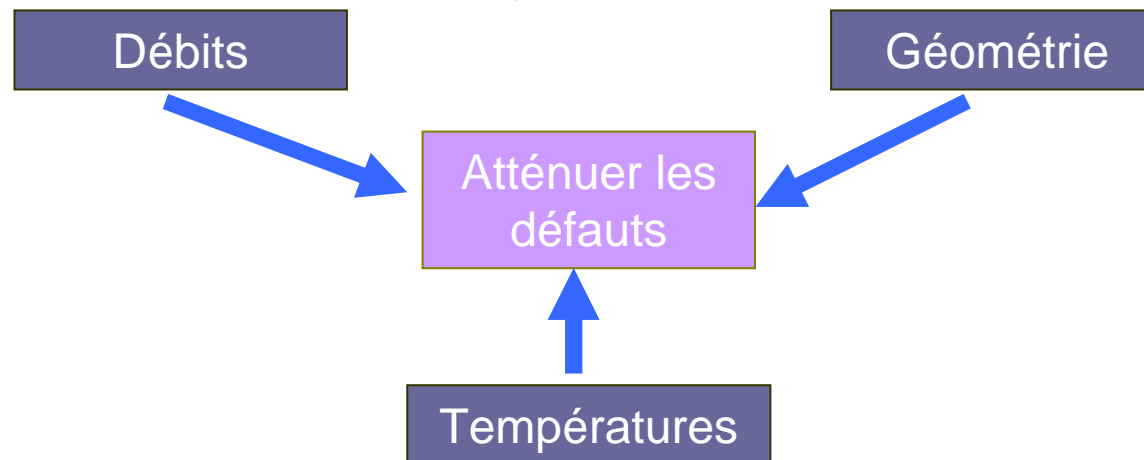
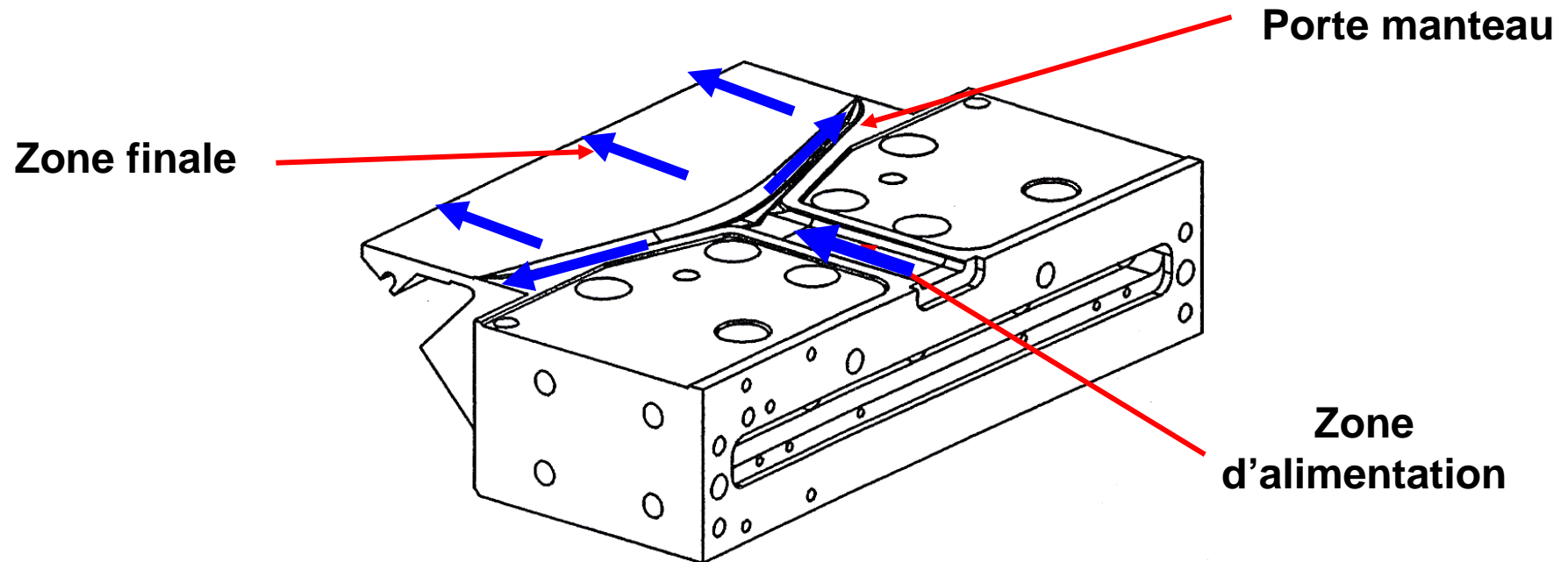
Variation de la pression: sans la filière



