Thème : Probabilités

1. L'exercice proposé au candidat :

On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles puis on en calculera une valeur approchée à 10^{-2} près.

1) Une urne U contient 4 jetons blancs et 3 jetons noirs. On tire successivement les 7 jetons sans remise. Soit X la variable aléatoire qui prend la valeur k lorsque le premier jeton blanc apparaît au k-ième tirage.

   Donner la loi de probabilité de X et calculer son espérance mathématique.

2) Une urne U' contient 17 jetons blancs et 18 jetons noirs. On jette un dé cubique dont chaque face a la même probabilité d'apparaître. Si le 6 apparaît on tire un jeton de l'urne U, sinon on tire un jeton de l'urne U'.
   - Démontrer que la probabilité de tirer un jeton blanc est $\frac{1}{2}$.
   - On a tiré un jeton blanc, calculer la probabilité pour qu'il provienne de l'urne U.

2. Le travail demandé au candidat

En aucun cas, le candidat ne doit rédiger sur sa fiche sa solution de l'exercice. Celle-ci pourra néanmoins lui être demandée partiellement ou en totalité lors de l'entretien avec le jury

Après avoir résolu et analysé l'exercice le candidat rédigera sur sa fiche les réponses aux questions suivantes :

Q.1) Dégager les méthodes et les savoirs mis en jeu dans la résolution de l'exercice.

Q.2) Réaliser un arbre de probabilités pouvant servir de support à la résolution de la question 2).

Q.3) Proposer un ou plusieurs autres exercices sur le thème des probabilités et mettant en jeu l'étude d'une variable aléatoire.

3. Quelques références aux programmes

Programme de Première S

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
Probabilités Définition d'une loi de probabilité sur un ensemble fini. Espérance, variance, écart-type d'une loi de probabilité. Probabilité d'un événement, de la réunion et de l'intersection d'événements. Cas de l'équiprobabilité. Variable aléatoire, loi d'une variable aléatoire, variance, écart-type. Modélisation d'expériences aléatoires de référence (lancers d'un ou plusieurs dés ou pièces discernables ou non, tirage au hasard dans une urne, choix de chiffres au hasard, etc.. . .).	Le lien entre loi de probabilité et distributions de fréquences sera éclairé par un énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres. On expliquera ainsi la convergence des moyennes vers l'espérance et des variances empiriques les variances théoriques ; on illustrera ceci par des simulations dans des cas simples. On pourra aussi illustrer cette loi avec les diagrammes en boîtes obtenus en simulant par exemple 100 sondages de taille n, pour $n = 10$; 100 ; 1000. On simulera des lois de probabilités simples obtenues comme images d'une loi équirépartie par une variable aléatoire (sondage, somme des faces de deux dés, . . .).	On pourra par exemple choisir comme énoncé vulgarisé de la loi des grands nombres la proposition suivante : Pour une expérience donnée, dans le modèle défini par une loi de probabilité P, les distributions des fréquences calculées sur des séries de taille n se rapprochent de P quand n devient grand. On indiquera que simuler une expérience consiste à simuler un modèle de cette expérience. La modélisation avec des lois ne découlant pas d'une loi équirépartie est hors programme. On évitera le calcul systématique et sans but précis de l'espérance et de la variance de lois de probabilité.

Programme de la classe de Terminale Scientifique

Contenus	**Modalités de mise en œuvre**	**Commentaires**
Conditionnement et indépendance Conditionnement par un événement de probabilité non nulle puis indépendance de deux événements. Indépendance de deux variables aléatoires. Formule des probabilités totales	On justifiera la définition de la probabilité de B sachant A, notée $P_A(B)$, par des calculs fréquentiels. On utilisera à bon escient les représentations telles que tableaux, arbres, diagrammes ...efficaces pour résoudre des problèmes de probabilités. Application à la problématique des tests de dépistage en médecine et à la loi de l'équilibre génétique lors d'appariements au hasard.	Un arbre de probabilité correctement construit constitue une preuve. Les élèves doivent savoir appliquer sans aide la formule des probabilités totales dans des cas simples.