

Modélisation et Simulation Numérique de l'écoulement d'un fluide complexe

Grégory Beaume

Sous la direction de :

Patrice Laure, Thierry Coupez



**Cécile Venet
Juan Aymami**

❑ Qu'est ce qu'un composite ?

Matrice fluide 20-25%
(thermodurcissable)

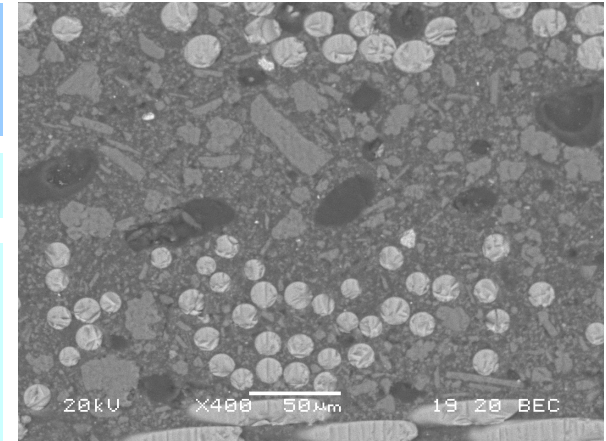


Fibres de verre (renfort) 20%



Charges solides

- nodules thermoplastiques 5%
- autres charges : alumine, carbonate de calcium ,...50%



❑ Intérêt des composites ?

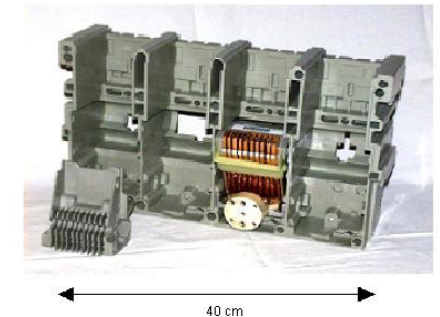
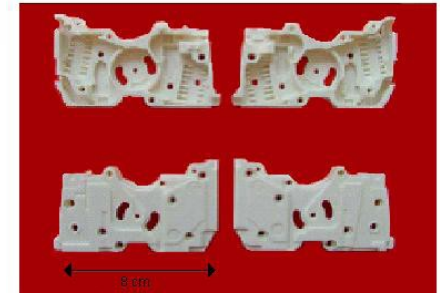
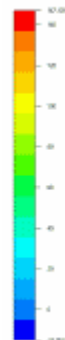
- ❑ Coût
- ❑ Propriétés mécaniques
- ❑ Propriétés électriques
- ❑ Propriétés ignifugeantes

❑ Inconvénient

- ❑ Difficulté pour la caractérisation des matériaux

❑ Procédé complexe:

- ❑ injection à grande vitesse
- ❑ géométrie complexe
(intersection de fronts de matière)
- ❑ Propriétés mécaniques liées à l'orientation des fibres

**❑ Simulation numérique: échelle des pièces (macroscopique)**

- ❑ Intérêt: économie temps de conception/fabrication de moules
- ❑ modèle de comportement et d'orientation
- ❑ Problème multiéchelle



Objectif de l'étude et démarche

❑ Objectif de l'étude

- ❑ Mettre au point un outil de simulation numérique directe d'écoulement de composite modèle

- ❑ Rendre cet outil exploitable pour des applications industrielles



Grandes concentrations, grand nombre de particules, Calcul 3D

- ❑ Construction de loi de comportement

❑ Intégration de l'outil à la librairie de calcul CIMLib

- ➔ Méthodes numériques efficaces

- ➔ Outil de maillage et de remaillages performants

- ➔ Code de calcul parallélisé

Expérience numérique

➤ Bibliographie

- Orientation d'une fibre
- Tenseurs d'orientation
- équation de Folgar et Tucker
- Loi de comportement
- **Expérience numérique**
- Point de départ

➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

Echelle macroscopique

$$(\beta, \varphi)$$

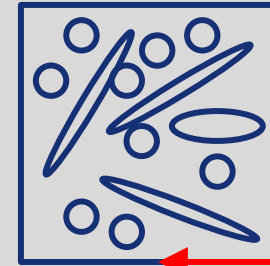
Concentration(s), rapport(s)
de forme

Loi de comportement et
d'orientation calculés par
homogénéisation
numérique - validation
des modèles

Echelle microscopique

Génération d'un V.E.R
décrivant la micro structure

$$\vec{v}_h = \frac{\dot{\gamma}}{2} \vec{e}_x$$



$$\vec{v}_b = -\frac{\dot{\gamma}}{2} \vec{e}_x$$

V.E.R soumis à un
cisaillement plan

- Dynamique des particules,
- Vitesse et pression en tout point du fluide

Plan de la présentation

Problème à 1 particule

□ **Problème à 1 particule**

- Approche multi-domaines
- Projection et évolution du domaine solide

Problème à N particules

□ **Extension du problème à N particules**

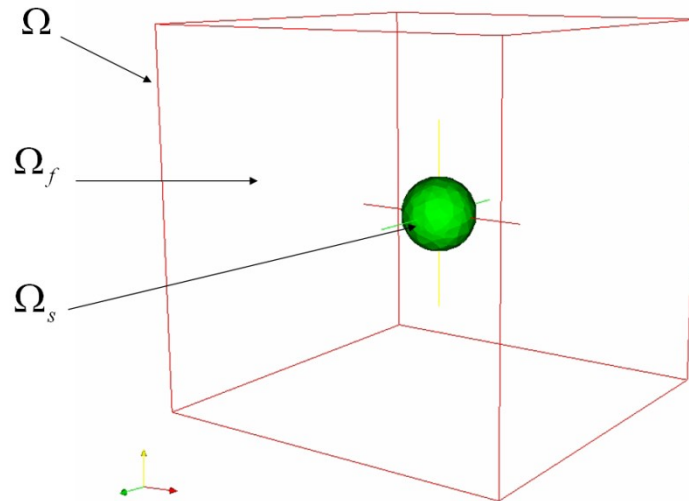
- Gestion des collisions entre particules
- Générateur de microstructure

Rhéologie numérique

□ **Mise au point d'un outil de rhéologie numérique**

- Modèles de comportement et d'orientation macroscopiques de suspensions
- Homogénéisation numérique
- Gestion des effets de bords
- Lois de comportement pour des suspensions de sphères et/ou de fibres

Problème multi-domaines



sur Ω_f :

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad \text{sur} \quad \Omega_f$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad \text{sur} \quad \Omega_f$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p \underline{\underline{Id}} + 2\eta_f \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}) \quad \text{sur} \quad \Omega_f$$

□ **Couplage fluide-solide:**

$$M \frac{d^2 \vec{X}}{dt^2} = M \frac{d\vec{U}}{dt} = \vec{F}_h + M\vec{g}$$



$$\forall \vec{x} \in \Omega_s \quad \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{v}) = 0$$

$$\frac{d(\underline{\underline{J\vec{\omega}}})}{dt} = \vec{\Gamma}_h$$

➤ Problème à 1 particule

• Approche multi-domaines

• Description de la phase solide

• Formulation forte/faible

• Discrétisation

• Transport de la phase solide

• Résultats

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

Description de la phase solide

□ Courbe de niveaux (level-set):

$$\forall \vec{x} \in \Omega \quad \begin{cases} \alpha_s(\vec{x}) = 0 & \text{si } \vec{x} \in \partial\Omega_s \\ \alpha_s(\vec{x}) > 0 & \text{si } \vec{x} \in \Omega_s \setminus \partial\Omega_s \\ \alpha_s(\vec{x}) < 0 & \text{si } \vec{x} \in \Omega \setminus \Omega_s \end{cases}$$



□ Fonction caractéristique:

$$\text{pour tout noeud } \vec{x}_i \quad \mathbb{I}_{\Omega_s}(t^n)(\vec{x}_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha_s(\vec{x}_i) > 0 \\ 0 & \text{si } \alpha_s(\vec{x}_i) < 0 \end{cases}$$

□ Fonction caractéristique avec zone de transition:

$$\mathbb{I}_{\Omega_s, e}(t^n)(\vec{x}_i) = \begin{cases} = 1 & \text{si } \alpha_s(\vec{x}_i) > e \\ = \frac{\alpha_s(\vec{x}_i)}{e} & \text{si } 0 < \alpha_s(\vec{x}_i) < e \\ = 0 & \text{si } \alpha_s(\vec{x}_i) < 0 \end{cases}$$

➤ Problème à 1 particule

• Approche multi-domaines

• Description de la phase solide

• Formulation forte/faible

• Discrétisation

• Transport de la phase solide

• Résultats

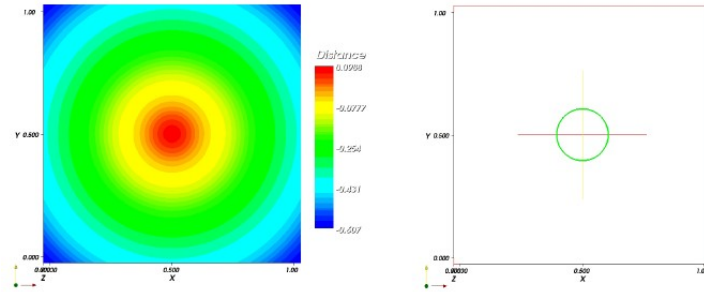
➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

Description et transport de la phase solide

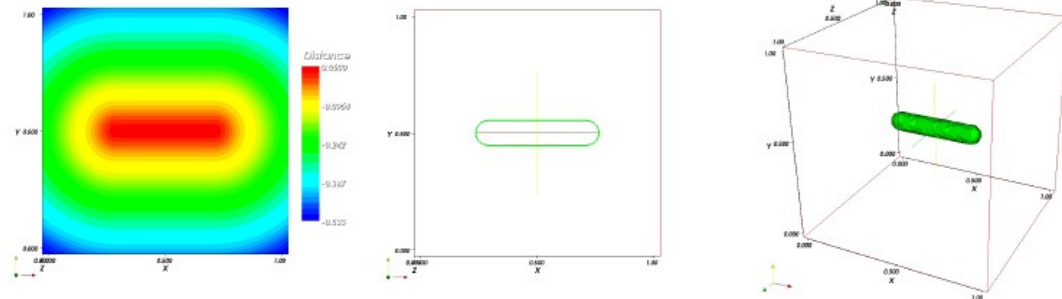
Exemples:

Sphère



$$\forall \vec{x} \in \Omega \quad \alpha_s(\vec{x}) = R - d_{\vec{X}}(\vec{x})$$

Bâtonnet



$$\alpha_s(\vec{x}) = \begin{cases} R - \|\vec{x} - (\vec{X} + \frac{L}{2}\vec{p})\| & (\vec{x} \cdot \vec{p}) > \frac{L}{2} \\ R - \|\vec{x} - (\vec{X} + (\vec{x} \cdot \vec{p})\vec{p})\| & -\frac{L}{2} < (\vec{x} \cdot \vec{p}) < \frac{L}{2} \\ R - \|\vec{x} - (\vec{X} - \frac{L}{2}\vec{p})\| & (\vec{x} \cdot \vec{p}) < -\frac{L}{2} \end{cases}$$

➤ Problème à 1 particule

• Approche multi-domaines

• Description de la phase solide

• Formulation forte/faible

• Discrétisation

• Transport de la phase solide

• Résultats

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

Formulation

□ Formulation forte équivalente sur le domaine total:

$$\nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} = 0 \quad \underline{\underline{\sigma}} = -p \underline{\underline{Id}} + 2\eta_f \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}) + \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{\lambda}) \mathbb{I}_{\Omega_s}(\vec{x})$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0$$

$$\nabla \cdot (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u})) = \vec{0} \quad \text{dans } \Omega_s \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}) \cdot \vec{n} = \vec{0} \quad \text{sur } \partial\Omega_s$$

■ Lagrangien augmenté : Formulation variationnelle sur $H^1(\Omega)^3 \times \mathcal{Q}$:

- trouver $(\vec{u}_k, p_k) \in H^1(\Omega)^3 \times \mathcal{Q}$ tels que pour tout $(\vec{v}, q) \in H^1(\Omega)^3 \times \mathcal{Q}$ on ait :

$$-\int_{\Omega_s} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{\lambda}_k) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{v}) \, d\Omega = 2 \int_{\Omega} \eta (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}_k) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{v})) \, d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \vec{v} \, d\Omega \quad (2.42)$$

$$0 = \int_{\Omega} q \nabla \cdot \vec{u}_k \, d\Omega \quad (2.43)$$

$$\vec{u}_k = \vec{u}_{\Gamma} \quad \text{sur } \Gamma \cap \partial\Omega_{Dir} \quad (2.44)$$

$$\vec{\lambda}_{k+1} = \vec{\lambda}_k + \rho \mathbb{I}_{\Omega_s} \vec{u}_k \quad 0 < \rho < 4\eta_s \quad (2.45)$$

- Critère d'arrêt : lorsque

$$\int_{\Omega_s} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}_k) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}_k) \, d\Omega < \epsilon \quad \text{avec} \quad \epsilon \ll 1.$$

➤ Problème à 1 particule

• Approche multi-domaines

• Description de la phase solide

• Formulation forte/faible

• Discrétisation

• Transport de la phase solide

• Résultats

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

Transport de la phase solide

□ Transport lagrangien: méthode explicite

➤ Problème à 1 particule

- Approche multi-domaines

- Description de la phase solide

- Formulation forte/faible

- Discrétisation

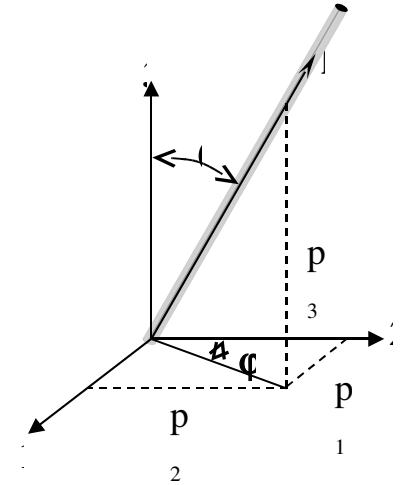
- **Transport de la phase solide**

- Résultats

Position des centres:

$$\vec{U}^n = \vec{u}(\vec{X}(t^n), t^n)$$

$$\vec{X}(t^{n+1}) = \vec{X}(t^n) + \vec{U}^n \Delta t$$



Orientation:

$$\vec{p}^* = \vec{p}(t^n) + \underline{\underline{\Omega}}(\vec{u}(\vec{X}(t^n), t^n)) \cdot \vec{p}(t^n)$$

$$\vec{p}(t^{n+1}) = \frac{\vec{p}^*}{\|\vec{p}^*\|}$$

□ Calcul de la fonction caractéristique à $t + Dt \rightarrow$ pas de déformation