Variation de la pression: Différence des pertes de charge

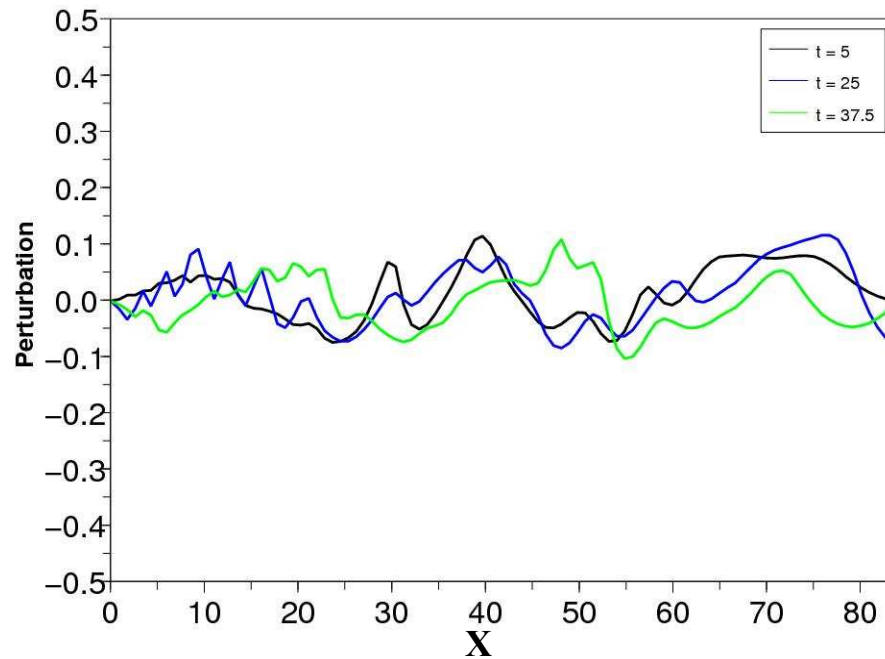
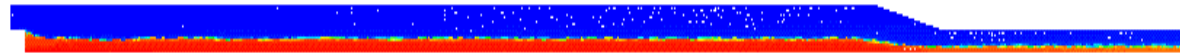


