Thème : Suites

Approximation d'un réel à l'aide de suite

1. L'exercice proposé au candidat

1) On considère les réels $I_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{t^n}{n!}\mathrm{e}^{1-t}\mathrm{d}t$ pour tout n entier non nul et $I_0 = \displaystyle\int_0^1 \mathrm{e}^{1-t}\mathrm{d}t$

   a) Calculer I_0 et I_1.

   b) En utilisant une intégration par parties, montrer que pour tout entier naturel non nul, on a :

$$I_n - I_{n-1} = -\frac{1}{n!}.$$

   c) En déduire que pour tout entier naturel n on a : $\quad I_n = \mathrm{e} - \displaystyle\sum_{p=0}^{p=n} \frac{1}{p!}.$

2) Montrer que pour tout entier naturel non nul , $0 \leq I_n \leq \dfrac{1}{n!}$.
   En déduire la limite de la suite (I_n) et un encadrement de e.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes utilisées dans cet exercice.

Q.2) Proposer un ou plusieurs exercices permettant l'approximation d'un nombre réel par une suite.

3. Quelques références aux programmes

Classe de Terminale S

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Intégration		
Intégration par parties.		On se limitera à des cas simples où l'élève aura à trouver lui même le recours à la technique d'intégration par parties
Suites et récurrence		
Raisonnement par récurrence Suite monotone, majorée, minorée, bornée.	On choisira des exemples permettant d'introduire le vocabulaire usuel des suites et nécessitant l'utilisation de raisonnements par récurrence. On s'appuiera sur un traitement tant numérique (avec outil de calcul : calculatrice ou ordinateur) que graphique ou algébrique. On étudiera numériquement sur sur un ou plusieurs exemples, la rapidité de convergence d'une suite (u_n) vers sa limite ℓ, en complétant l'étude sur tableur par un encadrement de $u_n - \ell$.	On présentera le principe de récurrence comme un axiome. Aucune notion théorique de rapidité de convergence n'est au programme.