TD 5 pour le cours d'*Analyse 2* L2 PC et SF-P
Semaine du 5 au 9 octobre 2015

Exercice 1. En utilisant le critère de Cauchy, étudier la convergence absolue des séries dont le terme général x_n est défini par:

(1) $x_n = \left(\frac{n+3}{2n+1}\right)^n$
(2) $x_n = \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n^2}$
(3) $x_n = \frac{1}{(\ln(n))^n}$
(4) $x_n = \frac{n^{\ln(n)}}{(\ln(n))^n}$

Exercice 2. En utilisant le critère de d'Alembert, étudier la convergence absolue des séries dont le terme général x_n est défini par:

(1) $x_n = \frac{n^4}{n!}$
(2) $x_n = \frac{n!}{n^n}$
(3) $x_n = \frac{(\ln(n))^n}{n!}$
(4) $x_n = \frac{(3n)!}{9(n!)^3}$

Exercice 3. En utilisant le critère de d'Alembert, discuter en fonction de α la convergence absolue des séries dont le terme général x_n est défini par:

(1) $x_n = \frac{n!}{n^{\alpha n}}$
(2) $x_n = \frac{n^{\alpha}(\ln(n))^n}{n!}$

Exercice 4. En utilisant le critère de d'Alembert ou celui de Cauchy, discuter en fonction de α la convergence absolue des séries dont le terme général x_n est défini par:

(1) $x_n = \left(\alpha + \frac{1}{n}\right)^n$
(2) $x_n = \frac{\alpha^{(-1)^n}}{n}$
(3) $x_n = \frac{\alpha^{n^n}}{n^2}$
(4) $x_n = \frac{\alpha^{\sqrt{n}}}{n!}$

Exercice 5. Avec les derniers critères de convergence vus en cours, discuter, en fonction des valeurs du nombre réel a et de l'entier relatif p, la convergence et la convergence absolue de la série de terme général

$$x_n = \frac{a^n}{(n+1)^p}.$$