Objectif: Modéliser les instabilités dans le procédé de coextrusion

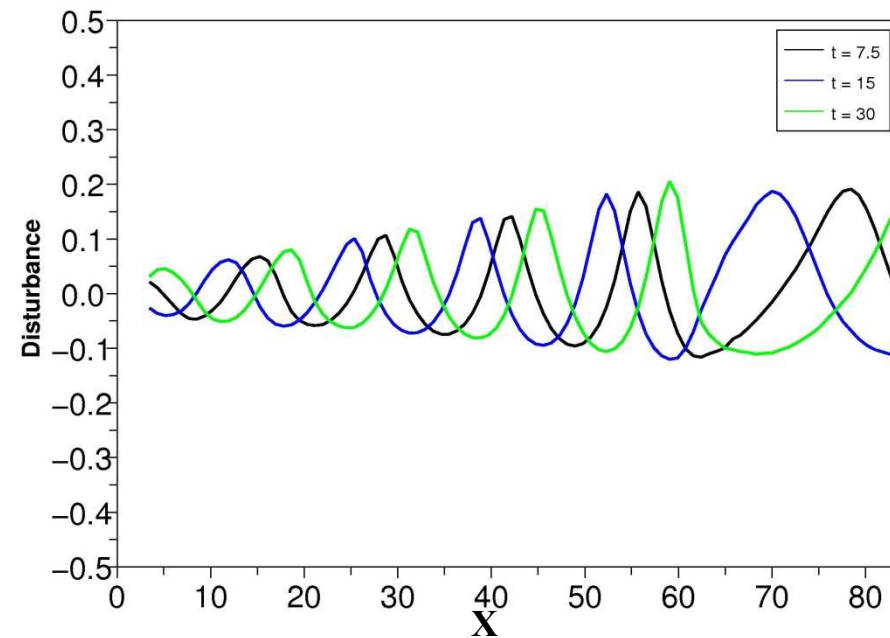


Influences paramètres procédé Zone finale de la filière

- **Débits:** On multiplie par 2 les débits du cas 9



Débits multiplier par 2



Cas 9 de référence

Fréquence de forçage **0.5 Hz**

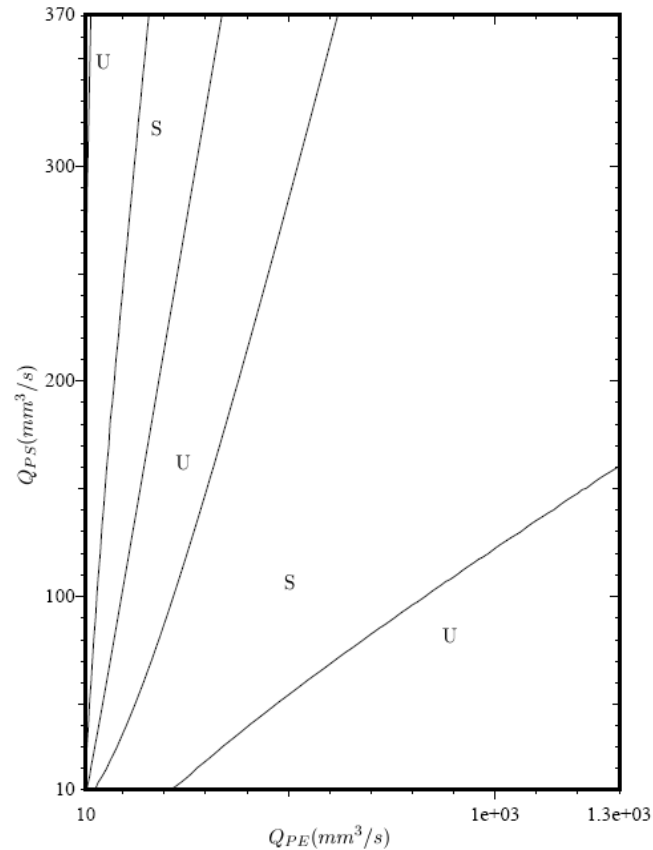
Études bibliographiques:
Stabilité linéaire: Amplification temporelle

Y.Y. Su, B. Khomami, *Interfacial stability of multilayer viscoelastic fluids in slit and converging channel die geometrie, 1992*

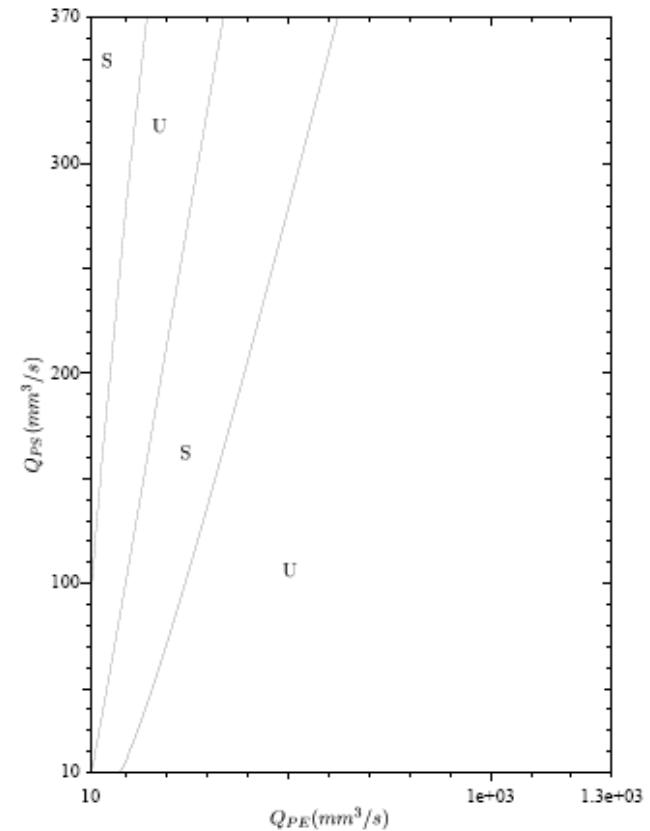
Y.Y. Su, B. Khomami, *Purely elastic interfacial instability in superposed flow of polymeric liquids, 1992*

