CHAPITRE II - CALCUL DE $\mathcal{S}_6$

§1 TABLES DES $d_6^{p,k}$, $\Delta_6^{p,k}$, $d_7^{p,k}$ et $\Delta_7^{p,k}$ pour $p \leq 20$

Rappelons que $d_n^{p,k}$ est nul en dehors de $p \leq k \leq np$, $d_n^{p,(n+1)p-k} = d_n^{p,k}$,

$\Delta_n^{p,k} = \sup(0, d_n^{p,k} - d_n^{p,k-1})$, $d_n^p = \sum_k d_n^{p,k} = \frac{(n+p-1)!}{(n-1)!\,p!}$,

$\Delta_n^p = \sum_k \Delta_n^{p,k} = \sup_k d_n^{p,k} = d_n^{p,\left[\frac{(n+1)p}{2}\right]}$.

La table donne la partie croissante de la fonction $d_n^{p,k}$, soit $p \leq k \leq \frac{(n+1)p}{2}$.

k	1	2	3
$d_6^{1,k}$	1	1	1
$\Delta_6^{1,k}$	1	0	0

$d_6^1 = 6$

$\Delta_6^1 = 1$

k	2	3	4	5	6	7
$d_6^{2,k}$	1	1	2	2	3	3
$\Delta_6^{2,k}$	1	0	1	0	1	0

$d_6^2 = 21$

$\Delta_6^2 = 3$

k	3	4	5	6	7	8	9	10
$d_6^{3,k}$	1	1	2	3	4	5	6	6
$\Delta_6^{3,k}$	1	0	1	1	1	1	1	0

$d_6^3 = 56$

$\Delta_6^3 = 6$

k	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$d_6^{4,k}$	1	1	2	3	5	6	8	9	11	11	12
$\Delta_6^{4,k}$	1	0	1	1	2	1	2	1	2	0	1

$d_6^4 = 126$

$\Delta_6^4 = 12$

k	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$d_6^{5,k}$	1	1	2	3	5	7	9	11	14	16	18	19	20
$\Delta_6^{5,k}$	1	0	1	1	2	2	2	2	3	2	2	1	1

$d_6^5 = 252$

$\Delta_6^5 = 20$

k	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$d_6^{6,k}$	1	1	2	3	5	7	10	12	16	19	23	25	29	30	32	32
$\Delta_6^{6,k}$	1	0	1	1	2	2	3	2	4	3	4	2	4	1	2	0

$d_6^6 = 462$

$\Delta_6^6 = 32$

k	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$d_6^{7,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	17	21	26	30	35	39	43
$\Delta_6^{7,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	4	4	5	4	5	4	4

k	22	23	24
$d_6^{7,k}$	46	48	49
$\Delta_6^{7,k}$	3	2	1

$d_6^7 = 792$

$\Delta_6^7 = 49$

k	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$d_6^{8,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	22	28	33	40	45	52
$\Delta_6^{8,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	4	6	5	7	5	7

k	23	24	25	26	27	28
$d_6^{8,k}$	57	63	66	70	71	73
$\Delta_6^{8,k}$	5	6	3	4	1	2

$d_6^8 = 1.287$

$\Delta_6^8 = 73$

k	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$d_6^{9,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	29	35	43	50	58
$\Delta_6^{9,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	6	6	8	7	8

k	24	25	26	27	28	29	30	31
$d_6^{9,k}$	66	74	81	88	93	98	101	102
$\Delta_6^{9,k}$	8	8	7	7	5	5	3	1

$d_6^9 = 2.002$

$\Delta_6^9 = 102$

k	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$d_6^{10,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	36	45	53	63
$\Delta_6^{10,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	6	9	8	10

k	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
$d_6^{10,k}$	72	83	92	103	111	121	127	134	137	141	141
$\Delta_6^{10,k}$	9	11	9	11	8	10	6	7	3	4	0

$d_6^{10} = 3.003$

$\Delta_6^{10} = 141$

k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$d_6^{11,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	46	55	66
$\Delta_6^{11,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	9	9	11

k	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
$d_6^{11,k}$	77	89	101	114	126	139	150	161	170	178	184	188	190
$\Delta_6^{11,k}$	11	12	12	13	12	13	11	11	9	8	6	4	2

$d_6^{11} = 4.368$

$\Delta_6^{11} = 190$

k	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$d_6^{12,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	56	68
$\Delta_6^{12,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	9	12
k	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
$d_6^{12,k}$	80	94	107	123	137	154	168	184	197	212	222	233	240	247	249
$\Delta_6^{12,k}$	12	14	13	16	14	17	14	16	13	15	10	11	7	7	2
k	42														
$d_6^{12,k}$	252														
$\Delta_6^{12,k}$	3														

$d_6^{12} = 6.188$

$\Delta_6^{12} = 252$

k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
$d_6^{13,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	69
$\Delta_6^{13,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	12
k	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
$d_6^{13,k}$	82	97	112	129	146	165	183	202	220	239	256	272	286	299	309
$\Delta_6^{13,k}$	13	15	15	17	17	19	18	19	18	19	17	16	14	13	10
k	43	44	45												
$d_6^{13,k}$	317	322	325												
$\Delta_6^{13,k}$	8	5	3												

$d_6^{13} = 8.568$

$\Delta_6^{13} = 325$

k	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$d_6^{14,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{14,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
$d_6^{14,k}$	83	99	115	134	152	174	194	217	238	262	283	306	325	346	362
$\Delta_6^{14,k}$	13	16	16	19	18	22	20	23	21	24	21	23	19	21	16
k	44	45	46	47	48	49									
$d_6^{14,k}$	379	390	402	408	414	414									
$\Delta_6^{14,k}$	17	11	12	6	6	0									

$d_6^{14} = 11.628$

$\Delta_6^{14} = 414$

k	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$d_6^{15,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{15,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
$d_6^{15,k}$	84	100	117	137	157	180	203	228	253	280	306	333	359	385	409
$\Delta_6^{15,k}$	14	16	17	20	20	23	23	25	25	27	26	27	26	26	24
k	45	46	47	48	49	50	51	52							
$d_6^{15,k}$	433	453	472	488	501	511	518	521							
$\Delta_6^{15,k}$	24	20	19	16	13	10	7	3							

$d_6^{15} = 15.504$

$\Delta_6^{15} = 521$

k	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$d_6^{16,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{16,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
$d_6^{16,k}$	84	101	118	139	160	185	209	237	264	295	324	356	386	419	448
$\Delta_6^{16,k}$	14	17	17	21	21	25	24	28	27	31	29	32	30	33	29
k	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56				
$d_6^{16,k}$	480	507	536	559	583	601	619	630	641	645	649				
$\Delta_6^{16,k}$	32	27	29	23	24	18	18	11	11	4	4				

$d_6^{16} = 20.349$

$\Delta_6^{16} = 649$

k	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
$d_6^{17,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{17,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
$d_6^{17,k}$	84	101	119	140	162	188	214	243	273	306	339	374	409	446	482
$\Delta_6^{17,k}$	14	17	18	21	22	26	26	29	30	33	33	35	35	37	36
k	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59		
$d_6^{17,k}$	519	554	590	623	655	684	711	734	754	770	783	791	795		
$\Delta_6^{17,k}$	37	35	36	33	32	29	27	23	20	16	13	8	4		

$d_6^{17} = 26.33$-

$\Delta_6^{17} = 795$

k	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$d_6^{18,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{18,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
$d_6^{18,k}$	84	101	119	141	163	190	217	248	279	315	350	389	427	469	509
$\Delta_6^{18,k}$	14	17	18	22	22	27	27	31	31	36	35	39	38	42	40
k	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62
$d_6^{18,k}$	553	593	637	677	719	756	795	827	860	886	912	930	948	957	966
$\Delta_6^{18,k}$	44	40	44	40	42	37	39	32	33	26	26	18	18	9	9

k	63
$d_6^{18,k}$	967
$\Delta_6^{18,k}$	1

$d_6^{18} = 33.649$

$\Delta_6^{18} = 967$

k	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
$d_6^{19,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{19,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$d_6^{19,k}$	84	101	119	141	164	191	219	251	284	321	359	400	442	487	532
$\Delta_6^{19,k}$	14	17	18	22	23	27	28	32	33	37	38	41	42	45	45
k	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
$d_6^{19,k}$	580	627	676	724	773	820	867	911	954	993	1030	1062	1091	1115	1135
$\Delta_6^{19,k}$	48	47	49	48	49	47	47	44	43	39	37	32	29	24	20

k	64	65	66
$d_6^{19,k}$	1150	1160	1165
$\Delta_6^{19,k}$	15	10	5

$d_6^{19} = 42.504$

$\Delta_6^{19} = 1.165$

k	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
$d_6^{20,k}$	1	1	2	3	5	7	10	13	18	23	30	37	47	57	70
$\Delta_6^{20,k}$	1	0	1	1	2	2	3	3	5	5	7	7	10	10	13
k	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
$d_6^{20,k}$	84	101	119	141	164	192	220	253	287	326	365	409	453	502	550
$\Delta_6^{20,k}$	14	17	18	22	23	28	28	33	34	39	39	44	44	49	48
k	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
$d_6^{20,k}$	603	654	710	763	820	874	931	983	1038	1087	1138	1181	1225	1261	1297
$\Delta_6^{20,k}$	53	51	56	53	57	54	57	52	55	49	51	43	44	36	36

k	65	66	67	68	69	70
$d_6^{20,k}$	1324	1350	1367	1383	1389	1394
$\Delta_6^{20,k}$	27	26	17	16	6	5

