Partiel pour le cours d'*Analyse 2*
L2 PC et SF-P (temps: 1h30)

Exercice 1 (Définitions)**.**

(1) Donner la définition de *convergence d'une suite vers une limite finie* $l \in \mathbf{R}$.
(2) Donner la définition de *série convergeante*.

Exercice 2. Vérifier les relations de comparaison suivantes et donner les limites.

(1) $\frac{4n^3-\sqrt{n^5+3n^4}}{(\sqrt{2}n+\sqrt{n})^4} \sim \frac{1}{n}$
(2) $\frac{2n+\ln(n^3)}{\sqrt{4n+5}} \sim \sqrt{n}$
(3) $\frac{\sqrt[3]{n^2+2n\cos(n)}}{\sqrt{n+\sin(n)}} \sim \sqrt[6]{n}$

Exercice 3. Calculer les sommes suivantes:

(1) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{5^k}$
(2) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(4k-3)(4k+1)}$

Exercice 4. Avec le critère de convergence de votre choix, discuter, en fonction des valeurs du nombre réel a et de l'entier relatif p, la convergence et la convergence absolue de la série de terme général

$$x_n = \frac{a^n}{(n+1)^p}.$$

Exercice 5. En utilisant le critère de Cauchy ou celui de d'Alembert, étudier la convergence absolue des séries dont le terme général x_n est défini par:

(1) $x_n = \frac{1}{(\ln(n))^n}$
(2) $x_n = \frac{n^4}{n!}$
(3) $x_n = \left(\frac{n+3}{2n+1}\right)^n$
(4) $x_n = \frac{(\ln(n))^n}{n!}$