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

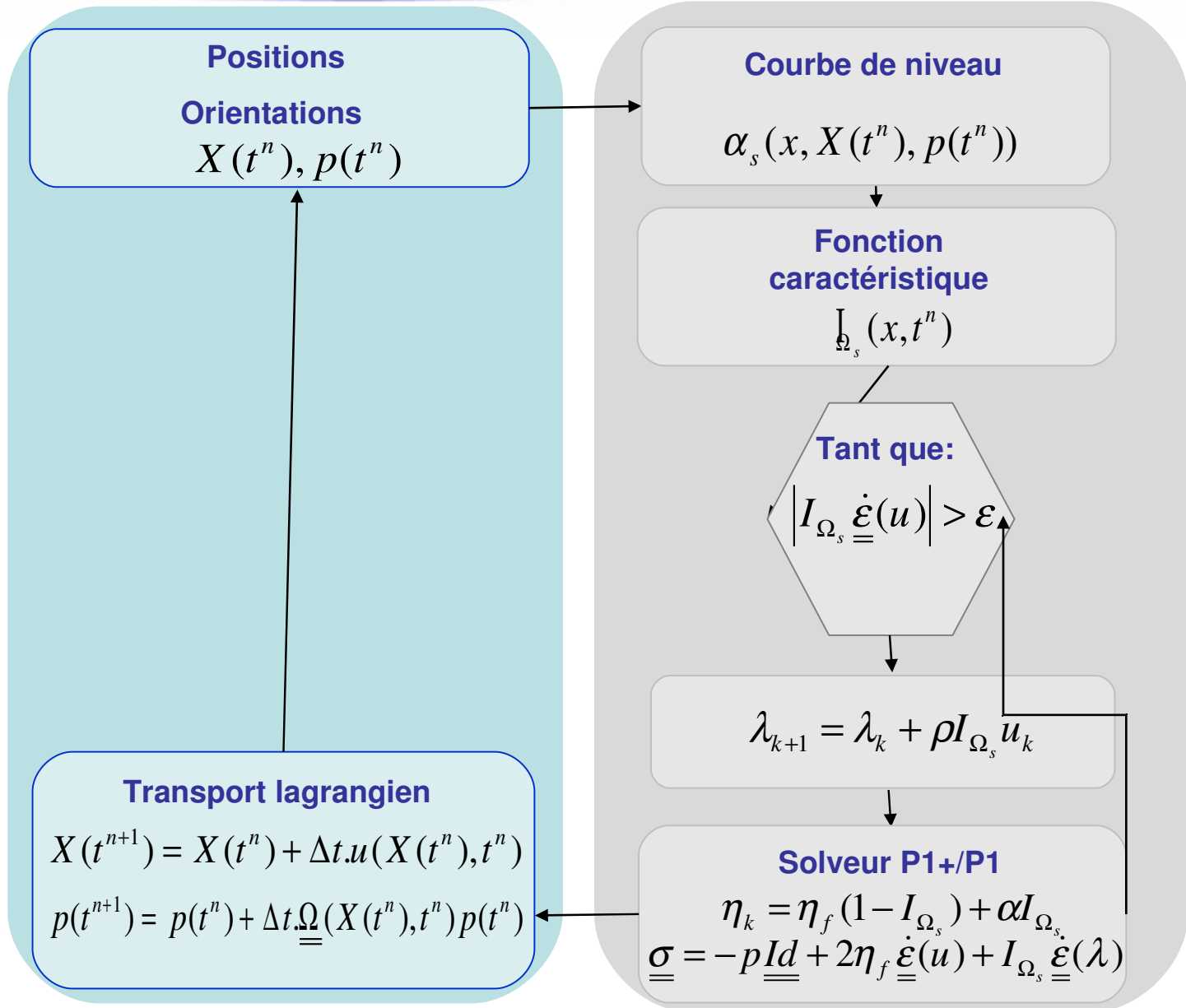
Méthode numérique

➤ Problème à 1 particule

- Approche multi-domaines
- Description de la phase solide
- Formulation forte/faible
- Discrétisation
- Transport de la phase solide
- Résultats

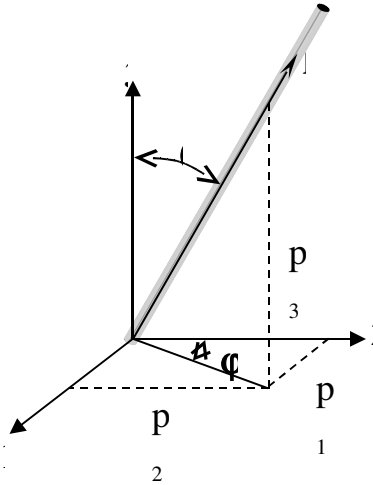
➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique



Modélisation de l'orientation des fibres

□ Equation de Jeffery (1922)



-Fluide newtonien

Particule ellipsoïdale (L,D) rigide loin des bords

$$\frac{Dp}{Dt} = \underline{\underline{\Omega}} \vec{p} + \lambda \left(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} \vec{p} - (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}} : \vec{p} \otimes \vec{p}) \vec{p} \right)$$

$\underline{\underline{\Omega}}$	tenseur taux de rotation
$\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}$	taux de déformation
β	rapport de forme
λ	$\frac{\beta^2 - 1}{\beta^2 + 1}$

$$p_i^{th}(t^{n+1}) = p_i^{th}(t^n) + \Delta t \left[(\underline{\underline{\Omega}}(\vec{u}) \vec{p}^{th}(t^n))_i + \lambda \left(((\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}) \vec{p}^{th}(t^n))_i - (\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}(\vec{u}) : \vec{p} \otimes \vec{p})(t_n) p_i^{th}(t^n)) \right) \right]$$

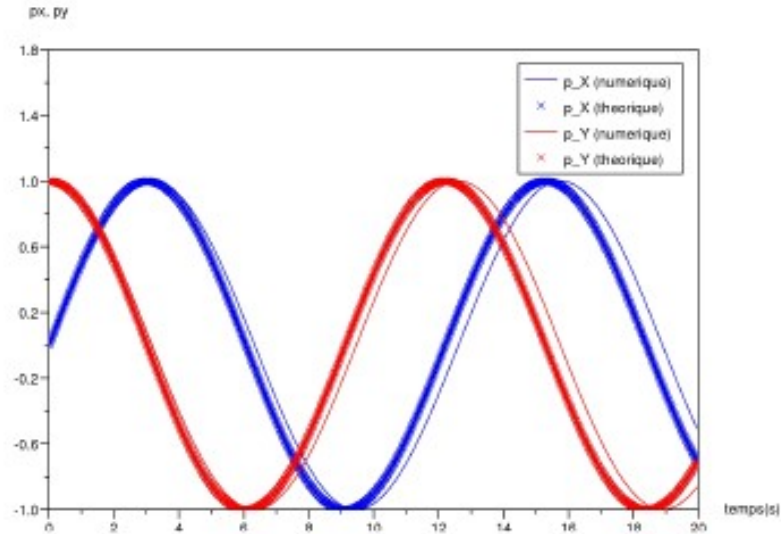
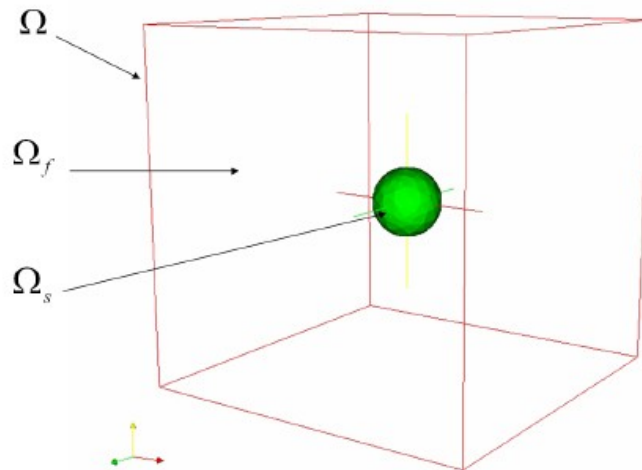
- Problème à 1 particule
- Approche multi-domaines
- Description de la phase solide
- Formulation forte/faible
- Discrétisation
- Transport de la phase solide
- Résultats

➤ Problème à N particules

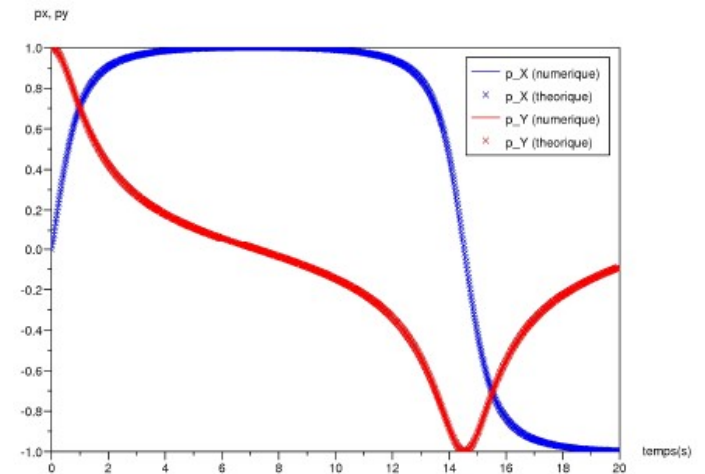
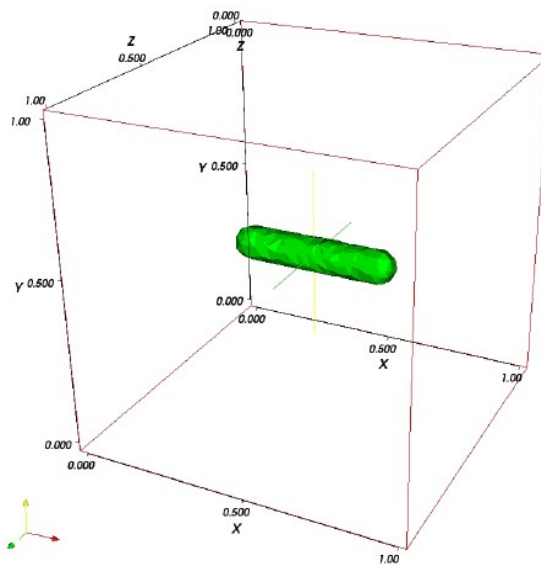
➤ Rhéologie numérique

Résultats

□ Rotation 1 sphère:



□ Rotation 1 fibre (plan de cisaillement): rapport de forme équivalent



- Problème à 1 particule
- Approche multi-domaines
- Description de la phase solide
- Formulation forte/faible
- Discrétisation
- Transport de la phase solide
- Résultats

- Problème à N particules
- Rhéologie numérique

Résultats

□ Rotation 1 fibre (perpendiculaire au plan de cisaillement):

➤ Problème à 1 particule

- Approche multi-domaines

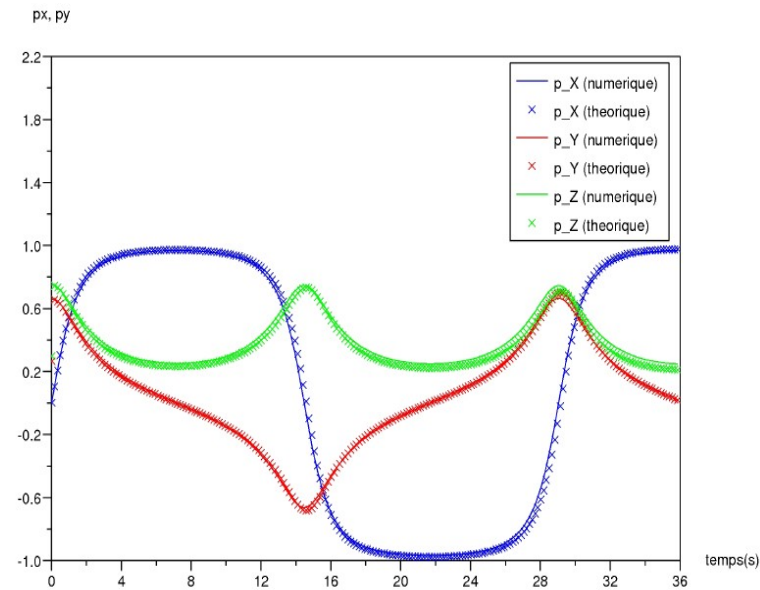
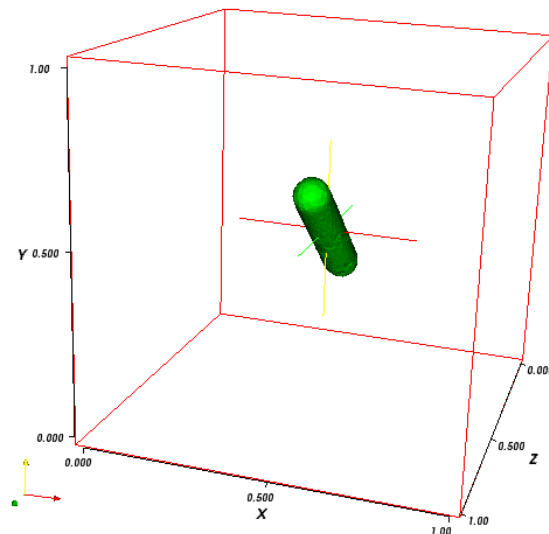
- Description de la phase solide

- Formulation forte/faible

- Discrétisation

- Transport de la phase solide

- Résultats



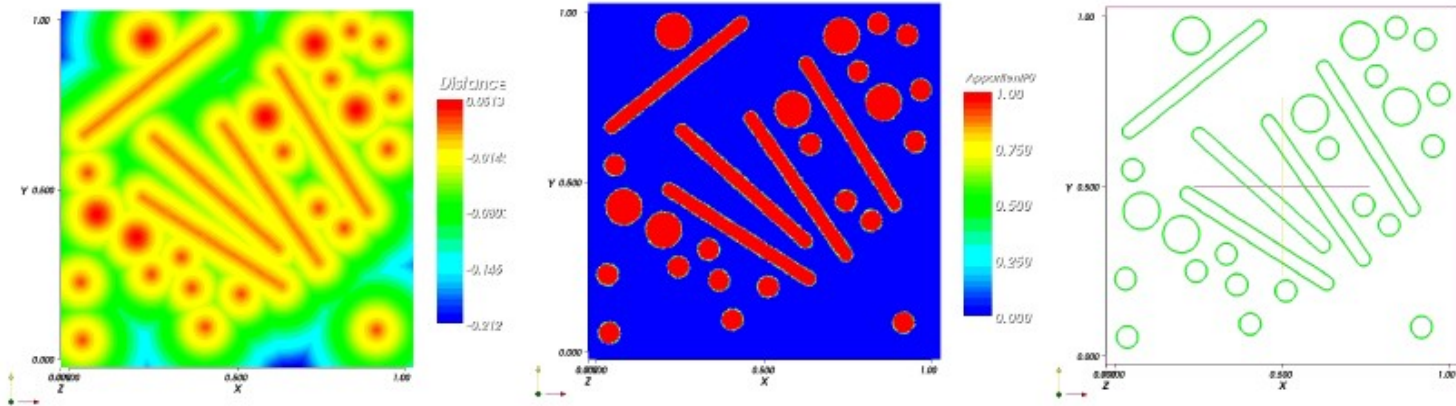
➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

