Thème : La proportionnalité

1. L'exercice proposé au candidat :

Le tableau ci-dessous reproduit une partie de la feuille de calcul de l'impôt sur le revenu de 2001. Il permet de calculer l'impôt I en fonction du revenu imposable annuel R (le tout exprimé en euros).

$$\begin{cases} \text{si } R < 4121 \text{ alors } I = 0 \\ \text{si } 4121 \leqslant R < 8104 \text{ alors } I = 0,075R - 309,07 \\ \text{si } 8104 \leqslant R < 14264 \text{ alors } I = 0,21R - 1403,12 \\ \text{si } 14264 \leqslant R \leqslant 23096 \text{ alors } I = 0,31R - 2829,52 \end{cases}$$

1. Tracer la courbe de la fonction qui donne I en fonction de R pour $R \in [0, 23096]$.
2. Le taux d'imposition est le quotient $\dfrac{I}{R}$ exprimé en pourcentage. Calculer ce taux pour des revenus R de 5000, 10000, 15000 et 20000 euros.
3. Pour la tranche de revenus de 23096 euros à 37579 euros, la formule est de la forme $I = 0,41R - a$. Calculer a.
4. Une personne ayant un revenu imposable de 14000 euros a la possibilité de faire des heures supplémentaires,ce qui augmentera son revenu de 1000 euros. Elle prétend que "comme elle va changer de tranche", ces heures supplémentaires vont lui faire perdre de l'argent. Que pouvez-vous lui répondre ?

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le Jury

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

Q.1) Indiquer les classes de Lycée ou de Collège dans lesquelles on peut proposer cet exercice ainsi que les outils mis en œuvre dans sa résolution.

Q.2) Tracer la courbe demandée à la question 1. à la calculatrice.

Q.3) Énoncer une question supplémentaire permettant d'illustrer la notion de taux marginal d'imposition (les taux marginaux dans chaque tranche de revenus sont de 7,5%, 21%, 31% et 41%).

Q.4) Énoncer une question supplémentaire mettant en évidence, au niveau d'une classe de Collège, le fait que I et R ne sont pas proportionnels.

Q.5) La formulation de la question 3. vous semble-t-elle assez complète ? Quelles améliorations proposeriez-vous ?

Q.6) Proposer un ou plusieurs autres exercices sur le thème de la proportionnalité.

3. Quelques références aux programmes

Présentation des programmes de Cinquième et Quatrième

La démarche suivie dans l'enseignement des Mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves et concourt celle de citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

Programme de Cinquième

Contenus	Modalités de mise en oeuvre	Commentaires
Exemples de fonctions Proportionnalité	Reconnaître, s'il y a lieu, la proportionnalité sur un tableau complet de nombres.	Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que "en fonction de", "est fonction de" seront utilisées. On pourra notamment constituer un tableau des anscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère.

Programme de Quatrième

Contenus	Modalités de mise en oeuvre	Commentaires
Représentations graphiques Proportionnalité	Utiliser, dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité sous forme d'alignement des points avec l'origine.	On fera travailler les élèves à la fois sur des exemples et des contre-exemples de situations de proportionnalité.
Applications de la proportionnalité Calculs faisant intervenir des pourcentages.	Mettre en œuvre la proportionnalité dans des situations simples utilisant à la fois des pourcentages et des quantités ou des effectifs.	En liaison avec d'autres disciplines (géographie, ...), la notion d'indice pourra être présentée comme un cas particulier du coefficient de proportionnalité, donnant lieu à des illustrations et calculs mais en aucun cas à des développements théoriques. Des situations de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre à la fois un coefficient de proportionnalité, sous forme de pourcentage ou d'indice, et des quantités ou des effectifs. Par exemple, connaissant le pourcentage d'un caractèrdans deux groupes d'effectifs différents, déterminer le pourcentage obtenu après réunion des deux groupes.

Programme de Première ES

Contenus	**Modalités de mise en oeuvre**	**Commentaires**
Pourcentages	On s'appuiera essentiellement sur des données socio-économiques, historiques et géographiques pour réinvestir toutes les connaissances antérieures relatives aux pourcentages ; on étudiera les exemples présentés sous diverses formes (tableau à double entrée, graphique, ...).	Aucune connaissance technique proprement nouvelle n'est au programme de Première ; ce sujet donnera lieu réguulièrement durant l'année, à des activités dans le double objectif suivant : entraîner à une partique aisée de techniques élémentaires de calcul, amener à une attitude critique vis-à-vis des informations chiffrées.
Expression en pourcentage d'une augmentation ou d'une baisse. Augmentations et baisses successives. Variation d'un pourcentage.	L'élève doit savoir passer de la formulation additive ("augmenter de 5%") à la formulation multiplicative ("mutilplier par $1,05$"). On formulera aussi ces variations en terme d'indices (comparaison à la valeur prise une année donnée choisie comme base 100).	On pourra relever certains pièges classique de la formulation additive ("pour compenser une hausse de 10%, suffit-il d'appliquer une baisse de 10% ?").
Pourcentages de pourcentage. Addition et comparaison de pourcentages.	On distinguera les pourcentages décrivant le rapport d'une partie au tout des pourcentages d'évolution (augmentation ou baisse).	Il s'agit en particulier de s'attacher à dégager les différentes interprétations possibles de l'augmentation ou de la diminution d'un pourcentage.

Programme de Première STT

Travaux pratiques	
Exemples d'étude de situations de proportionnalité, de calculs de pourcentages et de taux. Exemples simples de situations conduisant à des suites arithmétiques ou géométriques.	On choisira autant que possible des situations issues de l'économie (intérêts simples, intérêts composés, évolution et actualisation d'un capital ...) ou de la démographie. Dans ce contexte, on mettra, s'il y a lieu, en évidence la fonction linéaire associée ou les coefficients multiplicateurs, l'utilisation d'un tableur étant particulièrement utile pour effectuer de telles observations ; on pourra aussi être amené à comparer numériquement la rapidité de croissance de deux suites géométriques de raisons supérieures à 1.

Programme de Terminale STT

III. Analyse

Le programme d'Analyse porte essentiellement sur les *fonctions*, ce qui permet d'étudier des situations *continues*. L'objectif principal est *d'exploiter la pratique de la dérivation* pour l'étude globale et locale des fonctions usuelles et de fonctions qui s'en déduisent de manière simple ainsi qu'une pratique élémentaire du *calcul intégral*. Quelques problèmes majeurs fournissent un terrainpour cette étude : variations, recherche d'extrémums, équations et inéquations.

Les activités sur les fonctions ne sauraient dse borner à des exercices portant sur des exemples donné *à priori* ; il convient aussi d'étudier des *situations* issues de la vie économique et sociale.

De même, on exploitera systématiquement *les interprétations graphiques* des notions et des résultats étudiés et *les problèmes numériques* qui sont liés à cette étude.