$d_6^{20} = 53.130$

$\Delta_6^{20} = 1.394$

k	1	2	3	4
$d_7^{1,k}$	1	1	1	1
$\Delta_7^{1,k}$	1	0	0	0

$d_7^1 = 7$

$\Delta_7^1 = 1$

k	2	3	4	5	6	7	8
$d_7^{2,k}$	1	1	2	2	3	3	4
$\Delta_7^{2,k}$	1	0	1	0	1	0	1

$d_7^2 = 28$

$\Delta_7^2 = 4$

k	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d_7^{3,k}$	1	1	2	3	4	5	7	7	8	8
$\Delta_7^{3,k}$	1	0	1	1	1	1	2	0	1	0

$d_7^3 = 84$

$\Delta_7^3 = 8$

k	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$d_7^{4,k}$	1	1	2	3	5	6	9	10	13	14	16	16	18
$\Delta_7^{4,k}$	1	0	1	1	2	1	3	1	3	1	2	0	2

$d_7^4 = 210$

$\Delta_7^4 = 18$

k	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
$d_7^{5,k}$	1	1	2	3	5	7	10	12	16	19	23	25	29	30	32
$\Delta_7^{5,k}$	1	0	1	1	2	2	3	2	4	3	4	2	4	1	2

k	20
$d_7^{5,k}$	32
$\Delta_7^{5,k}$	0

$d_7^5 = 462$

$\Delta_7^5 = 32$

k	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$d_7^{6,k}$	1	1	2	3	5	7	11	13	18	22	28	32	39	42	47
$\Delta_7^{6,k}$	1	0	1	1	2	2	4	2	5	4	6	4	7	3	6

k	21	22	23	24
$d_7^{6,k}$	51	55	55	58
$\Delta_7^{6,k}$	3	4	0	3

$d_7^6 = 924$

$\Delta_7^6 = 58$

k	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$d_7^{7,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	19	24	31	37	46	52	61
$\Delta_7^{7,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	5	5	7	6	9	6	9

k	22	23	24	25	26	27	28
$d_7^{7,k}$	68	76	81	88	90	94	94
$\Delta_7^{7,k}$	7	8	5	7	2	4	0

$d_7^7 = 1.716$

$\Delta_7^7 = 94$

k	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$d_7^{8,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	25	33	40	51	59	71
$\Delta_7^{8,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	5	8	7	11	8	12

k	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$d_7^{8,k}$	81	94	103	116	129	134	139	146	147	151
$\Delta_7^{8,k}$	10	13	9	13	7	11	5	7	1	4

$d_7^8 = 3.003$

$\Delta_7^8 = 151$

k	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
$d_7^{9,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	34	42	54	64	78
$\Delta_7^{9,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	8	8	12	10	14

k	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
$d_7^{9,k}$	91	107	121	139	152	169	182	196	205	217	221	227	227
$\Delta_7^{9,k}$	13	16	14	18	13	17	13	14	9	12	4	6	0

$d_7^9 = 5.005$

$\Delta_7^9 = 227$

k	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$d_7^{10,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	43	56	67	83
$\Delta_7^{10,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	8	13	11	16

k	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
$d_7^{10,k}$	98	117	134	157	175	199	218	241	258	280	293	310	319	330	332
$\Delta_7^{10,k}$	15	19	17	23	18	24	19	23	17	22	13	17	9	11	2

k	40
$d_7^{10,k}$	338
$\Delta_7^{10,k}$	6

$d_7^{10} = 8.008$

$\Delta_7^{10} = 338$

k	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$d_7^{11,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	57	69	86
$\Delta_7^{11,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	13	12	17
k	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$d_7^{11,k}$	103	124	144	170	193	222	248	278	304	335	359	387	408	431	446
$\Delta_7^{11,k}$	17	21	20	26	23	29	26	30	26	31	24	28	21	23	15
k	41	42	43	44											
$d_7^{11,k}$	464	471	480	480											
$\Delta_7^{11,k}$	18	7	9	0											

$d_7^{11} = 12.376$

$\Delta_7^{11} = 480$

k	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$d_7^{12,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	70	88
$\Delta_7^{12,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	12	18
k	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41
$d_7^{12,k}$	106	129	151	180	206	240	271	308	341	382	415	455	488	525	553
$\Delta_7^{12,k}$	18	23	22	29	26	34	31	37	33	41	33	40	33	37	28
k	42	43	44	45	46	47	48								
$d_7^{12,k}$	587	608	634	648	664	668	676								
$\Delta_7^{12,k}$	34	21	26	14	16	4	8								

$d_7^{12} = 18.564$

$\Delta_7^{12} = 676$

k	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
$d_7^{13,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	89
$\Delta_7^{13,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	18
k	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
$d_7^{13,k}$	108	132	156	187	216	253	289	331	371	419	462	512	557	607	650
$\Delta_7^{13,k}$	19	24	24	31	29	37	36	42	40	48	43	50	45	50	43
k	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52					
$d_7^{13,k}$	699	737	780	813	847	870	896	907	920	920					
$\Delta_7^{13,k}$	49	38	43	33	34	33	26	11	13	0					

$d_7^{13} = 27.132$

$\Delta_7^{13} = 920$

k	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
$d_7^{14,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{14,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43
$d_7^{14,k}$	109	134	159	192	223	263	302	349	394	449	499	559	614	677	733
$\Delta_7^{14,k}$	19	25	25	33	31	40	39	47	45	55	50	60	55	63	56
k	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56		
$d_7^{14,k}$	798	852	914	965	1021	1064	1113	1145	1182	1203	1226	1232	1242		
$\Delta_7^{14,k}$	65	54	62	51	56	43	49	32	37	21	23	6	10		

$d_7^{14} = 38.760$

$\Delta_7^{14} = 1.242$

k	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
$d_7^{15,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{15,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
$d_7^{15,k}$	110	135	161	195	228	270	312	362	412	472	529	596	661	734	803
$\Delta_7^{15,k}$	20	25	26	34	33	42	42	50	50	60	57	67	65	73	69
k	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
$d_7^{15,k}$	882	952	1031	1102	1178	1244	1316	1373	1435	1483	1532	1565	1601	1617	1635
$\Delta_7^{15,k}$	79	70	79	71	76	66	72	57	62	48	49	33	36	16	18
k	60														
$d_7^{15,k}$	1636														
$\Delta_7^{15,k}$	1														

$d_7^{15} = 54.264$

$\Delta_7^{15} = 1.636$

k	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
$d_7^{16,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{16,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
$d_7^{16,k}$	110	136	162	197	231	275	319	372	425	490	552	626	698	781	860
$\Delta_7^{16,k}$	20	26	26	35	34	44	44	53	53	65	62	74	72	83	79
k	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
$d_7^{16,k}$	952	1036	1132	1220	1317	1404	1501	1582	1672	1747	1827	1889	1957	2003	2054
$\Delta_7^{16,k}$	92	84	96	88	97	87	97	81	90	75	80	62	68	46	51
k	61	62	63	64											
$d_7^{16,k}$	2084	2115	2124	2137											
$\Delta_7^{16,k}$	30	31	9	13											

$d_7^{16} = 74.613$

$\Delta_7^{16} = 2.137$

k	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
$d_7^{17,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{17,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
$d_7^{17,k}$	110	136	163	198	233	278	324	379	435	503	570	649	728	818	907
$\Delta_7^{17,k}$	20	26	27	35	35	45	46	55	56	68	67	79	79	90	89
k	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61
$d_7^{17,k}$	1009	1106	1216	1321	1436	1544	1663	1770	1886	1990	2100	2195	2296	2377	2463
$\Delta_7^{17,k}$	102	97	110	105	115	108	119	107	116	104	110	95	101	81	86
k	62	63	64	65	66	67	68								
$d_7^{17,k}$	2530	2597	2643	2691	2714	2738	2739								
$\Delta_7^{17,k}$	67	67	46	48	23	24	1								

$d_7^{17} = 100.947$

$\Delta_7^{17} = 2.739$

k	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
$d_7^{18,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{18,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
$d_7^{18,k}$	110	136	163	199	234	280	327	384	442	513	583	667	751	848	944
$\Delta_7^{18,k}$	20	26	27	36	35	46	47	57	58	71	70	84	84	97	96
k	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62
$d_7^{18,k}$	1056	1163	1286	1405	1537	1663	1804	1933	2076	2207	2348	2474	2611	2727	2852
$\Delta_7^{18,k}$	112	107	123	119	132	126	141	129	143	131	141	126	137	116	125
k	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72					
$d_7^{18,k}$	2957	3066	3152	3244	3307	3375	3416	3457	3470	3486					
$\Delta_7^{18,k}$	105	109	86	92	63	68	41	41	13	16					

$d_7^{18} = 134.596$

$\Delta_7^{18} = 3.486$

k	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
$d_7^{19,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{19,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
$d_7^{19,k}$	110	136	163	199	235	281	323	387	447	520	593	680	769	871	974
$\Delta_7^{19,k}$	20	26	27	36	36	46	48	58	60	73	73	87	89	102	103
k	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
$d_7^{19,k}$	1093	1210	1343	1475	1621	1764	1923	2074	2240	2398	2567	2725	2895	3048	3211
$\Delta_7^{19,k}$	119	117	133	132	146	143	159	151	166	158	169	158	170	153	163
k	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76		
$d_7^{19,k}$	3357	3508	3639	3776	3887	4002	4092	4181	4243	4306	4337	4368	4370		
$\Delta_7^{19,k}$	146	151	131	137	111	115	90	89	62	63	31	31	2		