Problème à N particules

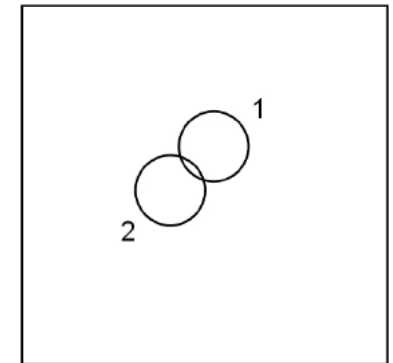
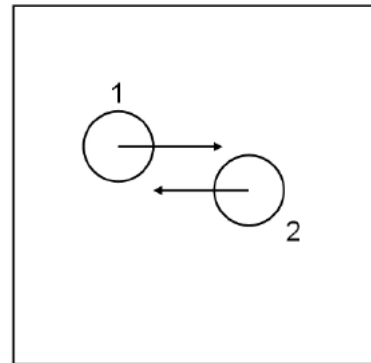
□ Description de la phase solide

$$\Omega_s = \bigcup_{i=1}^N \Omega_s^i \quad \forall \vec{x} \in \Omega \quad \alpha_s(\vec{x}) = \max_{i=1 \dots N} \alpha_s^i(\vec{x})$$



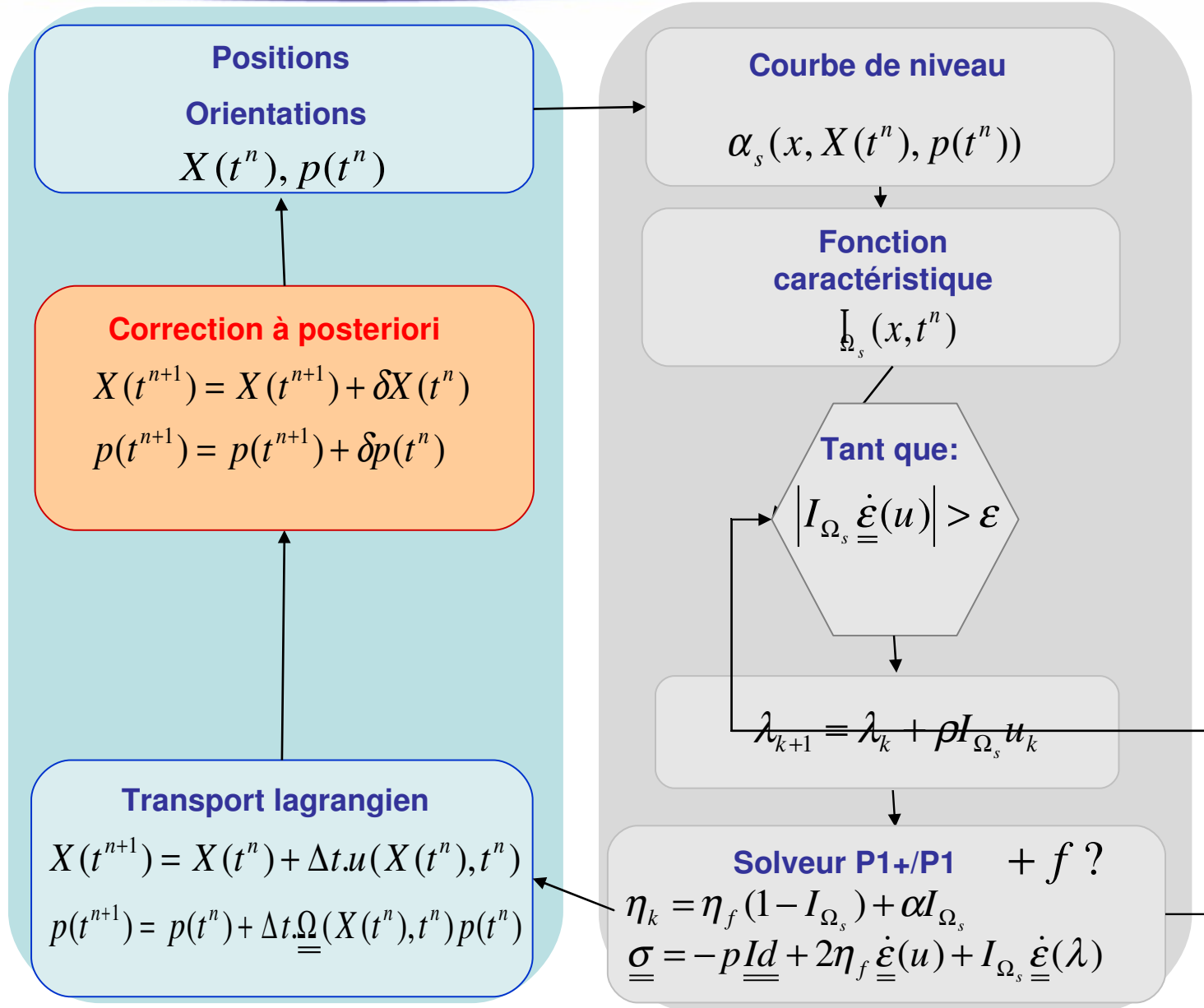
□ Transport: problème de recouvrement de particules:

$$\vec{X}(t^{n+1}) = \vec{X}(t^n) + \vec{U}^n \Delta t \quad \rightarrow$$



Gestion des collisions

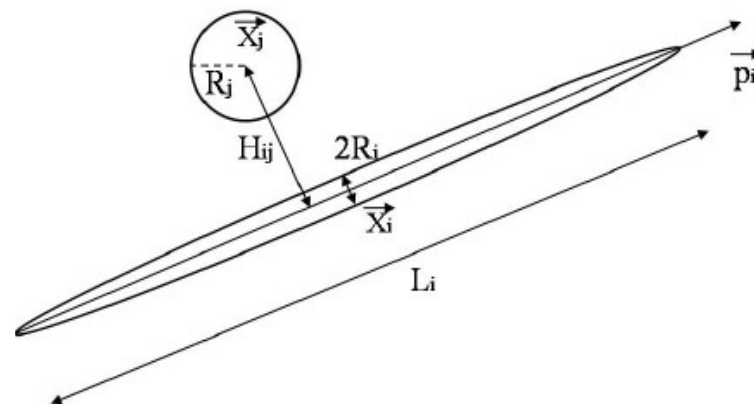
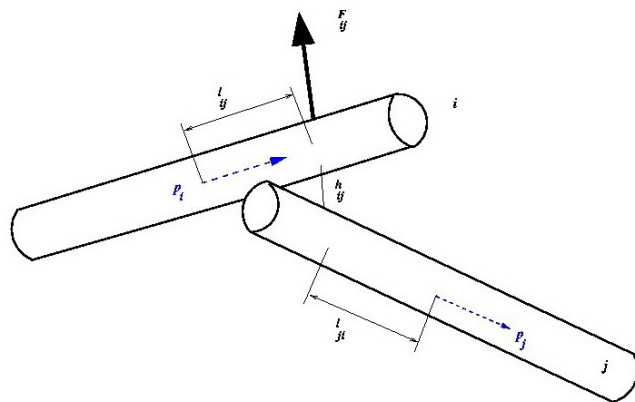
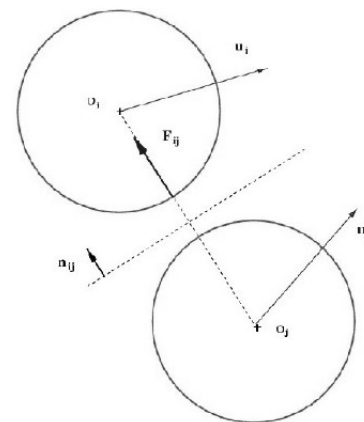
- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Fonction caractéristique
- **Gestion des collisions**
- Générateur de microstructure
- Résultats
- Rhéologie numérique



Gestion des collisions

Interaction particule-particule:

$$\vec{F}_{j \rightarrow i} = \begin{cases} K \left(1 - \frac{D_{ij}}{d_{lim}}\right)^2 \vec{n}_{j \rightarrow i} & \text{si } D_{ij} < d_{lim} \\ \vec{0} & \text{sinon} \end{cases}$$



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

• Fonction caractéristique

• Gestion des collisions

• Générateur de microstructure

• Résultats

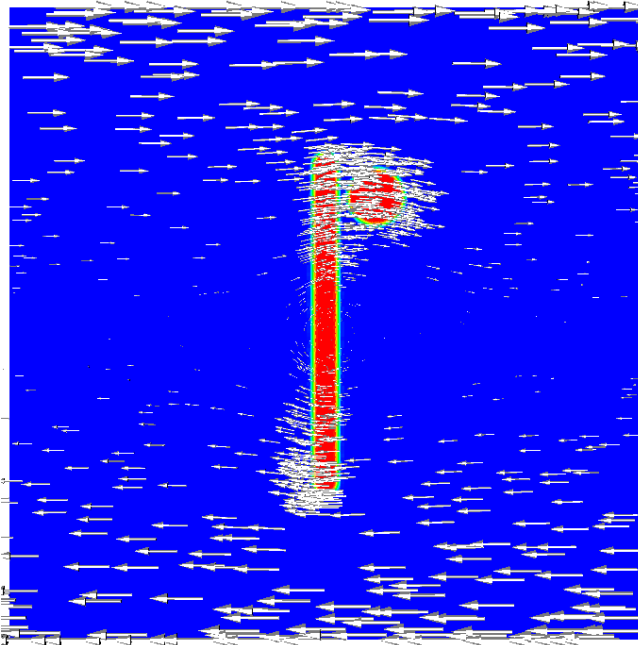
➤ Rhéologie numérique

Gestion des collisions

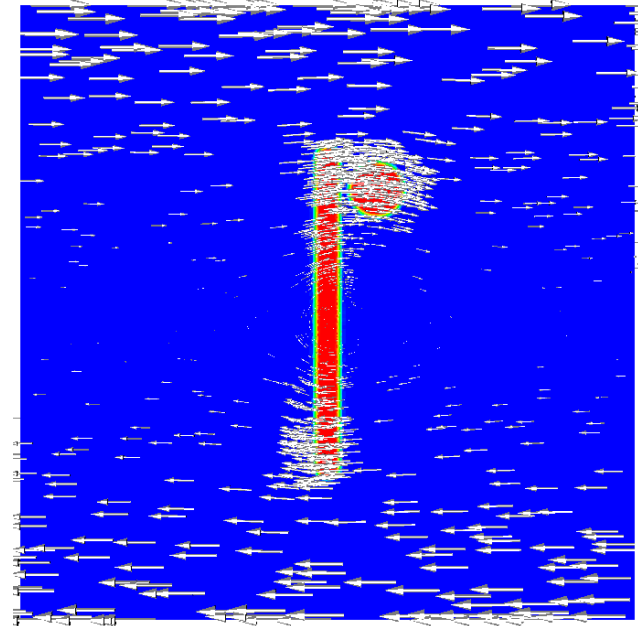
□ Calcul des corrections:

$$\delta \vec{X}_i(t^n) = \frac{\vec{F}_i^{nh}(t^n)}{M_i} \Delta t^2$$

$$\delta \vec{p}_i(t^n) = \Delta t^2 \left[\underline{\underline{J}}_i^{-1} \left(\vec{\Gamma}_i^{nh}(t^n) - \vec{\omega}(t^n) \times (\underline{\underline{J}}_i \vec{\omega}(t^n)) \right) \times \vec{p}_i(t^n) + \vec{\omega}(t^n) \times (\vec{\omega}(t^n) \times \vec{p}_i(t^n)) \right]$$



➤ Correction faible (K=0.1 – d = 0.01)

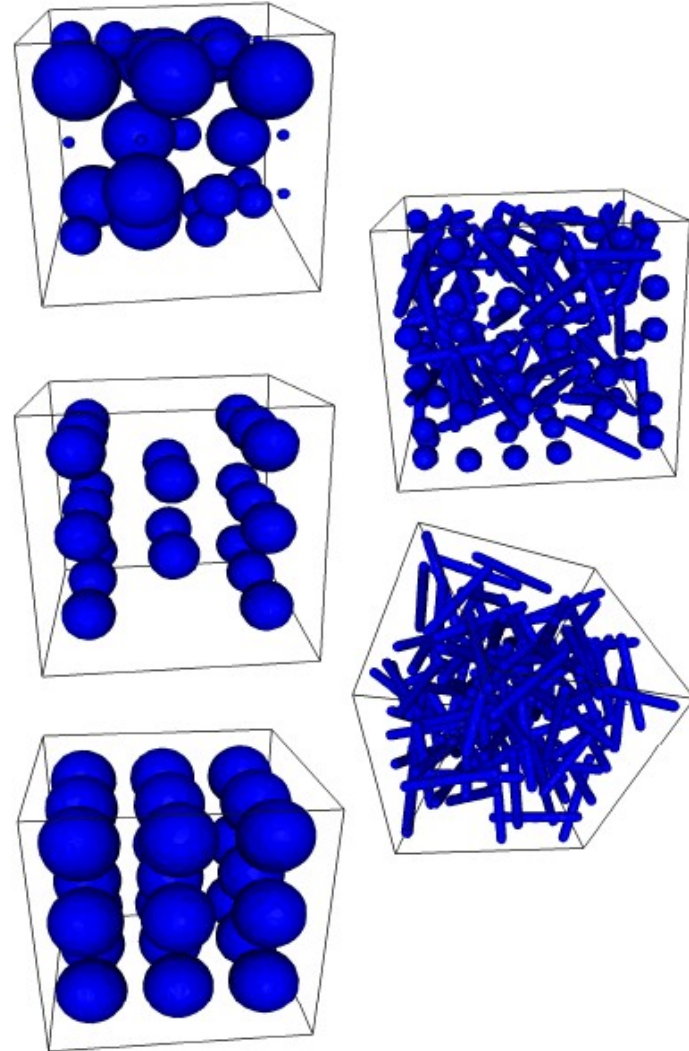


➤ Correction forte (K=0.5 – d = 0.01)

Générateur de microstructure

□ Génération d'une microstructure à partir d'une description macroscopique

- Nombre de particules par population
- Positionnement initial sur un réseau ordonné (CC ou CFC)
- Perturbation initiale aléatoire
- Non recouvrement: déplacement par collisions