P. Laure, H. Le Meur, Y. Demay, J.C. Saut and S. Scotto, *Linear stability of multilayer plane Poiseuille flows of Oldroyd B fluid; 1997*

Études bibliographiques: Stabilité linéaire: Amplification temporelle (R. Valette)



**Courbe de stabilité (PE/PS) à 200°C.
Modèle de **White-Metzner**.**



**Courbe de stabilité (PE/PS) à 200°C.
Modèle de **Carreau-Yasuda**.**

Études bibliographiques:

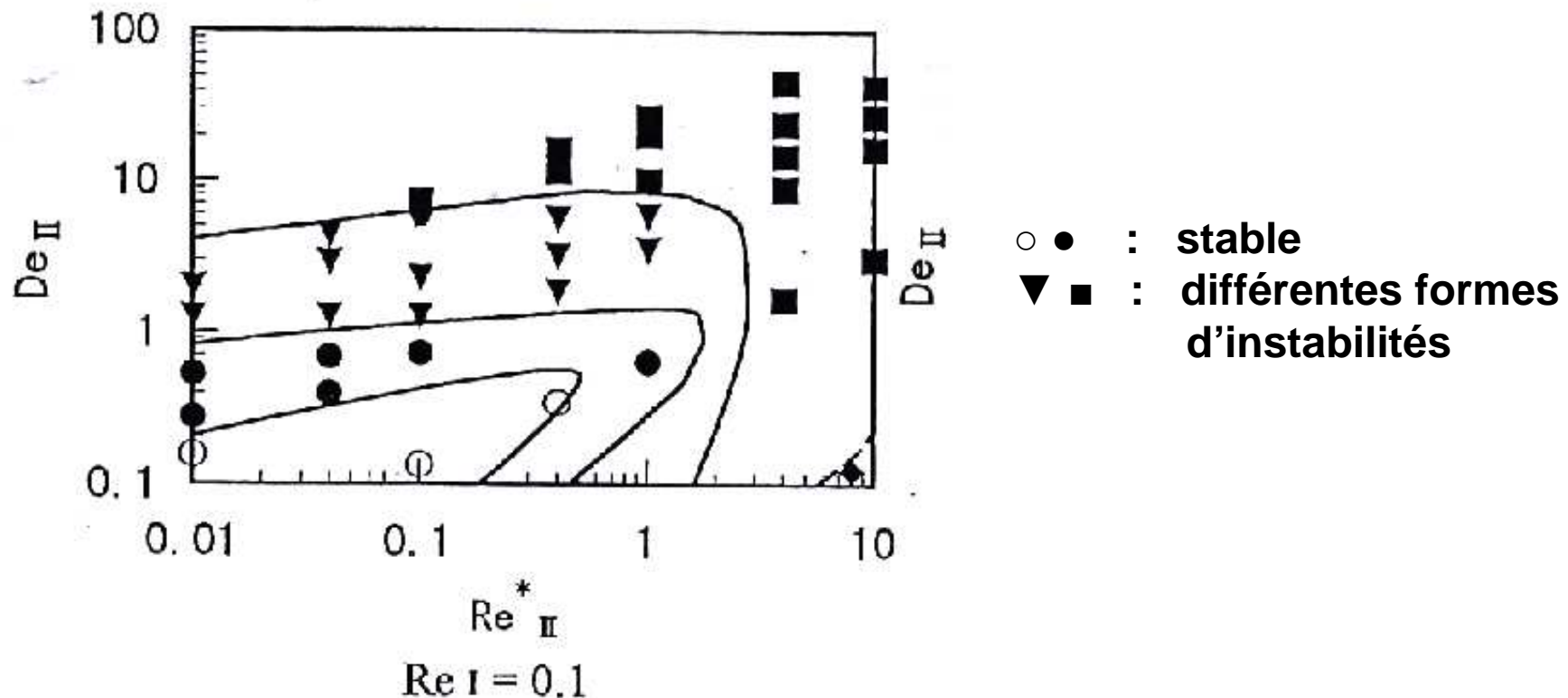
Corrélation des fluides modèles : nombre de Reynolds/ nombre de Deborah (H.Yamaguchi)

