Durée de vie d'ampoules

1 Enoncé

Un quincailler achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes: 20% au premier fournisseur, 50% au deuxième fournisseur, 30% au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97% d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98% d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95% d'ampoules sans défaut.

1. On choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note D l'événement "l'ampoule est défectueuse", F_1 l'événement "l'ampoule provient du premier fournisseur", F_2 l'événement "l'ampoule provient du deuxième fournisseur", F_3 l'événement "l'ampoule provient du troisième fournisseur".

   (a) Calculer la probabilité de l'événement D, noté $P(D)$.

   (b) Sachant que l'ampoule chosie est défectueuse, quelle est la probabilié $P_D(F_1)$ qu'elle provienne du premier fournisseur?

2. On suppose que la probabilité qu'une ampoule soit sans défaut est de $0,969$.

   On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité R qu'une ampoule au plus soit défectueuse.

   On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près de R.

3. La durée de vie en heures d'une ampoule, notée T, suit une loi de durée de vie sans vieillissement (ou loi exponentielle) de paramètre $\lambda := \dfrac{1}{50000} = 2.10^{-5}$.

   Selon cette loi, pour tout $x \in [0,+\infty[$, $P(T \leq x) := \displaystyle\int_0^x \lambda \exp(-\lambda t)dt$.

   (a) Quelle est la probabilité P_1 qu'une ampoule dure plus de 25 000 heures? Donner la valeur exacte de P_1.

   (b) Quelle est la probabilité P_2 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures? Donner la valeur exacte de P_2.

   (c) Quelle est la probabilité P_3 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures? Donner la valeur exacte de P_1.

2 Travail demandé au candidat

1. Quels sont les objectifs et les outils multiples de cet exercice?
2. Proposez un exercice expliquant cet extrait de l'énoncé: "une loi de durée de vie sans vieillissement (ou loi exponentielle) ".
3. Peut-on demander à des élèves qu'elle est la durée de vie moyenne d'une ampoule?
4. Proposez d'autres questions naturelles relatives aux ampoules, relatives à la loi exponentielle.

source: Documents d'accompagnement pour la série S, CNDP, 2004.