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

• Fonction caractéristique

• Gestion des collisions

• Générateur de microstructure

• Résultats

➤ Rhéologie numérique

Résultats

□ Perturbation rotation d'une fibre en présence de sphères

➤ Problème à 1 particule

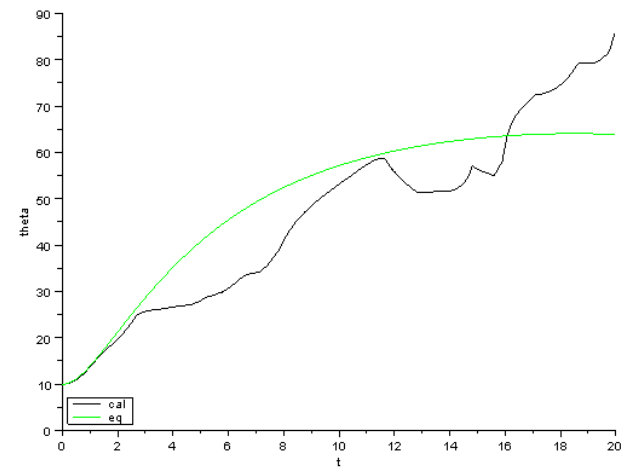
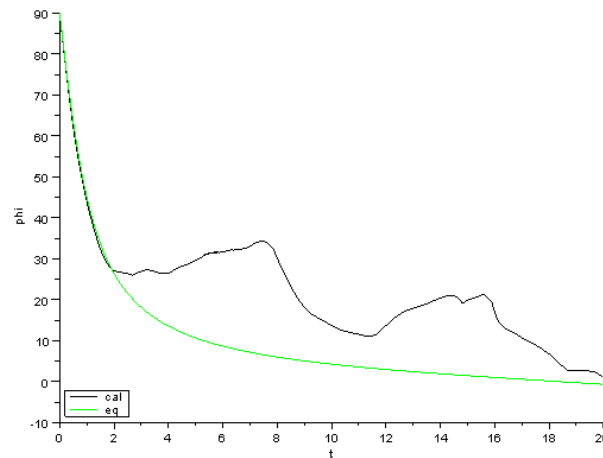
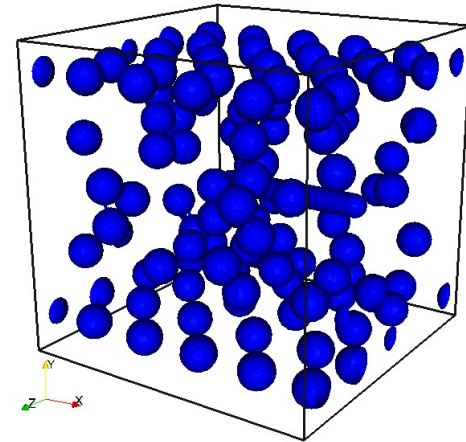
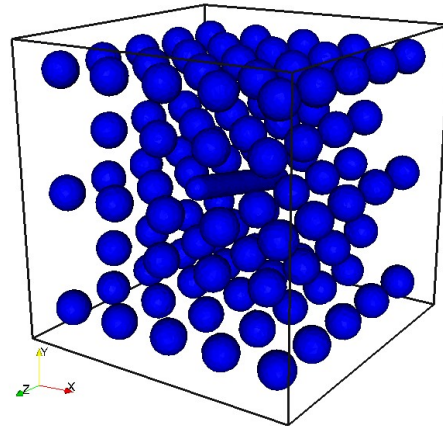
➤ Problème à N particules

• Fonction caractéristique

• Gestion des collisions

• Générateur de microstructure

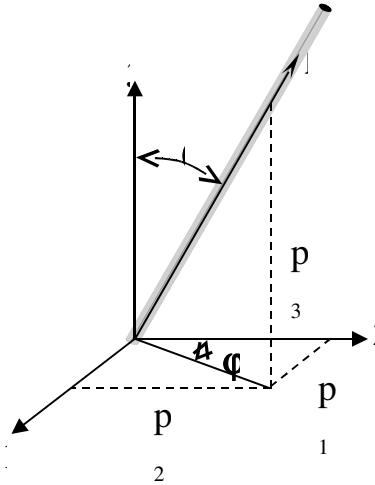
• Résultats



➤ Rhéologie numérique

Modélisation de l'orientation des fibres

□ Définition statistique



Fonction de distribution $\psi(p, t)$

Équation d'évolution de Fokker Planck



Tenseurs d'orientation

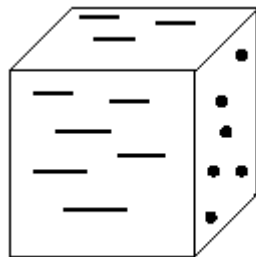
$$a_{ij} = \int_p \psi(p) p_i p_j dp \quad a_{ijkl} = \int_p \psi(p) p_i p_j p_k p_l dp$$

□ Définition discrète (N particules)

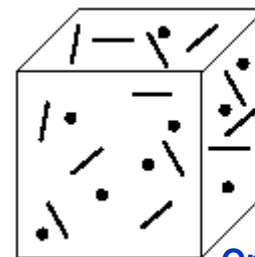
$$\underline{\underline{a}}_2 = \frac{1}{N} \sum_i \vec{p}_i \otimes \vec{p}_i$$

$$\underline{\underline{a}}_4 = \frac{1}{N} \sum_i \vec{p}_i \otimes \vec{p}_i \otimes \vec{p}_i \otimes \vec{p}_i$$

□ Interprétation physique du tenseur d'orientation



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$A = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Orientation unidirectionnelle

Orientation isotrope

➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de comportement

• Homogénéisation

• Effets de bords

• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Modélisation de l'orientation des fibres

□ Orientation macroscopique d'une population de fibres [Folgar et Tucker 1984]

$$\frac{Da_{\underline{\underline{2}}}}{Dt} = \underline{\underline{\Omega}}a_{\underline{\underline{2}}} - a_{\underline{\underline{2}}}\underline{\underline{\Omega}} + \lambda(\dot{a}_{\underline{\underline{2}}} + a_{\underline{\underline{2}}}\dot{\underline{\underline{\varepsilon}}} - 2\underline{\underline{\varepsilon}} : a_{\underline{\underline{4}}}) + \underbrace{2C_I \dot{\underline{\underline{\varepsilon}}}(I_d - 3a_{\underline{\underline{2}}})}_{\text{Interaction entre fibres}}$$

C_I → Coefficient d'interaction

Interaction entre fibres

$$\left. \begin{array}{l} a_{\underline{\underline{2}}} = f(a_{\underline{\underline{4}}}) \\ a_{\underline{\underline{4}}} = f(a_{\underline{\underline{6}}}) \\ a_{\underline{\underline{2n}}} = f(a_{\underline{\underline{2n+2}}}) \end{array} \right\} \text{Approximation de fermeture} \longrightarrow a_{\underline{\underline{4}}} = F(a_{\underline{\underline{2}}})$$

- Linéaire
- Quadratique
- Hybride
- Orthotropes

- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- Suspension de fibres

Couplage rhéologie orientation

- Expression générale du tenseur des contraintes macroscopiques (fluide newtonien)

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underbrace{-p\underline{\underline{I}}_d + 2\underline{\underline{\eta}}\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}_{\text{Contribution de la matrice fluide}} + \underbrace{\underline{\underline{\Sigma}}_p}_{\text{Contribution des particules solides}}$$

- Suspensions de sphères (concentration constante, répartition homogène) [Krieger & Dougherty ,1959]

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}}_d + 2\underline{\underline{\eta}}_{eff}\dot{\underline{\underline{\epsilon}}} \quad \rightarrow \quad \eta_{eff} = \eta \left(1 - \frac{\varphi}{\varphi_c} \right)^{-2.5\varphi_c}$$

- Expression générique d'une loi de comportement pour les matériaux chargés [Tucker ,1991]

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p\underline{\underline{I}}_d + 2\underline{\underline{\eta}}_I [\dot{\underline{\underline{\epsilon}}} + N_p \dot{\underline{\underline{\epsilon}}} : \underline{\underline{a}}_4 + N_s (\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}\underline{\underline{a}}_2 + \underline{\underline{a}}_2 \dot{\underline{\underline{\epsilon}}})]$$

Homogénéisation

□ Méthode générale: homogénéisation numérique $\langle X \rangle_{\tilde{\Omega}} = \frac{1}{|\tilde{\Omega}|} \int_{\tilde{\Omega}} X d\tilde{\Omega}$

$$\langle \underline{\sigma}_{xy}^{num} \rangle_{\tilde{\Omega}} = 2\eta_f \langle \underline{\dot{\epsilon}}_{xy} \rangle_{\tilde{\Omega} \cap \Omega_f} + \langle \underline{\dot{\epsilon}}_{xy} (\vec{\lambda}_s) \rangle_{\tilde{\Omega} \cap \Omega_s}$$

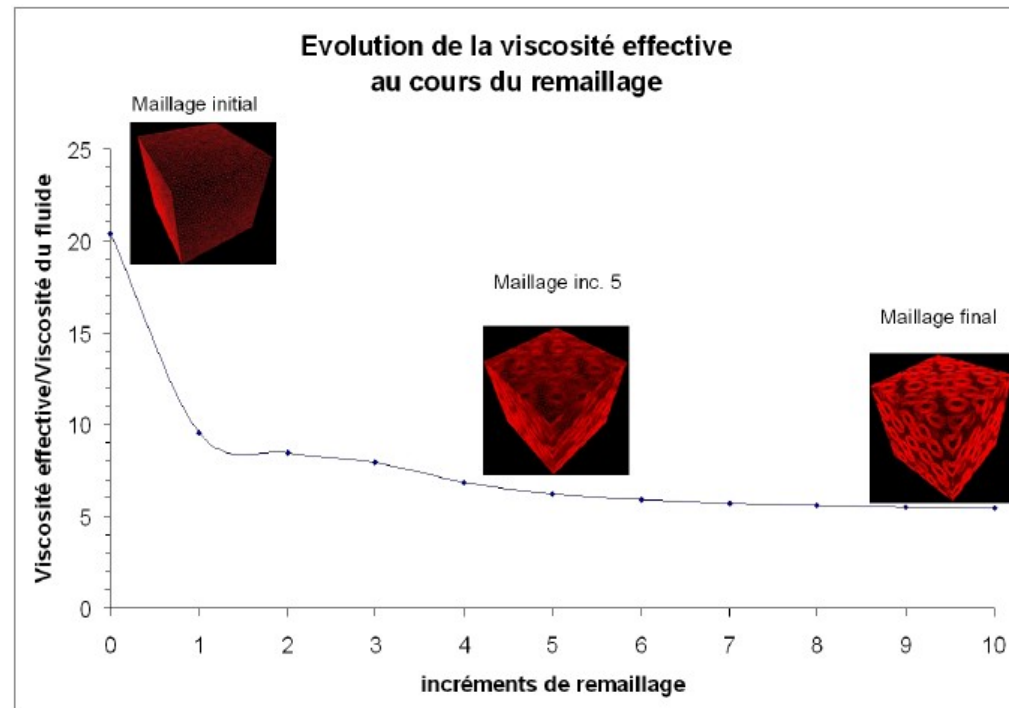
$$\langle \underline{\sigma}_{xy}^{th} \rangle_{\tilde{\Omega}} = 2\eta_{eff} \langle \underline{\dot{\epsilon}}_{xy} \rangle_{\tilde{\Omega} \cap \Omega_f}$$

□ Remaillage impératif:

□ h-adaptation

□ suspension de sphères (27.2%)

□ forte influence



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de comportement

• Homogénéisation

• Effets de bords

• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Effets de bords

❑ Effets de bords:

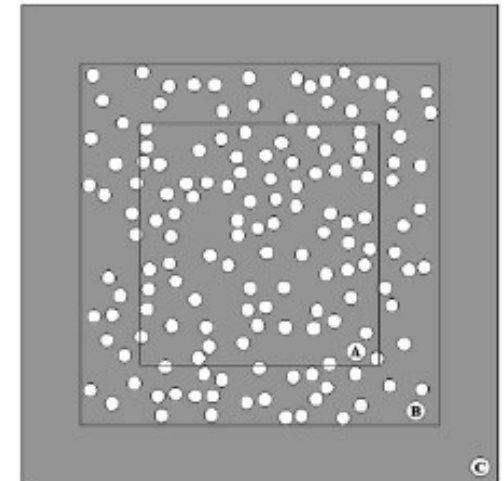
- ❑ Surestimation de la contrainte au voisinage des parois
- ❑ formations d'amas à proximité des parois

❑ ? Conditions limites périodique:

- ❑ Conditions limites de Lee-Edwards (cisaillement)
Traitée numériquement comme une contrainte (multiplicateur de Lagrange)
- ❑ difficultés numériques: 3D, parallélisation

❑ ? Méthode de fenêtrage:

- ❑ Augmentation de la taille du domaine
- ❑ Coût élevé en 3D

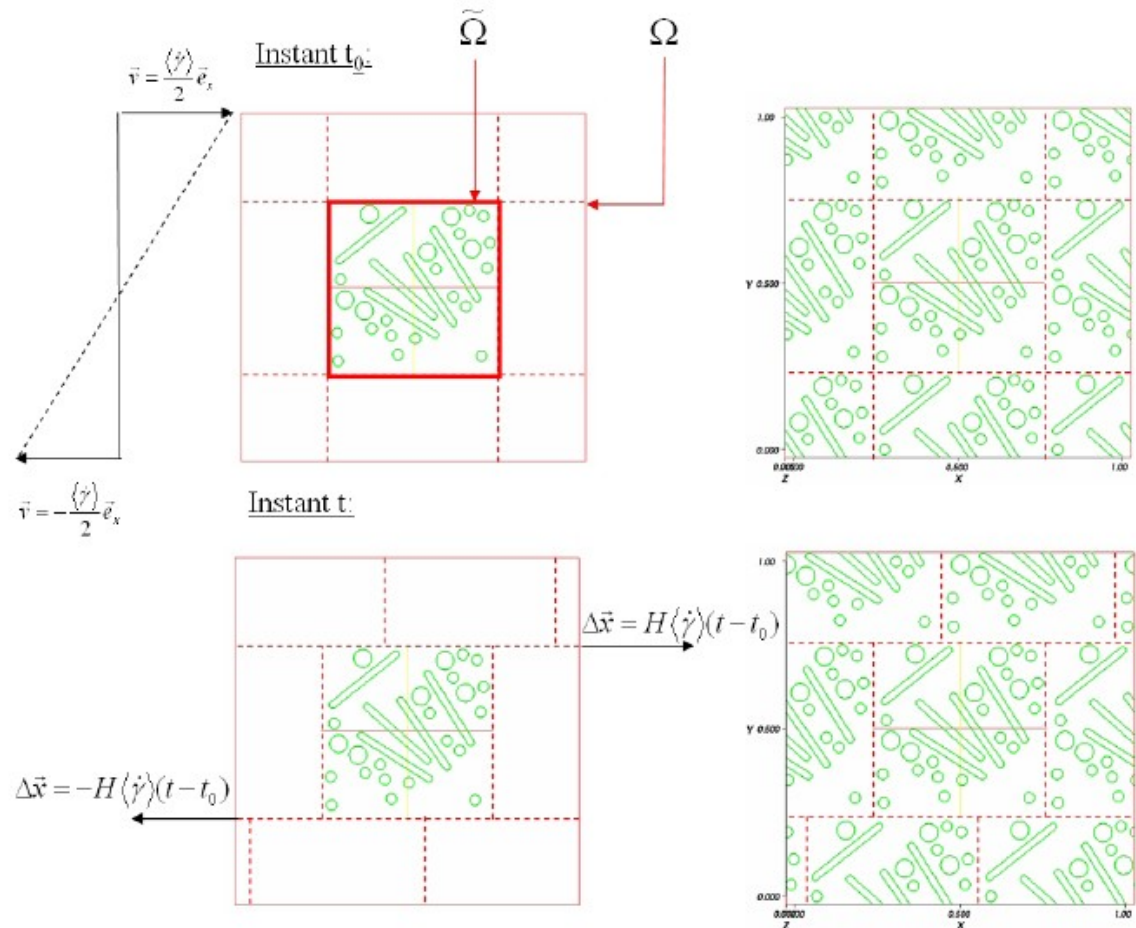


D'Avino et al.(2007)