$d_7^{19} = 177.100$

$\Delta_7^{19} = 4.370$

k	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
$d_7^{20,k}$	1	1	2	3	5	7	11	14	20	26	35	44	58	71	90
$\Delta_7^{20,k}$	1	0	1	1	2	2	4	3	6	6	9	9	14	13	19
k	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
$d_7^{20,k}$	110	136	163	199	235	282	330	389	450	525	600	690	782	889	997
$\Delta_7^{20,k}$	20	26	27	36	36	47	48	59	61	75	75	90	92	107	108
k	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
$d_7^{20,k}$	1123	1247	1390	1532	1691	1848	2024	2193	2381	2562	2759	2945	3148	3335	3537
$\Delta_7^{20,k}$	126	124	143	142	159	157	176	169	188	181	197	186	203	187	202
k	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
$d_7^{20,k}$	3722	3917	4092	4278	4437	4605	4746	4891	5006	5126	5211	5299	5353	5406	5424
$\Delta_7^{20,k}$	185	195	175	186	159	168	141	145	115	120	85	88	54	53	18
k	80														
$d_7^{20,k}$	5444														
$\Delta_7^{20,k}$	20														

$d_7^{20} = 230.230$

$\Delta_7^{20} = 5.444$

§2 LES GÉNÉRATEURS DE $\mathcal{G}_6$

On donne dans ce paragraphe un système de générateurs de l'algèbre $\mathcal{G}_6$, qui est "minimal" au sens suivant:
- le nombre de générateurs est minimal (il y en a 23)
- leurs degrés sont minimaux (ils vont de 1 à 18)
- leurs coefficients sont minimaux (ce sont des entiers premiers entre eux)
- ils sont tous bihomogènes pour la graduation du I. §1 (et par suite le nombre de leurs monômes est aussi minimal).

On note $H_k = G_{i,j}$ le k-ième élément du système, qui est bihomogène de degré i et de poids j. On les a ordonnés par degrés, puis poids croissants. (à l'exception près de H_3 et H_4).

Un système de générateurs de $\mathcal{G}_6$ vérifiant toutes les conditions ci-dessus est <u>presque entièrement déterminé</u>. Plus précisément:

Sont entièrement déterminés (au signe près):

$H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_9, H_{11}, H_{12}, H_{13}, H_{16}, H_{17}$, et H_{23}

À H_8 on peut rajouter un multiple de		H_4^2
" H_{10}	"	" H_4H_5
" H_{14}	"	" H_4H_9
" H_{15}	"	" H_4H_{11}, et H_5H_9
" H_{18}	"	" H_9^2
" H_{19}	"	" H_4H_{16}, et H_9H_{11}
" H_{20}	"	" H_9H_{16}
" H_{21}	"	" H_9^3, et H_9H_{18}
" H_{22}		" $H_{12}H_{18}$, et $H_9^2H_{12}$

A ceci près, le système cité ci-après est <u>unique</u>.

$H_1 = G_{1,1} = Z_1 = x_1$

$H_2 = G_{2,4} = Y_2 = x_2^2 - 2x_1x_3$

$H_3 = G_{3,6} = Y_3 = x_2^3 - 3x_1x_2x_3 + 3x_1^2x_4$

$H_4 = G_{2,6} = Y_4 = x_3^2 - 2x_2x_4 + 2x_1x_5$

$H_5 = G_{3,8} = Y_5 = x_2x_3^2 - 2x_2^2x_4 - x_1x_3x_4 + 5x_1x_2x_5 - 5x_1^2x_6$

$H_6 = G_{3,9} = 2x_3^3 - 6x_2x_3x_4 + 6x_2^2x_5 + 9x_1x_4^2 - 12x_1x_3x_5$

$H_7 = G_{4,11} = x_2x_3^3 - 3x_2^2x_3x_4 + 3x_2^3x_5 - x_1x_3^2x_4 + 6x_1x_2x_4^2$
$- 4x_1x_2x_3x_5 - 6x_1^2x_4x_5 - 5x_1x_2^2x_6 + 10x_1^2x_3x_6$

$H_8 = G_{4,12} = 5x_2^2x_4^2 - 10x_2^2x_3x_5 + 10x_2^3x_6 - 12x_1x_3x_4^2 + 24x_1x_3^2x_5$
$+ 2x_1x_2x_4x_5 - 30x_1x_2x_3x_6 - 16x_1^2x_5^2 + 30x_1^2x_4x_6$

$H_9 = G_{4,14} = 8x_3^2x_4^2 - 18x_2x_4^3 - 16x_3^3x_5 + 38x_2x_3x_4x_5 - 9x_2^2x_5^2 + 10x_2x_3^2x_6$
$- 20x_2^2x_4x_6 + 18x_1x_4^2x_5 - 32x_1x_3x_5^2 - 10x_1x_3x_4x_6 + 50x_1x_2x_5x_6 - 25x_1^2x_6^2$

$H_{10} = G_{5,14} = 5x_2^3x_4^2 - 10x_2^3x_3x_5 + 10x_2^4x_6 - 17x_1x_2x_3x_4^2 + 34x_1x_2x_3^2x_5$
$+ 2x_1x_2^2x_4x_5 - 40x_1x_2^2x_3x_6 + 27x_1^2x_4^3 - 64x_1^2x_3x_4x_5 + 20x_1^2x_2x_5^2$
$+ 30x_1^2x_3^2x_6 + 20x_1^2x_2x_4x_6 - 20x_1^3x_5x_6$

$H_{11} = G_{5,16} = x_2x_3^2x_4^2 - 2x_2x_3^3x_5 - 6x_2^2x_4^3 + 16x_2^2x_3x_4x_5 - 10x_2^2x_3^2x_6$
$- 18x_2^3x_5^2 + 20x_2^3x_4x_6 + 9x_1x_3x_4^3 - 28x_1x_3^2x_4x_5 + 3x_1x_2x_4^2x_5$
$+ 44x_1x_2x_3x_5^2 + 30x_1x_3^3x_6 - 70x_1x_2x_3x_4x_6 + 10x_1x_2^2x_5x_6$
$- 24x_1^2x_4x_5^2 + 45x_1^2x_4^2x_6 - 20x_1^2x_3x_5x_6$

$H_{12} = G_{5,17} = 20x_3^3x_4^2 - 40x_3^4x_5 - 60x_2x_3x_4^3 + 120x_2x_3^2x_4x_5 + 40x_2x_3^3x_6$
$+ 60x_2^2x_4^2x_5 - 120x_2^2x_3x_5^2 - 120x_2^2x_3x_4x_6 + 120x_2^3x_5x_6$
$+ 81x_1x_4^4 - 264x_1x_3x_4^2x_5 + 224x_1x_3^2x_5^2 - 48x_1x_2x_4x_5^2$
$- 40x_1x_3^2x_4x_6 + 240x_1x_2x_4^2x_6 - 160x_1x_2x_3x_5x_6 - 100x_1x_2^2x_6^2$
$+ 96x_1^2x_5^3 - 240x_1^2x_4x_5x_6 + 200x_1^2x_3x_6^2$

$H_{13} = G_{6,13}$ =

$5x_2x_3^3x_4^2 - 10x_2x_3^4x_5 - 15x_2^2x_3x_4^3 + 30x_2^2x_3^2x_4x_5 + 10x_2^2x_3^3x_6 + 15x_2^3x_4^2x_5$
$- 30x_2^3x_3x_5^2 - 30x_2^3x_3x_4x_6 + 30x_2^4x_5x_6 - 15x_1x_3^2x_4^3 + 54x_1x_2x_4^4 + 40x_1x_3^3x_4x_5$
$- 156x_1x_2x_3x_4^2x_5 + 16x_1x_2x_3^2x_5^2 + 78x_1x_2^2x_4x_5^2 - 30x_1x_3^4x_6 + 100x_1x_2x_3^2x_4x_6$
$- 45x_1x_2^2x_4^2x_6 - 20x_1x_2^2x_3x_5x_6 - 50x_1x_2^3x_6^2 - 54x_1^2x_4^3x_5 + 144x_1^2x_3x_4x_5^2$
$- 120x_1^2x_2x_5^3 + 30x_1^2x_3x_4^2x_6 - 160x_1^2x_3^2x_5x_6 + 60x_1^2x_2x_4x_5x_6 + 150x_1^2x_2x_3x_6^2$
$+ 120x_1^3x_5^2x_6 - 150x_1^3x_4x_6^2$

$H_{14} = G_{6,20}$ =

$10x_2x_3^2x_4^3 - 30x_2x_3^3x_4x_5 + 30x_2x_3^4x_6 - 45x_2^2x_4^4 + 160x_2^2x_3x_4^2x_5 - 55x_2^2x_3^2x_5^2$
$- 120x_2^2x_3^2x_4x_6 - 90x_2^3x_4x_5^2 + 20x_2^3x_4^2x_6 + 200x_2^3x_3x_5x_6 - 100x_2^4x_6^2$
$+ 54x_1x_3x_4^4 - 226x_1x_3^2x_4^2x_5 + 36x_1x_2x_4^3x_5 + 256x_1x_3^3x_5^2 - 188x_1x_2x_3x_4x_5^2$
$+ 306x_1x_2^2x_5^3 - 30x_1x_3^3x_4x_6 + 400x_1x_2x_3x_4^2x_6 - 470x_1x_2x_3^2x_5x_6 - 460x_1x_2^2x_4x_5x_6$
$+ 400x_1x_2^2x_3x_6^2 + 252x_1^2x_4^2x_5^2 - 512x_1^2x_3x_5^3 - 540x_1^2x_4^3x_6 + 1.220x_1^2x_3x_4x_5x_6$
$- 100x_1^2x_2x_5^2x_6 - 375x_1^2x_3^2x_6^2 - 50x_1^2x_2x_4x_6^2 + 50x_1^3x_5x_6^2$

