Suites divergentes.

1 Exercice proposé au candidat: $(\sin(n))_n$

On pose $u_n = \sin n$ et $v_n = \cos n$.

1. A l'aide de votre calculatrice, calculez de nombreuses valeurs de u_n.
   Quelle conjecture pouvez vous émettre sur le comportement de $(u_n)_n$ quand n tends vers $+\infty$?
2. A l'aide des formules trigonométriques montrez les relations suivantes:
$$u_{n+1} = au_n + bv_n, \quad (1)$$
$$v_{n+1} = -bu_n + av_n, \quad (2)$$
   où $a > 0$, $b > 0$, $a^2 + b^2 = 1$.
3. On suppose que $\lim_{n\to+\infty} u_n = u$. Montrez alors que $(v_n)_n$ converge vers un nombre v que l'on exprimera en fonction de u.
4. Expliquez pourquoi $u_n^2 + v_n^2 = 1$. En déduire que $u^2 + v^2 = 1$.
5. Montrez que u et v sont aussi solutions du système:
$$u = au + bv, \quad (3)$$
$$v = -bu + av. \quad (4)$$
6. Résoudre le système (3), (4).
7. En déduire que $(u_n)_n$ diverge.

2 Le travail demandé au candidat

En aucun cas le candidat ne doit rédiger surs sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totatlité lors de l'entretien avec le jury.

Pendant sa préparation le candidat traitera les question suivantes:

1. Chercher les objectifs de l'exercice, la nature de la méthode et les différents outils utilisés ainsi que le (ou les) niveaux au(x)quel(s) s'adresse cet énoncé et les difficultés qu'il peut présenter pour des élèves.
2. Faut-il ajouter des indications à cet énoncé pour le traiter en TS.
3. Donner d'autres exemples de suites divergentes: suites arithmétiques, suites géometriques, suites homographiques, suites récurrentes, ...
4. Que pensez vous de la suite $(\tan n)_n$?
5. La suite $(\sin(\sqrt{n})_n$ peut-elle être présentée et étudiée en TS?

Sur ses fiches, le candidat rédigera et présentera;

- sa réponse à la question 1,
- plusieurs énoncés d'exercices se rapportant au thème des suites divergentes.