Effets de bords

❑ Méthode de fenêtrage périodique:

❑ Compromis entre les deux



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de comportement

• Homogénéisation

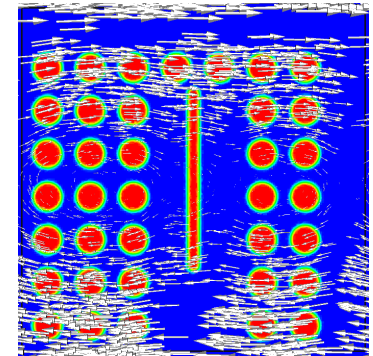
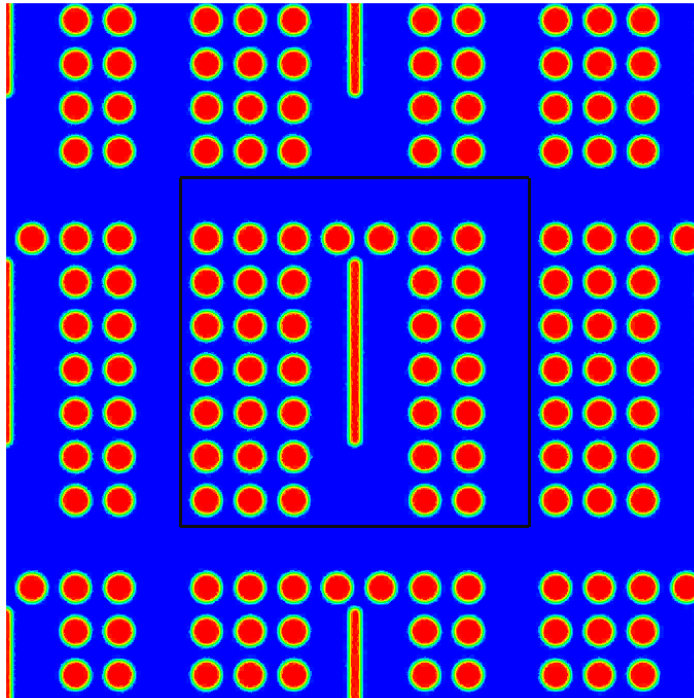
• Effets de bords

• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Effets de bords

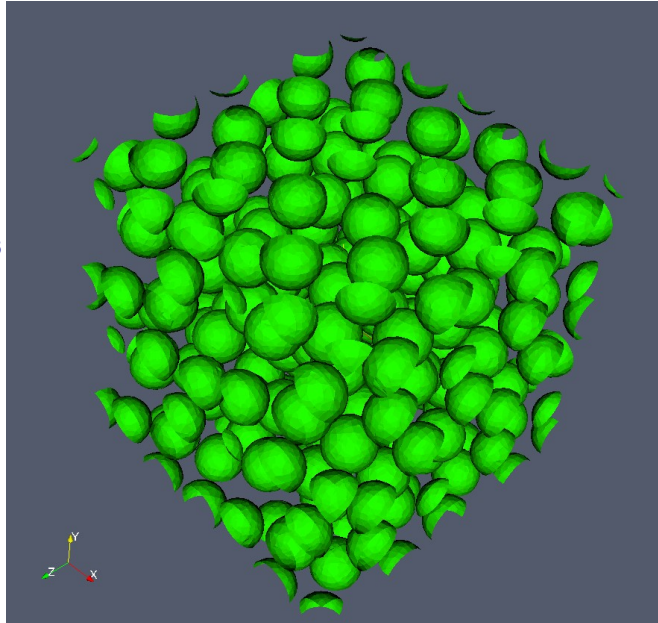
□ Illustration:



- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- Suspension de fibres

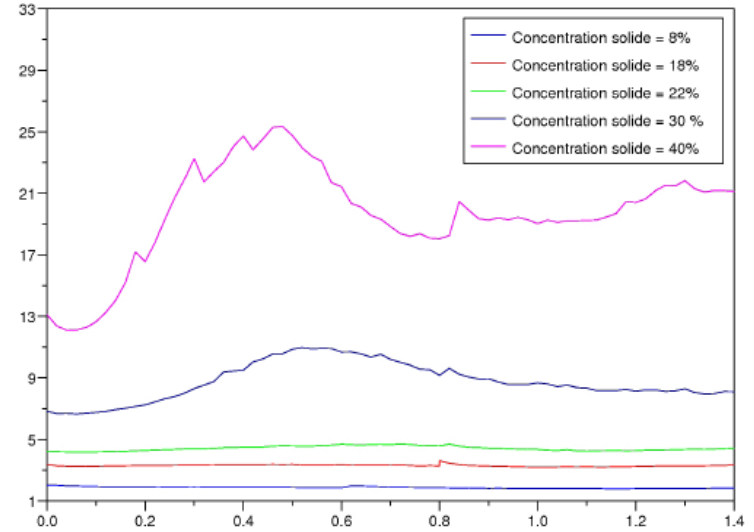
Suspensions de sphères

Fluctuations de viscosité

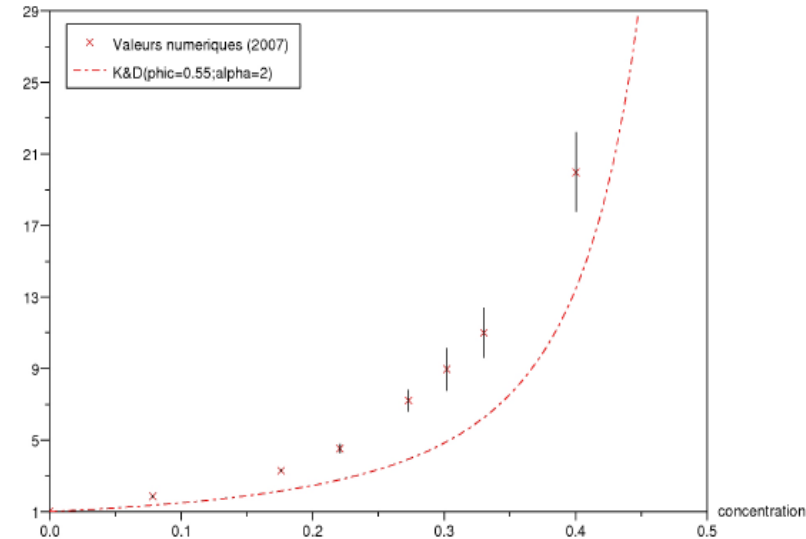


eta effective/eta fluide

Evolution de la viscosite apparente au cours du temps



eta effective/eta fluide



- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- Suspension de fibres

Suspensions de fibres

□ Suspension de fibres (5%, rapport de forme =5)

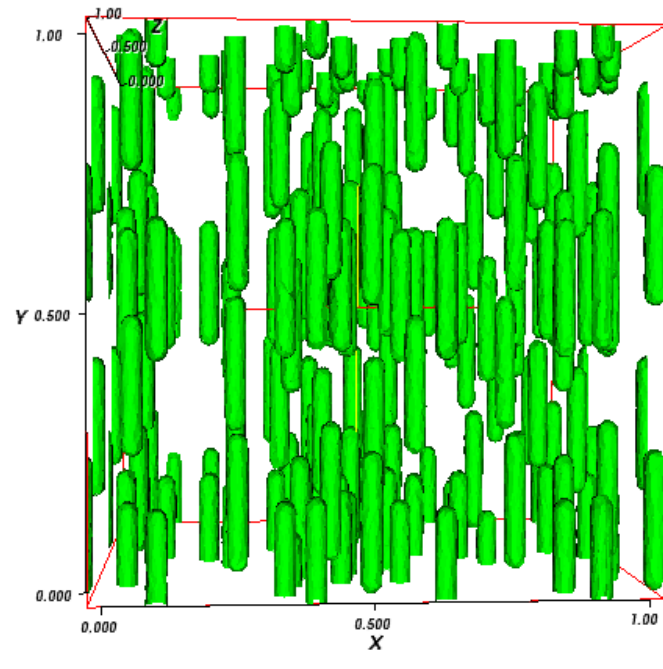
□ $\Delta t = 0.01s$, Orientation initiale O_y
, taux de cisaillement $1 s^{-1}$

□ Calcul direct des tenseurs
d'orientation

□ Relations de fermetures

□ Loi de comportement

□ Dynamique des tenseurs
d'orientation



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de
comportement

• Homogénéisation

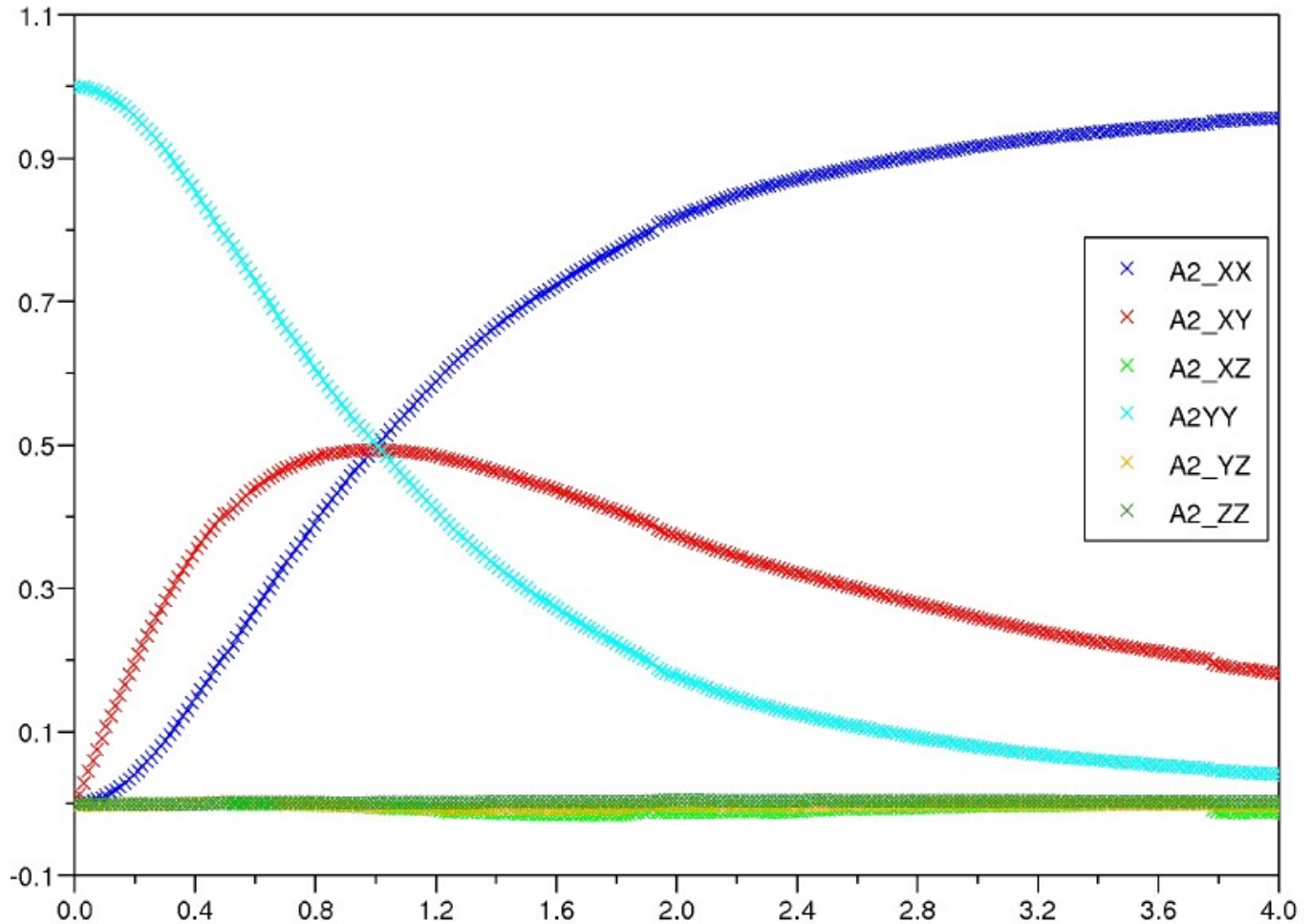
• Effets de bords

• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Suspensions de fibres

Evolution du tenseur d'orientation d'ordre 2:

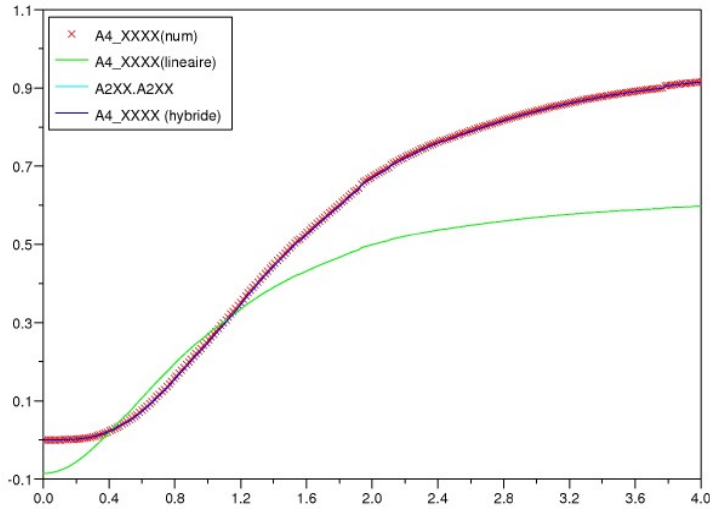


- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- **Suspension de fibres**

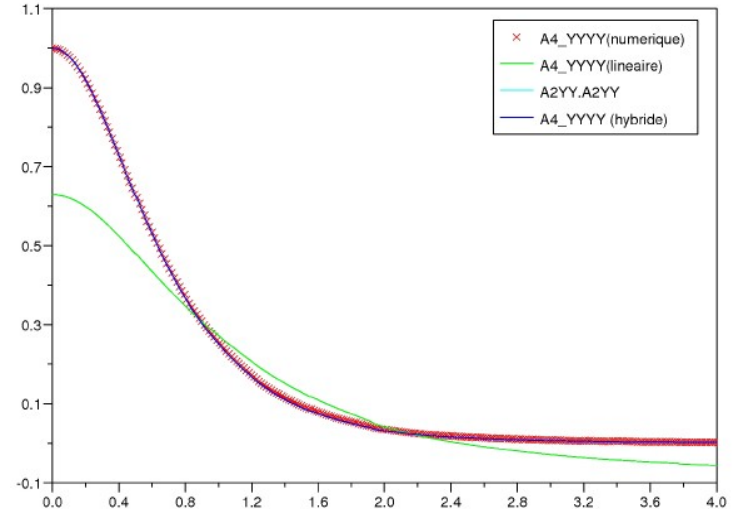
Suspensions de fibres

□ Relations de fermeture: $\underline{a}_4 = f(\underline{a}_2)$

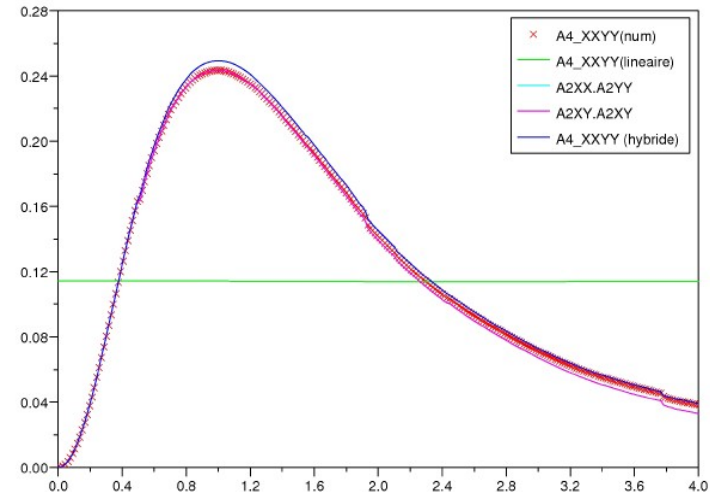
A4_XXXX



A4_YYYY



A4_XXYY



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de comportement

• Homogénéisation

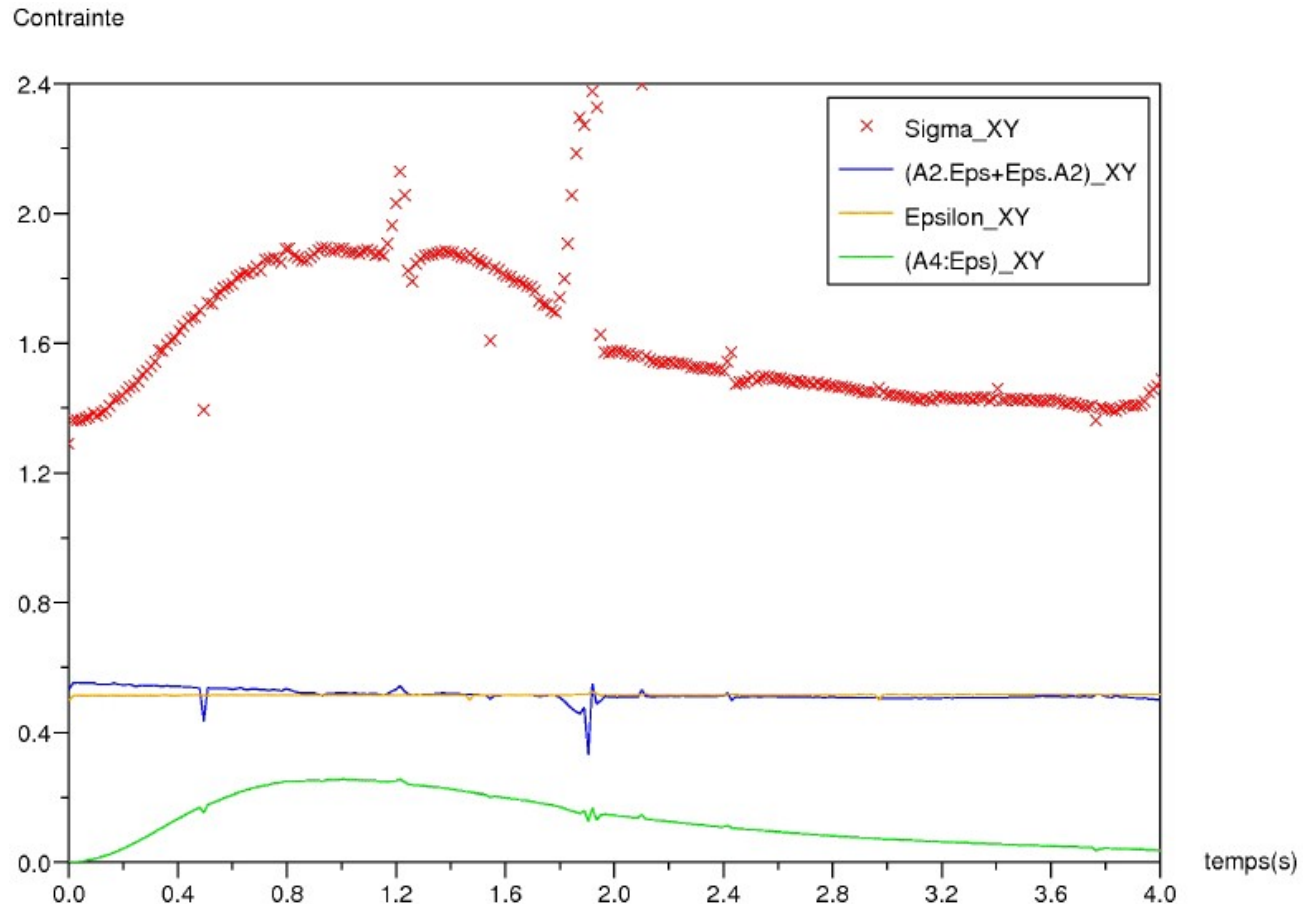
• Effets de bords

• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Suspensions de fibres

Loi de comportement:



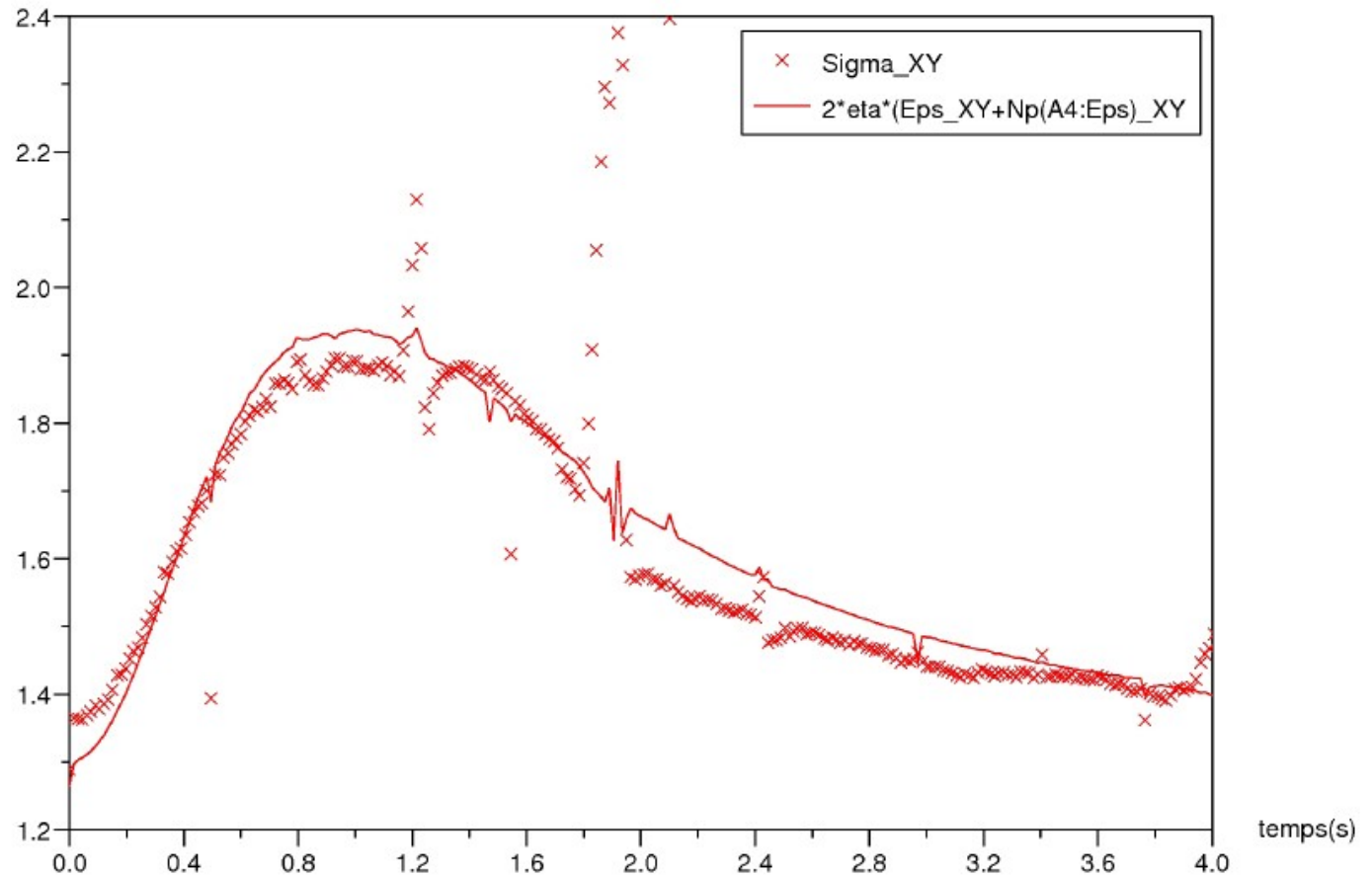
Sauts numériques

Pas de perturbation durable du comportement

- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- Suspension de fibres

Suspensions de fibres

Loi de comportement:



Moindres carrés

$\eta_{\text{eff}} = 1.26 - N_p = 0.98$

- Bibliographie
- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Rhéologie numérique
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- **Suspension de fibres**

Suspensions de fibres

□ Dynamique: comparaison à Folgar et Tucker

□ résultat théorique:

$$\frac{\underline{\underline{a_2}}^{n+1} - \underline{\underline{a_2}}^n}{\Delta t} = (\underline{\underline{\Omega}}^n \underline{\underline{a_2}}^n - \underline{\underline{a_2}}^n \underline{\underline{\Omega}}^n) + \lambda(\underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^n \underline{\underline{a_2}}^n + \underline{\underline{a_2}}^n \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^n - \underline{\underline{a_4}}^n : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^n) + \underbrace{2C_i \dot{\gamma}^n}_{D_r} (\underline{\underline{I}} - 3\underline{\underline{a_2}}^n)$$

□ coefficient C_i optimal → méthode de moindres carrés

➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de comportement

• Homogénéisation

• Effets de bords

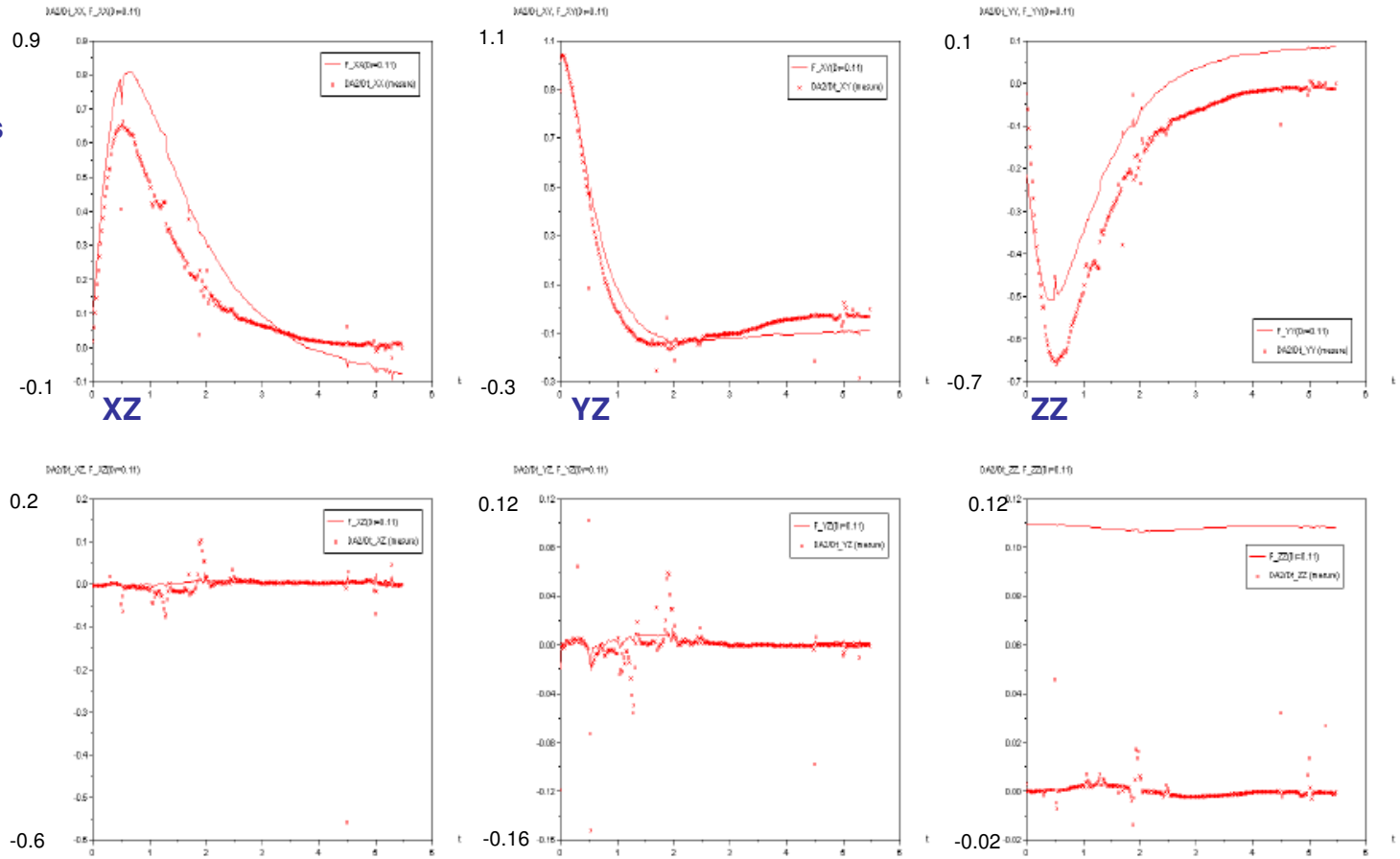
• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Suspensions de fibres