$H_{15} = G_{7,22}$ =

$40x_2^2x_3^2x_4^3 - 120x_2^2x_3^3x_4x_5 + 120x_2^2x_3^4x_6 - 105x_2^3x_4^4 + 340x_2^3x_3x_4^2x_5$
$+ 80x_2^3x_3^2x_5^2 - 480x_2^3x_3^2x_4x_6 - 360x_2^4x_4x_5^2 + 380x_2^4x_4^2x_6 + 200x_2^4x_3x_5x_6$
$- 100x_2^5x_6^2 - 120x_1x_3^3x_4^3 + 351x_1x_2x_3x_4^4 - 1.124x_1x_2x_3^2x_4^2x_5 - 36x_1x_2^2x_4^3x_5$
$- 256x_1x_2x_3^3x_5^2 + 1.288x_1x_2^2x_3x_4x_5^2 + 144x_1x_2^3x_5^3 - 360x_1x_3^5x_6 + 1.560x_1x_2x_3^3x_4x_6$
$- 1.240x_1x_2^2x_3x_4^2x_6 - 760x_1x_2^2x_3^2x_5x_6 - 280x_1x_2^3x_4x_5x_6 + 500x_1x_2^3x_3x_6^2$
$- 243x_1^2x_4^5 + 864x_1^2x_3x_4^3x_5 - 224x_1^2x_3^2x_4x_5^2 - 936x_1^2x_2x_4^2x_5^2$
$- 512x_1^2x_2x_3x_5^3 - 1.020x_1^2x_3^2x_4^2x_6 + 1.080x_1^2x_2x_4^3x_6 + 480x_1^2x_3^3x_5x_6$
$+ 1.280x_1^2x_2x_3x_4x_5x_6 + 80x_1^2x_2^2x_5^2x_6 - 600x_1^2x_2x_3^2x_6^2 - 300x_1^2x_2^2x_4x_6^2$
$+ 672x_1^3x_4x_5^3 - 1.080x_1^3x_4^2x_5x_6 - 160x_1^3x_3x_5^2x_6 + 600x_1^3x_3x_4x_6^2$

$H_{16} = G_{7,24}$ =

$40x_3^4x_4^3 - 120x_3^5x_4x_5 + 120x_3^6x_6 - 195x_2x_3^2x_4^4 + 620x_2x_3^3x_4^2x_5 + 40x_2x_3^4x_5^2$
$- 720x_2x_3^4x_4x_6 + 270x_2^2x_4^5 - 960x_2^2x_3x_4^3x_5 - 200x_2^2x_3^2x_4x_5^2 + 1.420x_2^2x_3^2x_4^2x_6$
$+ 40x_2^2x_3^3x_5x_6 + 900x_2^3x_4^2x_5^2 - 360x_2^3x_3x_5^3 - 840x_2^3x_4^3x_6 - 320x_2^3x_3x_4x_5x_6$
$+ 100x_2^3x_3^2x_6^2 + 360x_2^4x_5^2x_6 - 200x_2^4x_4x_6^2 - 81x_1x_3x_4^5 + 600x_1x_3^2x_4^3x_5$
$- 459x_1x_2x_4^4x_5 - 1.120x_1x_3^3x_4x_5^2 + 1.128x_1x_2x_3x_4^2x_5^2 + 1.568x_1x_2x_3^2x_5^3$
$- 2.016x_1x_2^2x_4x_5^3 - 180x_1x_3^3x_4^2x_6 + 300x_1x_2x_3x_4^3x_6 + 1.080x_1x_3^4x_5x_6$
$- 3.200x_1x_2x_3^2x_4x_5x_6 + 2.220x_1x_2^2x_4^2x_5x_6 - 40x_1x_2^2x_3x_5^2x_6 - 600x_1x_2x_3^3x_6^2$
$+ 1.500x_1x_2^2x_3x_4x_6^2 - 700x_1x_2^3x_5x_6^2 + 432x_1^2x_4^3x_5^2 - 1.248x_1^2x_3x_4x_5^3$
$+ 1.440x_1^2x_2x_5^4 - 405x_1^2x_4^4x_6 + 1.320x_1^2x_3x_4^2x_5x_6 - 320x_1^2x_3^2x_5^2x_6$
$- 480x_1^2x_2x_4x_5^2x_6 + 600x_1^2x_3^2x_4x_6^2 - 2.400x_1^2x_2x_4^2x_6^2 + 600x_1^2x_2x_3x_5x_6^2$
$+ 500x_1^2x_2^2x_6^3 - 1.440x_1^3x_5^3x_6 + 2.400x_1^3x_4x_5x_6^2 - 1.000x_1^3x_3x_6^3$

$H_{17} = G_{8,27}$ =

$40x_3^5x_4^3 - 120x_3^6x_4x_5 + 120x_3^7x_6 - 225x_2x_3^3x_4^4 + 700x_2x_3^4x_4^2x_5 + 80x_2x_3^5x_5^2$
$- 840x_2x_3^5x_4x_6 + 315x_2^2x_3x_4^5 - 900x_2^2x_3^2x_4^3x_5 - 960x_2^2x_3^3x_4x_5^2 + 1.820x_2^2x_3^3x_4^2x_6$
$+ 560x_2^2x_3^4x_5x_6 - 315x_2^3x_4^4x_5 + 2.100x_2^3x_3x_4^2x_5^2 - 1.140x_2^3x_3x_4^3x_6 + 240x_2^3x_3^2x_5^3$
$- 2.040x_2^3x_3^2x_4x_5x_6 - 100x_2^3x_3^3x_6^2 - 1.080x_2^4x_4x_5^3 + 1.140x_2^4x_4^2x_5x_6 + 600x_2^4x_3x_5^2x_6$
$+ 300x_2^4x_3x_4x_6^2 - 300x_2^5x_5x_6^2 + 189x_1x_3^2x_4^5 - 720x_1x_3^3x_4^3x_5 + 400x_1x_3^4x_4x_5^2$
$+ 660x_1x_3^4x_4^2x_6 - 480x_1x_3^5x_5x_6 - 486x_1x_2x_4^6 + 1.908x_1x_2x_3x_4^4x_5 - 576x_1x_2x_3^2x_4^2x_5^2$
$- 2.520x_1x_2x_3^2x_4^3x_6 + 64x_1x_2x_3^3x_5^3 + 1.280x_1x_2x_3^3x_4x_5x_6 - 1.404x_1x_2^2x_4^3x_5^2$
$+ 1.845x_1x_2^2x_4^4x_6 - 672x_1x_2^2x_3x_4x_5^3 + 1.080x_1x_2^2x_3x_4^2x_5x_6 - 240x_1x_2^2x_3^2x_5^2x_6$
$+ 300x_1x_2^2x_3^2x_4x_6^2 + 1.728x_1x_2^3x_5^4 - 1.920x_1x_2^3x_4x_5^2x_6 - 900x_1x_2^3x_4^2x_6^2$
$+ 500x_1x_2^4x_6^3 + 486x_1^2x_4^5x_5 - 2.304x_1^2x_3x_4^3x_5^2 + 270x_1^2x_3x_4^4x_6 + 2.016x_1^2x_3^2x_4x_5^3$
$+ 1.440x_1^2x_3^2x_4^2x_5x_6 - 2.080x_1^2x_3^3x_5^2x_6 + 3.024x_1^2x_2x_4^2x_5^3 - 3.960x_1^2x_2x_4^3x_5x_6$
$- 3.264x_1^2x_2x_3x_5^4 + 4.320x_1^2x_2x_3x_4x_5^2x_6 - 900x_1^2x_2x_3x_4^2x_6^2 + 1.200x_1^2x_2x_3^2x_5x_6^2$
$- 1.920x_1^2x_2^2x_5^3x_6 + 3.600x_1^2x_2^2x_4x_5x_6^2 - 2.000x_1^2x_2^2x_3x_6^3 - 576x_1^3x_4x_5^4$
$- 720x_1^3x_4^2x_5^2x_6 + 2.700x_1^3x_4^3x_6^2 + 3.840x_1^3x_3x_5^3x_6 - 7.200x_1^3x_3x_4x_5x_6^2$
$+ 2.000x_1^3x_3^2x_6^3$