- Premier fluide Newtonien et deuxième fluide viscoélastique

$$Re_I = \frac{\rho_I d_I \bar{v}_I}{\eta_I}$$

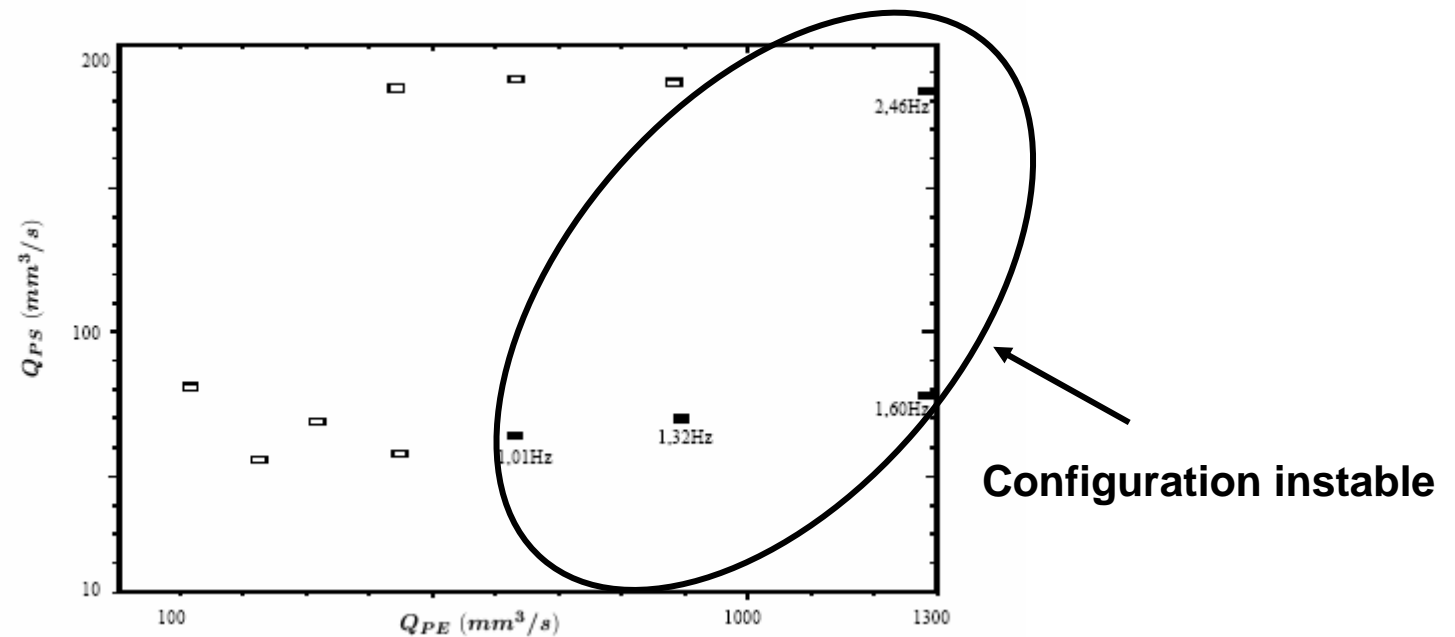
$$Re_{II} = \frac{\rho_{II} d_{II}^n \bar{v}_{II}^{(2-n)_{II}}}{k}$$