□ Dynamique: comparaison à Folgar et Tucker (Ci = 0.11)

□ Surestimation de la composante ZZ par le modèle



➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

• Modèles de comportement

• Homogénéisation

• Effets de bords

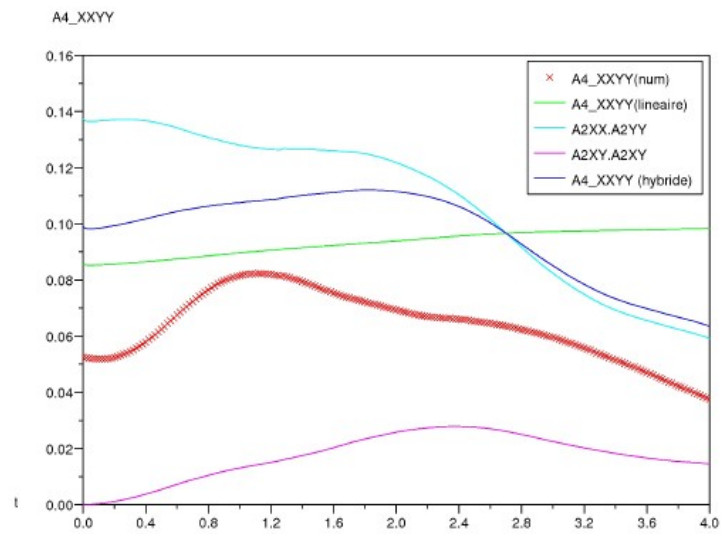
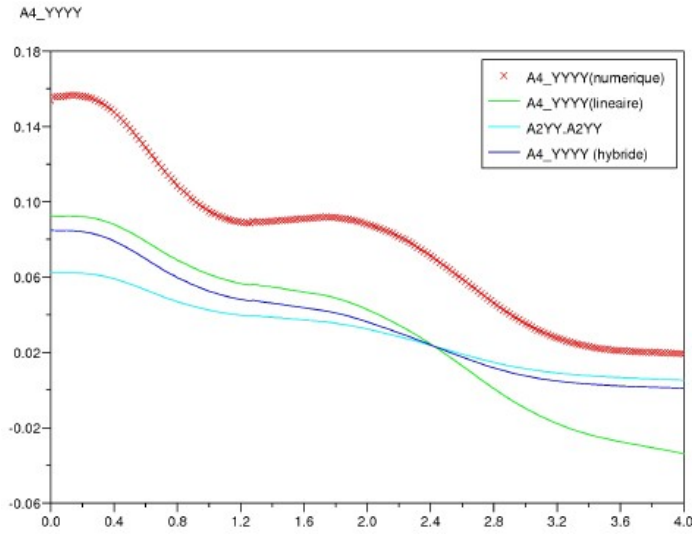
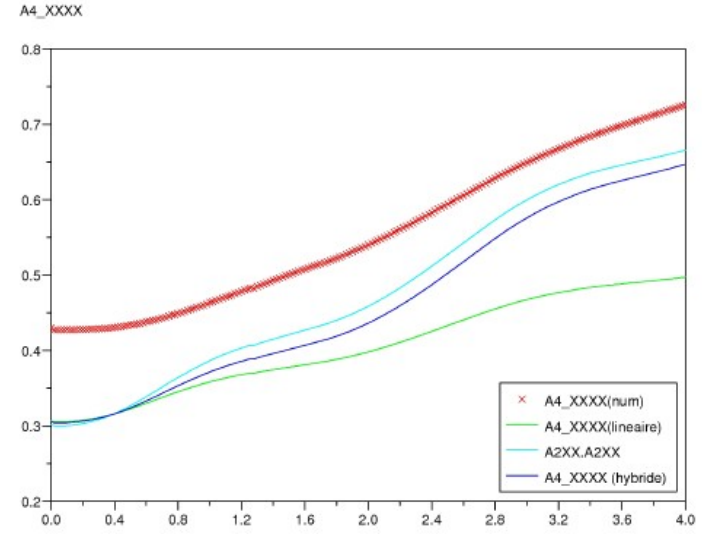
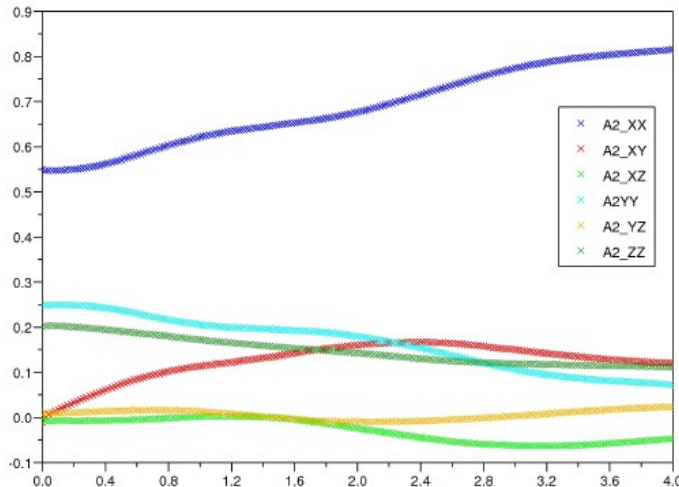
• Suspension de sphères

• Suspension de fibres

Suspensions de fibres

□ Suspension de fibres sans orientation initiale

□ $\eta_{\text{eff}} = 1.21 - Np = 1.02$



- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- Suspension de fibres

Suspensions de fibres

□ Dynamique: comparaison à Folgar et Tucker ($C_i = 0.064$)

➤ Problème à 1 particule

➤ Problème à N particules

➤ Rhéologie numérique

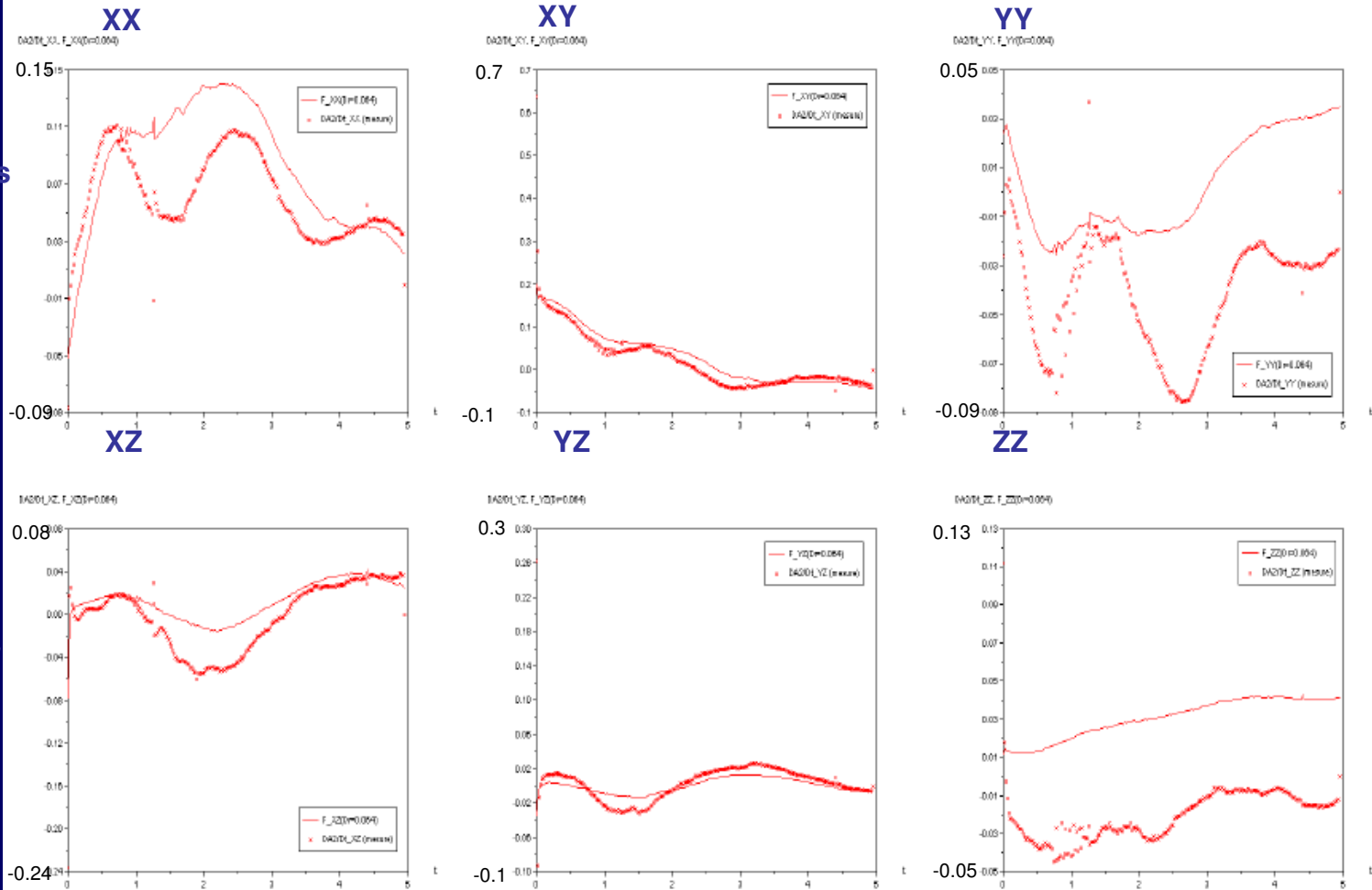
• Modèles de comportement

• Homogénéisation

• Effets de bords

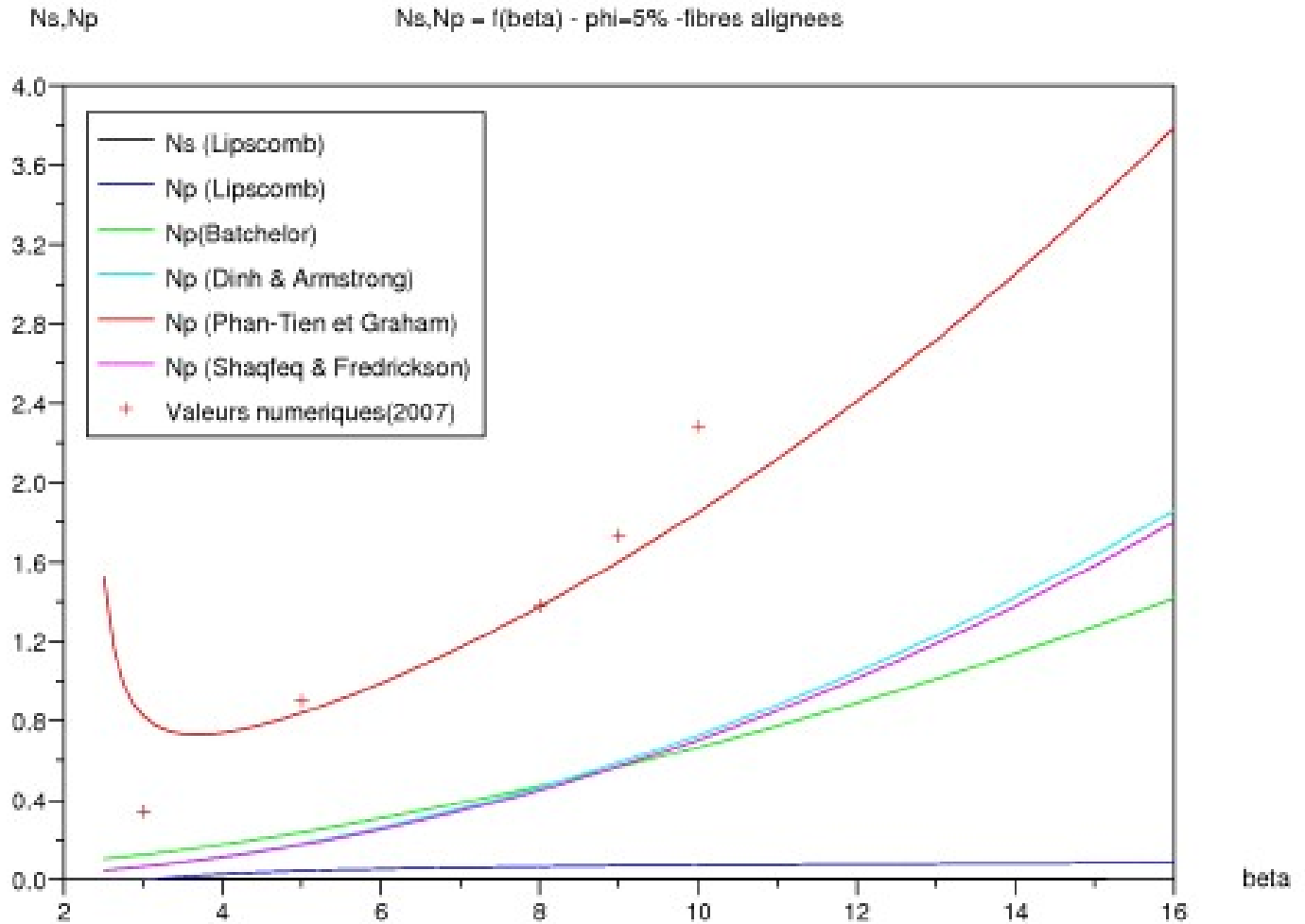
• Suspension de sphères

• Suspension de fibres



Suspensions de fibres

□ Influence du rapport de forme:

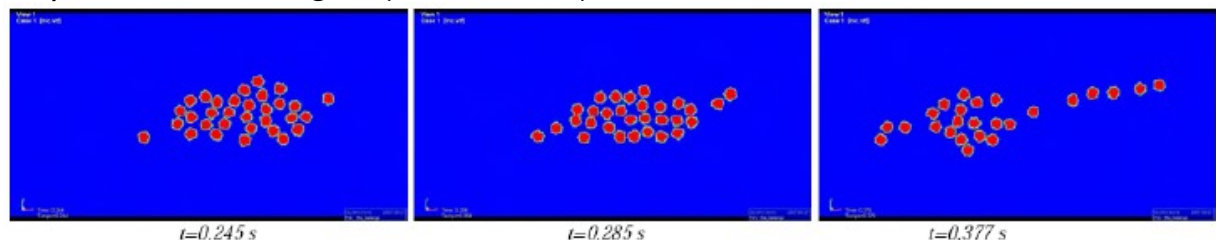


beta

- Problème à 1 particule
- Problème à N particules
- Rhéologie numérique
- Modèles de comportement
- Homogénéisation
- Effets de bords
- Suspension de sphères
- **Suspension de fibres**

Conclusion et Perspectives

- ❑ Développement d'un outil de simulation numérique directe d'écoulement micro
 - ✓ Implémentation dans la CIMLib (outil de remaillage, parallélisation)
 - ✓ Ecoulement 3D fibres et ou sphères
 - ✓ Gestion des collisions et des effets de bords
 - ✓ Méthode éléments finis mixte P1+/P1
- ❑ Rhéologie numérique
 - ✓ assez bon accord pour les suspensions de sphères
 - ✓ Comportement des suspensions de fibres en bon accord avec les modèles théoriques
 - ✓ Accord partiel avec le modèle de Folgar et Tucker
- ❑ Enrichissement de la librairie de calcul
 - ✓ Utilisation du générateur de microstructure pour d'autres applications (H. Miled)
 - ✓ Dispersion de charges (M. Leboeuf)



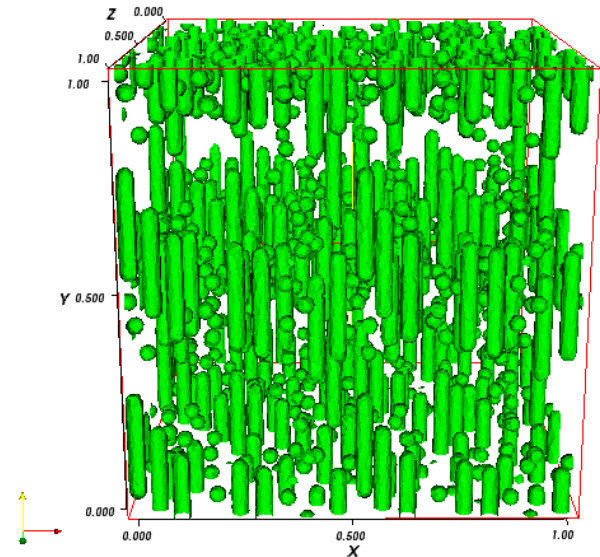
Conclusion et Perspectives

□ Robustesse du code

- ✓ Meilleure gestion des collisions/frictions
- ✓ Problèmes des sauts numériques
- ✓ Paroi solide et phénomènes de migration de particules
- ✓ Comportement non newtonien
- ✓ Comparaison/Construction d'autres modèles d'orientation (Ci tensoriel ...)

□ Applications industrielles

- ✓ Concentration plus élevée
- ✓ Etude de mélanges

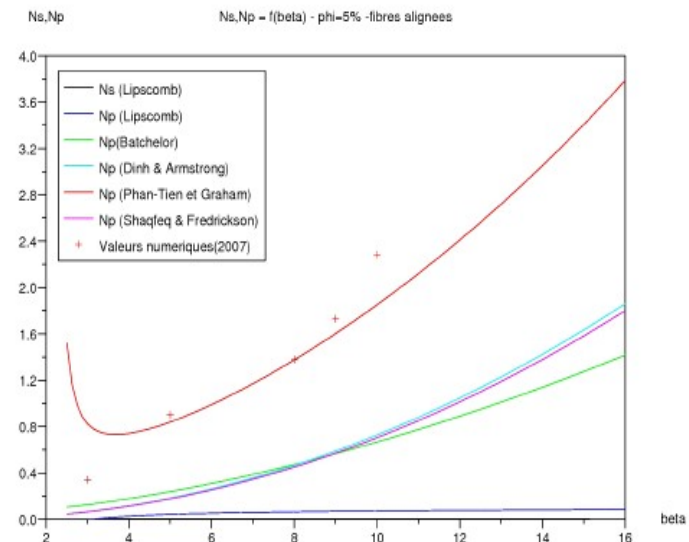


**Merci de votre
attention**

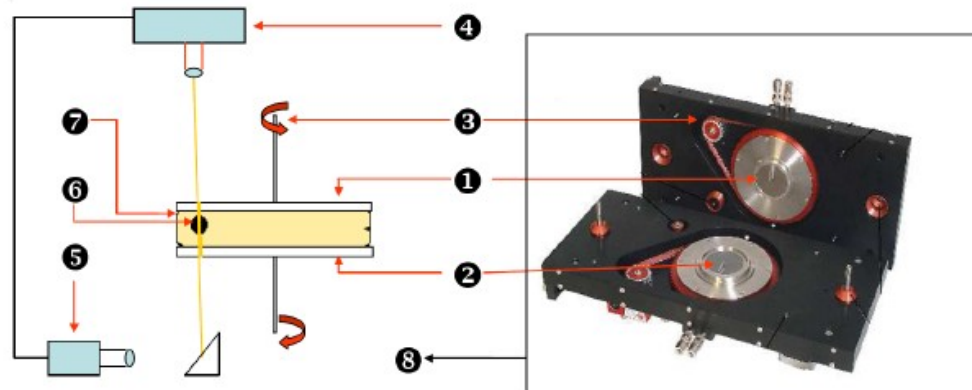
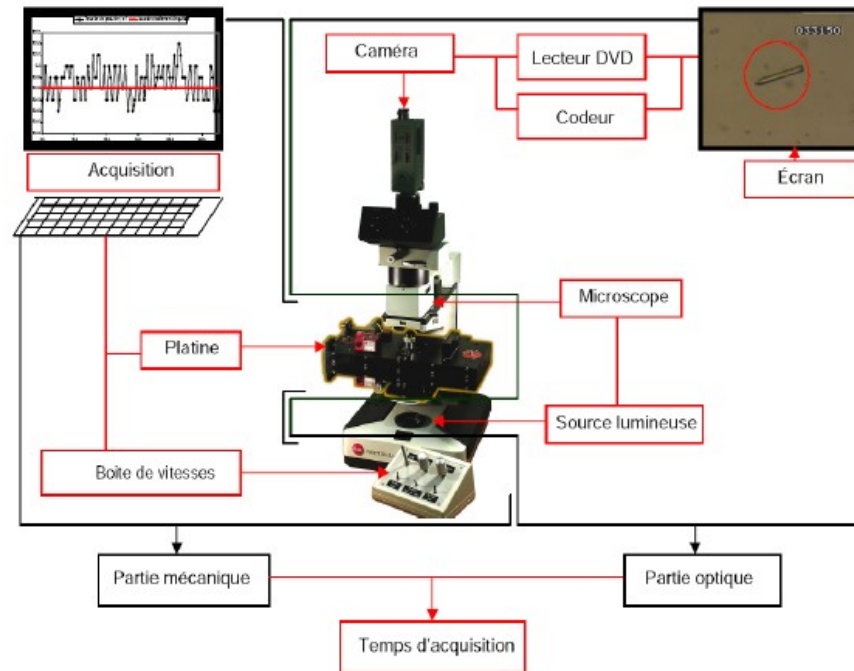
□ Simulation numérique directe d'écoulements de suspensions de fibres ou de sphères

- Domaines fictifs – pénalisation de la rigidité
- Description de la phase solide (P0)
- Pas de gestion des collisions entre particules → formation d'amas numériques
- Calculs rhéologiques perturbés par les amas

β	ϕ (%)	N_p	N_p (Bat.)	N_p (S & F)
3	2	2,19	0.05	0.069
	4	4,79	0.109	0.109
6	4	6,9	0.267	0.522
	8	19,54	0.535	1.3544



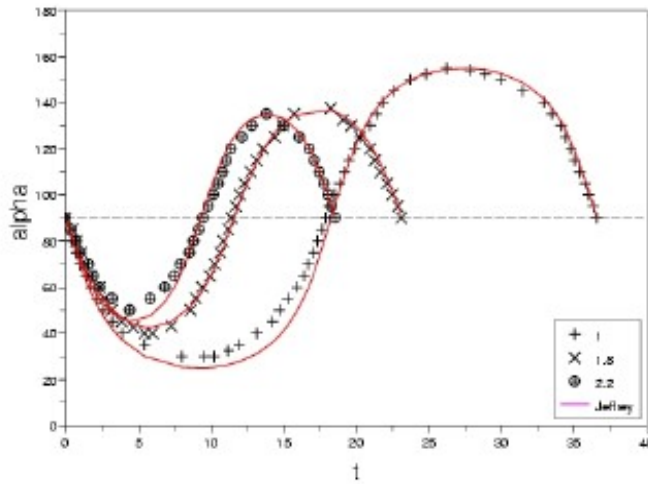
Approche expérimentale (M. Chaim - 2007)



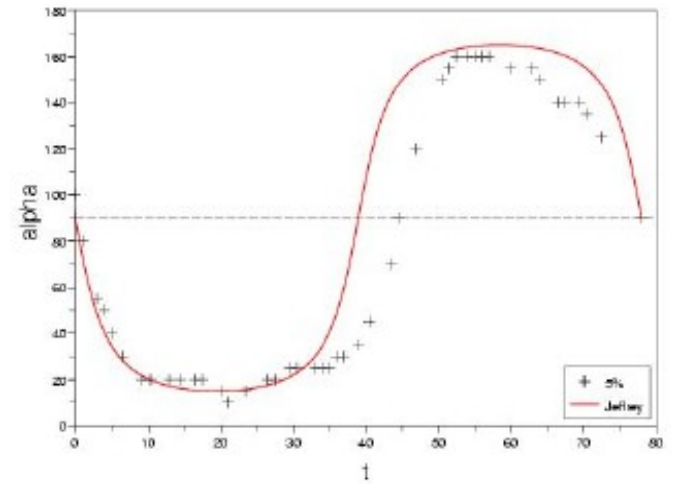
- 1 Plateau supérieur
- 3 Rotor supérieur
- 5 Source lumineuse
- 7 Fluide
- 2 Plateau inférieur
- 4 Microscope
- 6 Particule
- 8 Platine

Approche expérimentale (M. Chaim - 2007)

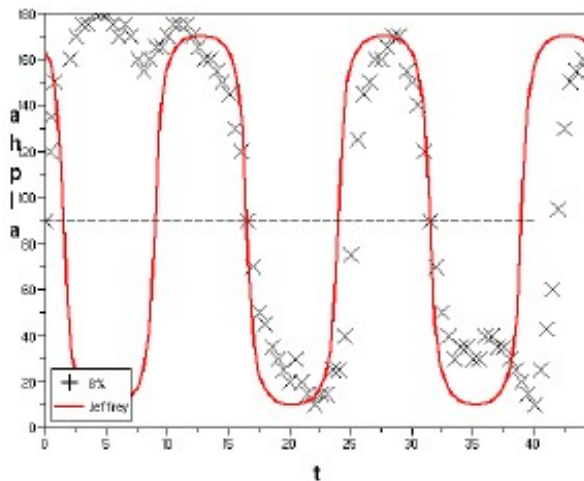
0%



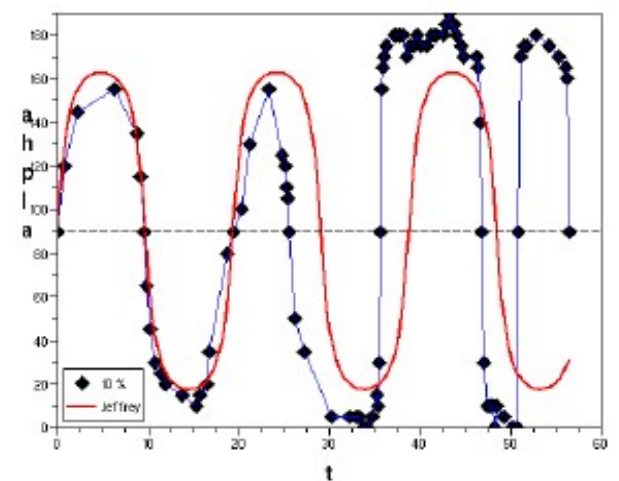
5%



8%



10%



Schémas implicites

□ Adam - Bashfort

$$\vec{X}(t^{n+1}) = \vec{X}(t^n) + \frac{\Delta t}{2} \left(3 \vec{u}(\vec{X}(t^n), t^n) - \vec{u}(\vec{X}(t^{n-1}), t^{n-1}) \right)$$

□ Adam - Moulton

□ Comparaison Adam-Bashfort/Euler explicite

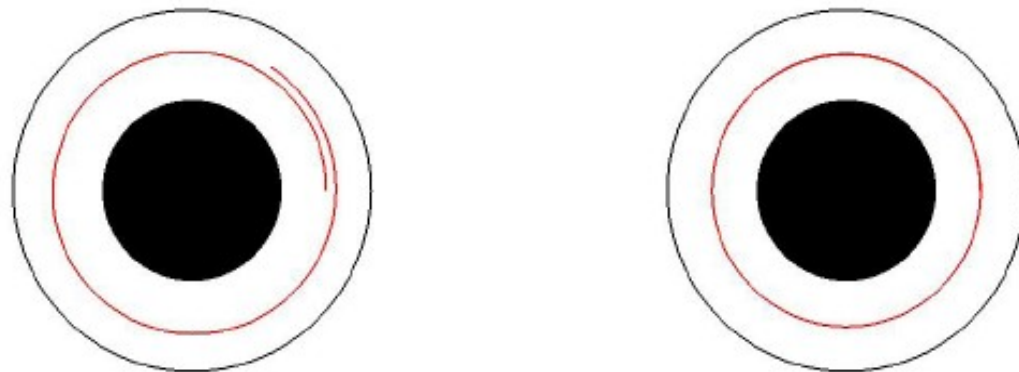
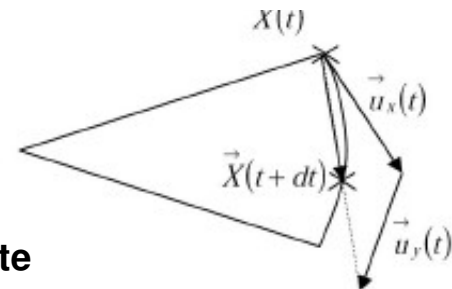


FIG. 2.9: Trajectoire du centre de la particule sphérique de rayon $R = .025$ placé initialement à $(.75, 0)$ pour un pas de temps $\Delta t = .1$ (les autres paramètres du calcul sont dans la figure 2.8) : (a) schéma explicite; (b) schéma implicite.

Convergence Algorithm