$H_{18} = G_{8,28} =$

$$1.500\,x_2^2x_3^2x_4^2x_5^2 - 4.000\,x_2^2x_3^3x_5^3 - 3.000\,x_2^2x_3^2x_4^3x_6 + 9.000\,x_2^2x_3^3x_4x_5x_6$$
$$-4.500\,x_2^2x_3^4x_6^2 - 4.500\,x_2^3x_4^3x_5^2 + 13.500\,x_2^3x_3x_4x_5^3 + 9.000\,x_2^3x_4^4x_6$$
$$-30.000\,x_2^3x_3x_4^2x_5x_6 - 1.500\,x_2^3x_3^2x_5^2x_6 + 18.000\,x_2^3x_3^2x_4x_6^2 - 10.125\,x_2^4x_5^4$$
$$+27.000\,x_2^4x_4x_5^2x_6 - 12.000\,x_2^4x_4^2x_6^2 - 12.000\,x_2^4x_3x_5x_6^2 + 4.000\,x_2^5x_6^3$$
$$-4.800\,x_1x_3^3x_4^2x_5^2 + 16.200\,x_1x_2x_3x_4^3x_5^2 + 12.800\,x_1x_3^4x_5^3 - 4.800\,x_1x_2x_3^2x_4x_5^3$$
$$-2.700\,x_1x_2^2x_4^2x_5^3 + 43.200\,x_1x_2^2x_3x_5^4 + 9.600\,x_1x_3^3x_4^3x_6 - 32.400\,x_1x_2x_3x_4^4x_6$$
$$-28.800\,x_1x_3^4x_4x_5x_6 + 106.800\,x_1x_2x_3^2x_4^2x_5x_6 + 5.400\,x_1x_2^2x_4^3x_5x_6 + 4.800\,x_1x_2x_3^3x_5^2x_6$$
$$-111.900\,x_1x_2^2x_3x_4x_5^2x_6 - 2.700\,x_1x_2^3x_5^3x_6 + 14.400\,x_1x_3^5x_6^2 - 63.000\,x_1x_2x_3^3x_4x_6^2$$
$$+42.000\,x_1x_2^2x_3x_4^2x_6^2 + 51.000\,x_1x_2^2x_3^2x_5x_6^2 + 6.000\,x_1x_2^3x_4x_5x_6^2 - 20.000\,x_1x_2^3x_3x_6^3$$
$$-14.580\,x_1^2x_4^4x_5^2 + 51.840\,x_1^2x_3x_4^2x_5^3 - 30.720\,x_1^2x_3^2x_5^4 - 34.560\,x_1^2x_2x_4x_5^4$$
$$+29.160\,x_1^2x_4^5x_6 - 113.400\,x_1^2x_3x_4^3x_5x_6 + 67.200\,x_1^2x_3^2x_4x_5^2x_6 + 91.800\,x_1^2x_2x_4^2x_5^2x_6$$
$$+9.600\,x_1^2x_2x_3x_5^3x_6 + 49.500\,x_1^2x_3^2x_4^2x_6^2 - 40.500\,x_1^2x_2x_4^3x_6^2 - 36.000\,x_1^2x_3^3x_5x_6^2$$
$$-61.500\,x_1^2x_2x_3x_4x_5x_6^2 - 750\,x_1^2x_2^2x_5^2x_6^2 + 22.500\,x_1^2x_2x_3^2x_6^3 + 15.000\,x_1^2x_2^2x_4x_6^3$$
$$+18.432\,x_1^3x_5^5 - 57.600\,x_1^3x_4x_5^3x_6 + 40.500\,x_1^3x_4^2x_5x_6^2 + 24.000\,x_1^3x_3x_5^2x_6^2$$
$$-22.500\,x_1^3x_3x_4x_6^3 - 7.500\,x_1^3x_2x_5x_6^3 + 1.875\,x_1^4x_6^4$$

$H_{19} = G_{9,30} =$

$$908\,x_2x_3^4x_4^4 - 3.632\,x_2x_3^5x_4^2x_5 + 3.632\,x_2x_3^6x_5^2 - 7.716\,x_2^2x_3^2x_4^5$$
$$-39.032\,x_2^2x_3^4x_4x_5^2 - 8.620\,x_2^2x_3^4x_4^2x_6 + 17.240\,x_2^2x_3^5x_5x_6 + 34.948\,x_2^2x_3^3x_4^3x_5$$
$$+12.933\,x_2^3x_4^6 - 62.166\,x_2^3x_3x_4^4x_5 + 55.730\,x_2^3x_3^2x_4^2x_5^2 + 35.756\,x_2^3x_3^3x_5^3$$
$$+32.360\,x_2^3x_3^2x_4^3x_6 - 62.600\,x_2^3x_3^3x_4x_5x_6 - 11.800\,x_2^3x_3^4x_6^2 - 100.728\,x_2^4x_3x_4x_5^3$$
$$-29.490\,x_2^4x_4^4x_6 + 53.240\,x_2^4x_3x_4^2x_5x_6 - 6.540\,x_2^4x_3^2x_5^2x_6 + 47.200\,x_2^4x_3^2x_4x_6^2$$
$$+45.828\,x_2^4x_4^3x_5^2 + 20.412\,x_2^5x_5^4 + 19.080\,x_2^5x_4x_5^2x_6 - 45.700\,x_2^5x_4^2x_6^2$$
$$-3.000\,x_2^5x_3x_5x_6^2 + 1.000\,x_2^6x_6^3 + 8.892\,x_1x_3^3x_4^5 - 20.817\,x_1x_2x_3x_4^6$$
$$-45.368\,x_1x_3^4x_4^3x_5 + 113.658\,x_1x_2x_3^2x_4^4x_5 - 17.982\,x_1x_2^2x_4^5x_5 + 55.168\,x_1x_3^5x_4x_5^2$$
$$-108.648\,x_1x_2x_3^3x_4^2x_5^2 - 44.154\,x_1x_2^2x_3x_4^3x_5^2 - 76.000\,x_1x_2x_3^4x_5^3 + 186.872\,x_1x_2^2x_3^2x_4x_5^3$$
$$-39.906\,x_1x_2^3x_4^2x_5^3 + 12.600\,x_1x_2^3x_3x_5^4 + 29.400\,x_1x_3^5x_4^2x_6 - 125.760\,x_1x_2x_3^3x_4^3x_6$$
$$+137.400\,x_1x_2^2x_3x_4^4x_6 - 58.800\,x_1x_3^6x_5x_6 + 247.520\,x_1x_2x_3^4x_4x_5x_6 - 269.400\,x_1x_2^2x_3^2x_4^2x_5x_6$$
$$-19.440\,x_1x_2^3x_4^3x_5x_6 + 9.860\,x_1x_2^2x_3^3x_5^2x_6 + 58.580\,x_1x_2^3x_3x_4x_5^2x_6 - 114.660\,x_1x_2^4x_5^3x_6$$
$$+35.400\,x_1x_2x_3^5x_6^2 - 141.600\,x_1x_2^2x_3^3x_4x_6^2 + 133.500\,x_1x_2^3x_3x_4^2x_6^2 - 31.000\,x_1x_2^3x_3^2x_5x_6^2$$
$$+95.000\,x_1x_2^4x_4x_5x_6^2 - 6.000\,x_1x_2^4x_3x_6^3 + 2.187\,x_1^2x_4^7 + 5.508\,x_1^2x_3x_4^5x_5$$
$$-89.904\,x_1^2x_3^2x_4^3x_5^2 + 65.448\,x_1^2x_2x_4^4x_5^2 + 135.680\,x_1^2x_3^3x_4x_5^3 - 47.952\,x_1^2x_2x_3x_4^2x_5^3$$

→

$$-157.120\,x_1^2x_2x_3^2x_5^4 + 32.400\,x_1^2x_2^2x_4x_5^4 + 38.610\,x_1^2x_3^2x_4^4x_6 - 100.440\,x_1^2x_2x_4^5x_6$$
$$-28.680\,x_1^2x_3^3x_4^2x_5x_6 + 150.180\,x_1^2x_2x_3x_4^3x_5x_6 - 59.680\,x_1^2x_3^4x_5^2x_6 - 56.400\,x_1^2x_2x_3^2x_4x_5^2x_6$$
$$+38.070\,x_1^2x_2^2x_4^2x_5^2x_6 + 244.040\,x_1^2x_2^2x_3x_5^3x_6 - 35.400\,x_1^2x_3^4x_4x_6^2 + 143.550\,x_1^2x_2x_3^2x_4^2x_6^2$$
$$-84.000\,x_1^2x_2^2x_4^3x_6^2 + 137.700\,x_1^2x_2x_3^3x_5x_6^2 - 435.600\,x_1^2x_2^2x_3x_4x_5x_6^2 + 107.300\,x_1^2x_2^3x_5^2x_6^2$$
$$+38.500\,x_1^2x_2^2x_3^2x_6^3 - 53.000\,x_1^2x_2^3x_4x_6^3 - 55.296\,x_1^3x_4^3x_5^3 + 99.840\,x_1^3x_3x_4x_5^3$$
$$-5.760\,x_1^3x_2x_5^5 + 100.440\,x_1^3x_4^4x_5x_6 - 185.520\,x_1^3x_3x_4^2x_5^2x_6 + 57.280\,x_1^3x_3^2x_5^3x_6$$
$$-135.840\,x_1^3x_2x_4x_5^3x_6 - 90.450\,x_1^3x_3x_4^3x_6^2 + 127.800\,x_1^3x_3^2x_4x_5x_6^2 + 258.450\,x_1^3x_2x_4^2x_5x_6^2$$
$$-233.400\,x_1^3x_2x_3x_5^2x_6^2 - 88.500\,x_1^3x_3^3x_6^3 + 188.500\,x_1^3x_2x_3x_4x_6^3 - 29.500\,x_1^3x_2^2x_5x_6^3$$
$$+5.760\,x_1^4x_5^4x_6 + 56.400\,x_1^4x_4x_5^2x_6^2 - 123.750\,x_1^4x_4^2x_6^3 + 59.000\,x_1^4x_3x_5x_6^3$$