$$De_{II} = \frac{\lambda_1 \bar{v}_{II}}{d_{II}}$$



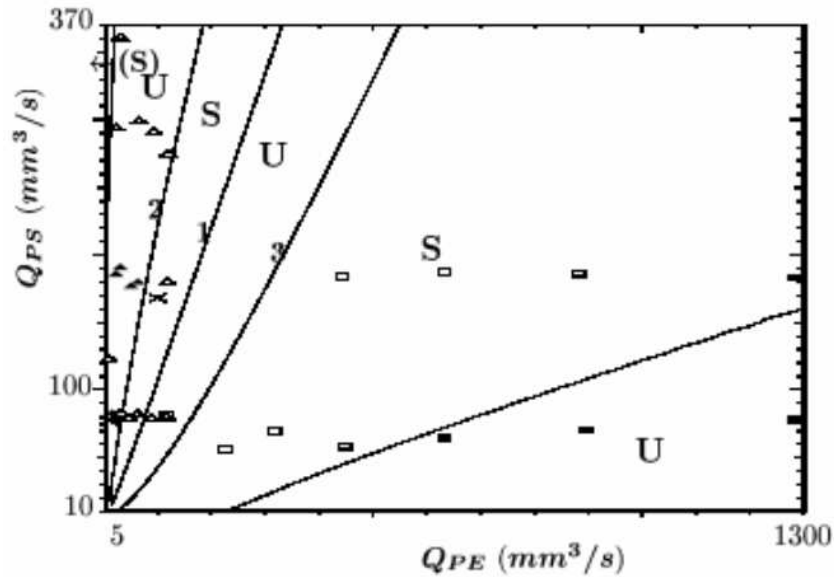
Études bibliographiques: Les conditions d'apparition des défauts

- R.Valette et al (corrélation avec les débits et la température)