Il n'y a pas de générateur de degré 10. Les quatre derniers, de degrés 11, 12, 13, et 18, ont été calculés indirectement, en utilisant des syzygies convenables.

$$\boxed{H_{20} = G_{11,38}} =$$

$$-1.200\,x_2x_3^6x_4^2x_5^2 + 3.200\,x_2x_3^7x_5^3 + 2.400\,x_2x_3^6x_4^3x_6 - 7.200\,x_2x_3^7x_4x_5x_6$$
$$+3.600\,x_2x_3^8x_6^2 + 4.050\,x_2^2x_3^2x_4^7 - 28.350\,x_2^2x_3^3x_4^5x_5 + 73.200\,x_2^2x_3^4x_4^3x_5^2$$
$$-72.200\,x_2^2x_3^5x_4x_5^3 - 4.650\,x_2^2x_3^4x_4^4x_6 + 4.200\,x_2^2x_3^5x_4^2x_5x_6 + 49.800\,x_2^2x_3^6x_5^2x_6$$
$$-28.800\,x_2^2x_3^6x_4x_6^2 - 12.150\,x_2^3x_4^8 + 89.100\,x_2^3x_3x_4^6x_5 - 219.375\,x_2^3x_3^2x_4^4x_5^2$$
$$+170.700\,x_2^3x_3^3x_4^2x_5^3 + 61.000\,x_2^3x_3^4x_5^4 - 10.800\,x_2^3x_3^2x_4^5x_6 + 72.600\,x_2^3x_3^3x_4^3x_5x_6$$
$$-224.400\,x_2^3x_3^4x_4x_5^2x_6 + 105.000\,x_2^3x_3^4x_4^2x_6^2 - 37.200\,x_2^3x_3^5x_5x_6^2 - 47.250\,x_2^4x_4^5x_5^2$$
$$+228.600\,x_2^4x_3x_4^3x_5^3 - 329.400\,x_2^4x_3^2x_4x_5^4 + 5.400\,x_2^4x_4^6x_6 - 10.800\,x_2^4x_3x_4^4x_5x_6$$
$$+119.700\,x_2^4x_3^2x_4^2x_5^2x_6 + 85.400\,x_2^4x_3^3x_5^3x_6 - 207.000\,x_2^4x_3^2x_4^3x_6^2 + 201.000\,x_2^4x_3^3x_4x_5x_6^2$$
$$-5.000\,x_2^4x_3^4x_6^3 - 24.300\,x_2^5x_4^2x_5^4 + 113.400\,x_2^5x_3x_5^5 - 131.400\,x_2^5x_4^3x_5^2x_6$$
$$+140.400\,x_2^5x_3x_4x_5^3x_6 + 136.800\,x_2^5x_4^4x_6^2 - 133.200\,x_2^5x_3x_4^2x_5x_6^2 - 198.300\,x_2^5x_3^2x_5^2x_6^2$$

→

$$+20.000\,x_2^5x_3^2x_4x_6^3 - 113.400\,x_2^6x_5^4x_6 + 156.600\,x_2^6x_4x_5^2x_6^2 - 60.000\,x_2^6x_4^2x_6^3$$
$$+80.000\,x_2^6x_3x_5x_6^3 - 20.000\,x_2^7x_6^4 - 12.960\,x_1x_3^3x_4^7 + 43\,740\,x_1x_2x_3x_4^8$$
$$+90.720\,x_1x_3^4x_4^5x_5 - 319.140\,x_1x_2x_3^2x_4^6x_5 - 7.290\,x_1x_2^2x_4^7x_5 - 206\,160\,x_1x_3^5x_4^3x_5^2$$
$$+708.840\,x_1x_2x_3^3x_4^4x_5^2 + 285\,525\,x_1x_2^2x_3x_4^5x_5^2 + 152.320\,x_1x_3^6x_4x_5^3 - 403.920\,x_1x_2x_3^4x_4^2x_5^3$$
$$-1\,083.240\,x_1x_2^2x_3^2x_4^3x_5^3 - 74\,655\,x_1x_2^3x_4^4x_5^3 - 154.880\,x_1x_2x_3^5x_5^4 + 1\,000.800\,x_1x_2^2x_3^3x_4x_5^4$$
$$+480.600\,x_1x_2^3x_3x_4^2x_5^4 - 367.200\,x_1x_2^3x_3^2x_5^5 - 194.400\,x_1x_2^4x_4x_5^5 - 41.280\,x_1x_3^5x_4^4x_6$$
$$+190.980\,x_1x_2x_3^3x_4^5x_6 - 149.040\,x_1x_2^2x_3x_4^6x_6 + 162.720\,x_1x_3^6x_4^2x_5x_6 - 739.200\,x_1x_2x_3^4x_4^3x_5x_6$$
$$+353\,700\,x_1x_2^2x_3^2x_4^4x_5x_6 + 127.440\,x_1x_2^3x_4^5x_5x_6 - 155\,520\,x_1x_3^7x_5^2x_6 + 657.840\,x_1x_2x_3^5x_4x_5^2x_6$$
$$+350\,100\,x_1x_2^2x_3^3x_4^2x_5^2x_6 - 371.700\,x_1x_2^3x_3x_4^3x_5^2x_6 - 409.400\,x_1x_2^2x_3^4x_5^3x_6 - 810.000\,x_1x_2^3x_3^2x_4x_5^3x_6$$
$$+612.900\,x_1x_2^4x_4^2x_5^3x_6 + 361.800\,x_1x_2^4x_3x_5^4x_6 - 3\,600\,x_1x_3^7x_4x_6^2 - 41\,400\,x_1x_2x_3^5x_4^2x_6^2$$
$$+312.000\,x_1x_2^2x_3^3x_4^3x_6^2 - 279.000\,x_1x_2^3x_3x_4^4x_6^2 + 165.600\,x_1x_2x_3^6x_5x_6^2 - 1.044.000\,x_1x_2^2x_3^4x_4x_5x_6^2$$
$$+1\,008.000\,x_1x_2^3x_3^2x_4^2x_5x_6^2 - 405\,000\,x_1x_2^4x_4^3x_5x_6^2 + 1.053\,000\,x_1x_2^3x_3^3x_5^2x_6^2 - 877.500\,x_1x_2^4x_3x_4x_5^2x_6^2$$
$$+159\,300\,x_1x_2^5x_5^3x_6^2 + 54\,000\,x_1x_2^2x_3^5x_6^3 - 250.000\,x_1x_2^3x_3^3x_4x_6^3 + 540.000\,x_1x_2^4x_3x_4^2x_6^3$$
$$-430.000\,x_1x_2^4x_3^2x_5x_6^3 - 180.000\,x_1x_2^5x_4x_5x_6^3 + 140.000\,x_1x_2^5x_3x_6^4 - 39.366\,x_1^2x_4^9$$
$$+310.544\,x_1^2x_3x_4^7x_5 - 841\,104\,x_1^2x_3^2x_4^5x_5^2 - 246.402\,x_1^2x_2x_4^6x_5^2 + 884.160\,x_1^2x_3^3x_4^3x_5^3$$
$$+1\,108.080\,x_1^2x_2x_3x_4^4x_5^3 - 253.440\,x_1^2x_3^4x_4x_5^4 - 1.313.280\,x_1^2x_2x_3^2x_4^2x_5^4 - 239\,760\,x_1^2x_2^2x_4^3x_5^4$$
$$+136.704\,x_1^2x_2x_3^3x_5^5 + 446\,688\,x_1^2x_2^2x_3x_4x_5^5 + 209\,952\,x_1^2x_2^3x_5^6 - 172.530\,x_1^2x_3^2x_4^6x_6$$
$$+196.830\,x_1^2x_2x_4^7x_6 + 844.200\,x_1^2x_3^3x_4^4x_5x_6 - 734.670\,x_1^2x_2x_3x_4^5x_5x_6 - 1.234\,800\,x_1^2x_3^4x_4^2x_5^2x_6$$
$$+334.800\,x_1^2x_2x_3^2x_4^3x_5^2x_6 + 74.925\,x_1^2x_2^2x_4^4x_5^2x_6 + 408.320\,x_1^2x_3^5x_5^3x_6 + 955.200\,x_1^2x_2x_3^3x_4x_5^3x_6$$
$$-329.400\,x_1^2x_2^2x_3x_4^2x_5^3x_6 + 244.800\,x_1^2x_2^3x_3^2x_5^4x_6 - 928.800\,x_1^2x_2^3x_4x_5^4x_6 - 84.000\,x_1^2x_3^4x_4^3x_6^2$$
$$-118.125\,x_1^2x_2x_3^2x_4^4x_6^2 + 101\,250\,x_1^2x_2^2x_4^5x_6^2 + 293\,400\,x_1^2x_3^5x_4x_5x_6^2 + 184\,500\,x_1^2x_2x_3^3x_4^2x_5x_6^2$$
$$+567.000\,x_1^2x_2^2x_3x_4^3x_5x_6^2 - 1.089.000\,x_1^3x_2x_3^4x_5^2x_6^2 - 378.000\,x_1^2x_2^2x_3^2x_4x_5^2x_6^2 + 796.500\,x_1^2x_2^3x_4^2x_5^2x_6^2$$
$$-504.000\,x_1^2x_2^3x_3x_5^3x_6^2 - 153.000\,x_1^2x_3^6x_6^3 + 810.000\,x_1^2x_2x_3^5x_4x_6^3 - 1.507.500\,x_1^2x_2^2x_3^2x_4^2x_6^3$$
$$-180.000\,x_1^2x_2^3x_4^3x_6^3 + 525.000\,x_1^2x_2^2x_3^3x_5x_6^3 + 1.395.000\,x_1^2x_2^3x_3x_4x_5x_6^3 - 975.000\,x_1^2x_2^4x_5^2x_6^3$$
$$-312.500\,x_1^2x_2^3x_3^2x_6^4 - 75.000\,x_1^2x_2^4x_4x_6^4 + 147.744\,x_1^3x_4^5x_5^3 - 648.000\,x_1^3x_3x_4^3x_5^4$$
$$+746.496\,x_1^3x_3^2x_4x_5^3 + 229.824\,x_1^3x_2x_4^2x_5^3 - 654\,336\,x_1^3x_2x_3x_5^4 - 196.830\,x_1^3x_4^6x_5x_6$$
$$+745.200\,x_1^3x_3x_4^4x_5^2x_6 - 475\,200\,x_1^3x_3^2x_4^2x_5^3x_6 - 21.000\,x_1^3x_2x_4^3x_5^3x_6 - 883\,200\,x_1^3x_3^2x_5^4x_6$$
$$+1.080\,000\,x_1^3x_2x_3x_4x_5^4x_6 + 24\,480\,x_1^3x_2^2x_5^5x_6 + 212\,625\,x_1^3x_3x_4^5x_6^2 - 945.000\,x_1^3x_3^2x_4^3x_5x_6^2$$
$$-415\,125\,x_1^3x_2x_4^4x_5x_6^2 + 1.764.000\,x_1^3x_3^2x_4x_5^2x_6^2 - 1.323\,000\,x_1^3x_2x_3x_4^2x_5^2x_6^2 + 540.000\,x_1^3x_2x_3^2x_5^3x_6^2$$
$$+792.000\,x_1^3x_2^2x_4x_5^3x_6^2 - 292.500\,x_1^3x_3^3x_4^2x_6^3 + 1.687.500\,x_1^3x_2x_3x_4^3x_6^3 - 225\,000\,x_1^3x_3^4x_5x_6^3$$
$$-1.170.000\,x_1^3x_2x_3^2x_4x_5x_6^3 - 1.147.500\,x_1^3x_2^2x_4^2x_5x_6^3 - 120.000\,x_1^3x_2^2x_3x_5^2x_6^3 + 255\,000\,x_1^3x_2x_3^3x_4^2$$
$$+172.500\,x_1^3x_2^2x_3x_4x_6^4 + 127.500\,x_1^3x_2^3x_5x_6^4 + 55\,296\,x_1^4x_4x_5^6 - 561.600\,x_1^4x_4^2x_5^4x_6$$
$$+599\,040\,x_1^4x_3x_5^5x_6 + 1.134.000\,x_1^4x_4^3x_5^2x_6^2 - 1.476.000\,x_1^4x_3x_4x_5^3x_6^2 - 324.000\,x_1^4x_2x_5^4x_6^2$$
$$-617.625\,x_1^4x_4^4x_6^3 + 783\,000\,x_1^4x_3x_4^2x_5x_6^3 + 312.000\,x_1^4x_3^2x_5^2x_6^3 + 396\,000\,x_1^4x_2x_4x_5^2x_6^3$$
$$-255\,000\,x_1^4x_3^2x_4x_6^4 + 180.000\,x_1^4x_2x_4^2x_6^4 - 195.000\,x_1^4x_2x_3x_5x_6^4 - 37.500\,x_1^4x_2^2x_6^5$$
$$+108.000\,x_1^5x_5^3x_6^3 - 180.000\,x_1^5x_4x_5x_6^4 + 75\,000\,x_1^5x_3x_6^5.$$

$$H_{21} = G_{12,42} =$$

$$-7.680\,x_3^6 x_4^6 + 46.080\,x_3^7 x_4^4 x_5 - 82.560\,x_3^8 x_4^2 x_5^2 + 35.840\,x_3^9 x_5^3$$
$$-19.200\,x_3^8 x_4^3 x_6 + 57.600\,x_3^9 x_4 x_5 x_6 - 28.800\,x_3^{10} x_6^2 + 51.840\,x_2 x_3^4 x_4^7$$
$$-316.800\,x_2 x_3^5 x_4^5 x_5 + 558.720\,x_2 x_3^6 x_4^3 x_5^2 - 197.760\,x_2 x_3^7 x_4 x_5^3 + 144.000\,x_2 x_3^6 x_4^4 x_6$$
$$-422.400\,x_2 x_3^7 x_4^2 x_5 x_6 - 124.800\,x_2 x_3^8 x_5^2 x_6 + 288.000\,x_2 x_3^8 x_4 x_6^2 - 104.490\,x_2^2 x_3^2 x_4^8$$
$$+628.560\,x_2^2 x_3^3 x_4^6 x_5 - 900.480\,x_2^2 x_3^4 x_4^4 x_5^2 - 272.800\,x_2^2 x_3^5 x_4^2 x_5^3 + 226.880\,x_2^2 x_3^6 x_5^4$$
$$-386.400\,x_2^2 x_3^4 x_4^5 x_6 + 1.068.000\,x_2^2 x_3^5 x_4^3 x_5 x_6 + 1.022.400\,x_2^2 x_3^6 x_4 x_5^2 x_6 - 1.146.000\,x_2^2 x_3^6 x_4^2 x_6^2$$
$$-12.000\,x_2^2 x_3^7 x_5 x_6^2 + 51.030\,x_2^3 x_4^9 - 250.290\,x_2^3 x_3 x_4^7 x_5 - 306.900\,x_2^3 x_3^2 x_4^5 x_5^2$$
$$+2.157.240\,x_2^3 x_3^3 x_4^3 x_5^3 - 716.080\,x_2^3 x_3^4 x_4 x_5^4 + 480.150\,x_2^3 x_3^2 x_4^6 x_6 - 1.335.300\,x_2^3 x_3^3 x_4^4 x_5 x_6$$
$$-2.243.400\,x_2^3 x_3^4 x_4^2 x_5^2 x_6 - 645.200\,x_2^3 x_3^5 x_5^3 x_6 + 2.244.000\,x_2^3 x_3^4 x_4^3 x_6^2 + 144.000\,x_2^3 x_3^5 x_4 x_5 x_6^2$$
$$-30.000\,x_2^3 x_3^6 x_6^3 + 287.145\,x_2^4 x_4^6 x_5^2 - 805.590\,x_2^4 x_3 x_4^4 x_5^3 - 1.007.640\,x_2^4 x_3^2 x_4^2 x_5^4$$
$$+429.120\,x_2^4 x_3^3 x_5^5 - 324.000\,x_2^4 x_4^7 x_6 + 1.307.700\,x_2^4 x_3 x_4^5 x_5 x_6 + 781.200\,x_2^4 x_3^2 x_4^3 x_5^2 x_6$$
$$+2.734.000\,x_2^4 x_3^3 x_4 x_5^3 x_6 - 2.047.500\,x_2^4 x_3^2 x_4^4 x_6^2 - 786.000\,x_2^4 x_3^3 x_4^2 x_5 x_6^2 + 246.000\,x_2^4 x_3^4 x_5^2 x_6^2$$
$$+120.000\,x_2^4 x_3^4 x_4 x_6^3 + 482.760\,x_2^5 x_4^3 x_5^4 + 149.040\,x_2^5 x_3 x_4 x_5^5 - 1.125.450\,x_2^5 x_4^4 x_5^2 x_6$$
$$-178.200\,x_2^5 x_3 x_4^2 x_5^3 x_6 - 1.436.400\,x_2^5 x_3^2 x_5^4 x_6 + 471.600\,x_2^5 x_4^5 x_6^2 + 1.737.000\,x_2^5 x_3 x_4^3 x_5 x_6^2$$
$$-1.050.000\,x_2^5 x_3^2 x_4 x_5^2 x_6^2 - 251.000\,x_2^5 x_3^2 x_4^2 x_6^3 + 22.000\,x_2^5 x_3^3 x_5 x_6^3 - 116.640\,x_2^6 x_5^6$$
$$+550.800\,x_2^6 x_4 x_5^4 x_6 - 1.012.500\,x_2^6 x_4^2 x_5^2 x_6^2 + 1.161.000\,x_2^6 x_3 x_5^3 x_6^2 + 96.000\,x_2^6 x_4^3 x_6^3$$
$$+214.000\,x_2^6 x_3 x_4 x_5 x_6^3 - 70.000\,x_2^6 x_3^2 x_6^4 - 387.000\,x_2^7 x_5^2 x_6^3 + 140.000\,x_2^7 x_4 x_6^4$$
$$-38.880\,x_1 x_3^3 x_4^8 + 131.220\,x_1 x_2 x_3 x_4^9 + 259.200\,x_1 x_3^4 x_4^6 x_5 - 855.360\,x_1 x_2 x_3^3 x_4^7 x_5$$
$$-284.310\,x_1 x_2^2 x_4^8 x_5 - 618.240\,x_1 x_3^5 x_4^4 x_5^2 + 1.922.400\,x_1 x_2 x_3^3 x_4^5 x_5^2 + 2.070.360\,x_1 x_2^2 x_3 x_4^6 x_5^2$$
$$+682.880\,x_1 x_3^6 x_4^2 x_5^3 - 2.136.480\,x_1 x_2 x_3^4 x_4^3 x_5^3 - 4.038.120\,x_1 x_2^2 x_3^2 x_4^4 x_5^3 - 1.306.530\,x_1 x_2^3 x_4^5 x_5^3$$
$$-409.600\,x_1 x_3^7 x_5^4 + 1.859.840\,x_1 x_2 x_3^5 x_4 x_5^4 + 1.249.920\,x_1 x_2^2 x_3^3 x_4^2 x_5^4 + 4.921.200\,x_1 x_2^3 x_3 x_4^3 x_5^4$$
$$-1.600.640\,x_1 x_2^2 x_3^4 x_5^5 - 285.120\,x_1 x_2^3 x_3^2 x_4 x_5^5 - 2.585.520\,x_1 x_2^4 x_4^2 x_5^5 + 881.280\,x_1 x_2^4 x_3 x_5^6$$
$$-1.920\,x_1 x_3^5 x_4^5 x_6 - 151.200\,x_1 x_2 x_3^3 x_4^6 x_6 + 595.350\,x_1 x_2^2 x_3 x_4^7 x_6 - 134.400\,x_1 x_3^6 x_4^3 x_5 x_6$$
$$+1.089.600\,x_1 x_2 x_3^4 x_4^4 x_5 x_6 - 5.154.300\,x_1 x_2^2 x_3^2 x_4^5 x_5 x_6 + 700.650\,x_1 x_2^3 x_4^6 x_5 x_6 + 470.460\,x_1 x_3^7 x_4 x_5^2 x_6$$
$$-4.581.600\,x_1 x_2 x_3^5 x_4^2 x_5^2 x_6 + 13.227.000\,x_1 x_2^2 x_3^3 x_4^3 x_5^2 x_6 - 1.853.550\,x_1 x_2^3 x_3 x_4^4 x_5^2 x_6 + 553.600\,x_1 x_2 x_3^6 x_5^3 x_6$$
$$-1.647.600\,x_1 x_2^2 x_3^4 x_4 x_5^3 x_6 - 13.057.200\,x_1 x_2^3 x_3^2 x_4^2 x_5^3 x_6 + 5.592.600\,x_1 x_2^4 x_4^3 x_5^3 x_6 + 4.971.200\,x_1 x_2^3 x_3^3 x_5^4 x_6$$
$$-291.600\,x_1 x_2^4 x_3 x_4 x_5^4 x_6 - 181.440\,x_1 x_2^5 x_5^5 x_6 - 57.600\,x_1 x_3^7 x_4^2 x_6^2 + 537.600\,x_1 x_2 x_3^5 x_4^3 x_6^2$$
$$-1.717.500\,x_1 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_6^2 + 2.290.500\,x_1 x_2^3 x_3 x_4^5 x_6^2 - 172.800\,x_1 x_3^7 x_5 x_6^2 + 1.082.400\,x_1 x_2 x_3^6 x_4 x_5 x_6^2$$
$$-2.550.000\,x_1 x_2^2 x_3^4 x_4 x_5 x_6^2 + 1.890.000\,x_1 x_2^3 x_3^2 x_4^3 x_5 x_6^2 - 4.648.500\,x_1 x_2^4 x_4^4 x_5 x_6^2 + 130.800\,x_1 x_2^2 x_3^5 x_5^2 x_6^2$$
$$+942.000\,x_1 x_2^3 x_3^3 x_4 x_5^2 x_6^2 + 5.697.000\,x_1 x_2^4 x_3 x_4^2 x_5^2 x_6^2 - 3.720.000\,x_1 x_2^4 x_3^2 x_5^3 x_6^2 - 1.053.000\,x_1 x_2^5 x_4 x_5^3 x_6^2$$
$$+108.000\,x_1 x_2 x_3^7 x_6^3 - 696.000\,x_1 x_2^2 x_3^5 x_4 x_6^3 + 1.930.000\,x_1 x_2^3 x_3^3 x_4^2 x_6^3 - 1.755.000\,x_1 x_2^4 x_3 x_4^3 x_6^3$$
$$-560.000\,x_1 x_2^3 x_3^4 x_5 x_6^3 + 730.000\,x_1 x_2^4 x_3^2 x_4 x_5 x_6^3 + 1.179.000\,x_1 x_2^5 x_4^2 x_5 x_6^3 + 509.000\,x_1 x_2^5 x_3 x_5^2 x_6^3$$
$$+650.000\,x_1 x_2^4 x_3^3 x_6^4 - 1.530.000\,x_1 x_2^5 x_3 x_4 x_6^4 + 550.000\,x_1 x_2^6 x_5 x_6^4 - 118.098\,x_1^2 x_4^{10}$$