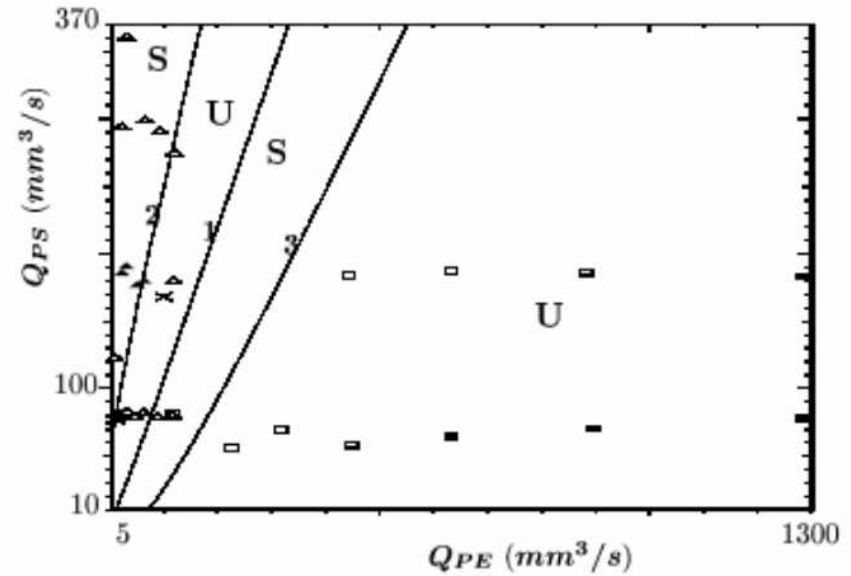


Couple PS(polystyrène)/PE(polyéthylène) à $T = 200^\circ\text{C}$

Études bibliographiques: Travail de R.Valette

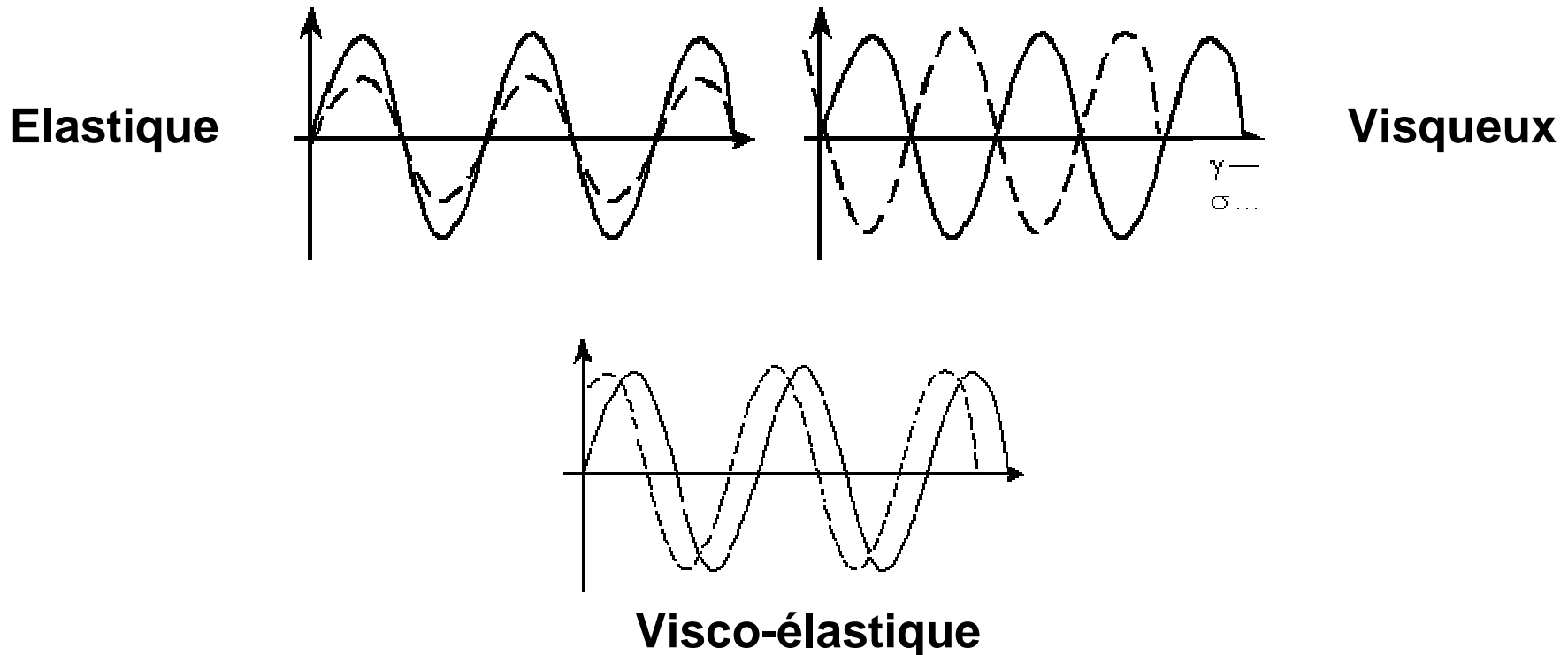


Le modèle de **White-Metzner** pour une température de 200°C.



Le modèle de **Carreau-Yasuda** pour une température de 200°C.

Si on applique une déformation sinusoidale : $\gamma = \gamma_0 \sin(\omega t)$

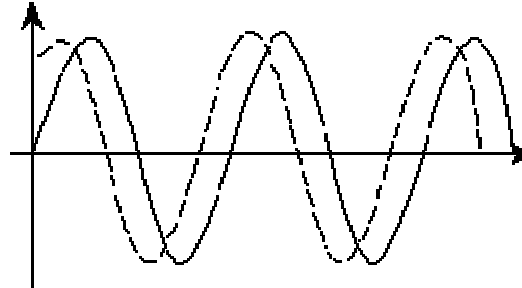


Réponse = $\tau = \tau_0 \sin(\omega t + \delta)$

$$\tau = \tau_0 (\sin(\omega t) \cos \delta + \cos(\omega t) \sin \delta) = G'(\omega) \sin(\omega t) + G''(\omega) \cos(\omega t)$$

Modèle viscoélastique

Si on applique une déformation sinusoïdale : $\gamma = \gamma_0 \sin(\omega t)$



Visco-élastique

Pour les matériaux visco-élastiques, G varie avec le temps de sollicitation (la fréquence) : $G^* = G' + i G''$

G' = module de stockage (élastique) G'' = module de perte (visqueux)

→ Distribution de viscosité η_i et d'élasticité λ_i (Modèle multi-Maxwell)

$$G'(\omega) = \sum \frac{\eta_i \lambda_i \omega^2}{1 + \lambda_i^2 \omega^2}$$

$$G''(\omega) = \sum \frac{\eta_i \omega}{1 + \lambda_i^2 \omega^2}$$

Modèle viscoélastique

- **Tenseur des contraintes de Cauchy :**

$$\sigma = -pI + \tau_s + \tau$$

$$\tau = \sum_i \tau_i$$

- **Contribution visqueuse :**

$$\tau_s = 2\eta_s [\varepsilon(v)]$$

- **Équations de conservation :**

$$\begin{cases} -\nabla p + \nabla \cdot \tau_s - \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \nabla u \right) = -\nabla \cdot \tau + \rho \vec{g} \\ \nabla(u) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} + \text{Loi de comportement} \\ \text{et conditions limites} \end{array}$$