⟶

$$+1.049.760 x_1^2 x_3 x_4^8 x_5 - 3.713.040 x_1^2 x_3^2 x_4^6 x_5^2 - 43.740 x_1^2 x_2 x_4^7 x_5^2 + 6.462.720 x_1^2 x_3^3 x_4^4 x_5^3$$
$$+466.560 x_1^2 x_2 x_3 x_4^5 x_5^3 - 5.241.600 x_1^2 x_3^4 x_4^2 x_5^4 - 2.263.680 x_1^2 x_2 x_3^2 x_4^3 x_5^4 + 797.040 x_1^2 x_2^2 x_4^4 x_5^4$$
$$+1.073.152 x_1^2 x_3^5 x_5^5 + 4.446.720 x_1^2 x_2 x_3^3 x_4 x_5^5 - 3.024.000 x_1^2 x_2^2 x_3 x_4^2 x_5^5 - 2.592.000 x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_5^6$$
$$+3.343.680 x_1^2 x_2^3 x_4 x_5^6 - 116.640 x_1^2 x_3^2 x_4^7 x_6 - 393.660 x_1^2 x_2 x_4^8 x_6 + 967.680 x_1^2 x_3^3 x_4^5 x_5 x_6$$
$$+2.191.860 x_1^2 x_2 x_3 x_4^6 x_5 x_6 - 2.748.000 x_1^2 x_3^4 x_4^3 x_5^2 x_6 - 4590.000 x_1^2 x_2 x_3^2 x_4^4 x_5^2 x_6 + 264.870 x_1^2 x_2^2 x_4^5 x_5^2 x_6$$
$$+3.257.600 x_1^2 x_3^5 x_4 x_5^3 x_6 + 3.024.000 x_1^2 x_2 x_3^3 x_4^2 x_5^3 x_6 + 1.695.600 x_1^2 x_2^2 x_3 x_4^3 x_5^3 x_6 - 6.611.200 x_1^2 x_2 x_3^4 x_5^4 x_6$$
$$+9.115.200 x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4 x_5^4 x_6 - 6.696.000 x_1^2 x_2^3 x_4^2 x_5^4 x_6 - 1.684.800 x_1^2 x_2^3 x_3 x_5^5 x_6 - 516.000 x_1^2 x_3^4 x_4^4 x_6^2$$
$$+1.717.200 x_1^2 x_2 x_3^2 x_4^5 x_6^2 - 2.411.775 x_1^2 x_2^2 x_4^6 x_6^2 + 1.526.400 x_1^2 x_3^5 x_4^2 x_5 x_6^2 - 3.087.000 x_1^2 x_2 x_3^3 x_4^3 x_5 x_6^2$$
$$+4.164.750 x_1^2 x_2^2 x_3 x_4^4 x_5 x_6^2 - 1.905.600 x_1^2 x_3^6 x_5^2 x_6^2 + 3.702.000 x_1^2 x_2 x_3^4 x_4 x_5^2 x_6^2 - 5724.000 x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^2 x_5^2 x_6^2$$
$$+1.359.000 x_1^2 x_2^3 x_4^3 x_5^2 x_6^2 + 1.208.000 x_1^2 x_2^2 x_3^3 x_5^3 x_6^2 + 2.376.000 x_1^2 x_2^3 x_3 x_4 x_5^3 x_6^2 + 1.296.000 x_1^2 x_2^4 x_5^4 x_6^2$$
$$-108.000 x_1^2 x_3^6 x_4 x_6^3 - 225.000 x_1^2 x_2 x_3^4 x_4^2 x_6^3 - 540.000 x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^3 x_6^3 + 3.903.750 x_1^2 x_2^3 x_4^4 x_6^3$$
$$+2.490.000 x_1^2 x_2 x_3^5 x_5 x_6^3 - 3.270.000 x_1^2 x_2^2 x_3^3 x_4 x_5 x_6^3 - 7.515.000 x_1^2 x_2^3 x_3 x_4^2 x_5 x_6^3 + 2.960.000 x_1^2 x_2^3 x_3^2 x_5^2 x_6^3$$
$$-765.000 x_1^2 x_2^4 x_4 x_5^2 x_6^3 - 1.650.000 x_1^2 x_2^2 x_3^4 x_6^4 + 4.000.000 x_1^2 x_2^3 x_3^2 x_4 x_6^4 + 787.500 x_1^2 x_2^4 x_4^2 x_6^4$$
$$-1.925.000 x_1^2 x_2^4 x_3 x_5 x_6^4 - 275.000 x_1^2 x_2^5 x_6^5 - 116.640 x_1^3 x_4^6 x_5^3 + 622.080 x_1^3 x_3 x_4^4 x_5^4$$
$$-1.156.608 x_1^3 x_3^2 x_4^2 x_5^3 + 114.048 x_1^3 x_2 x_4^3 x_5^3 + 393.216 x_1^3 x_3^3 x_5^6 + 986.112 x_1^3 x_2 x_3 x_4 x_5^6$$
$$-1.783.296 x_1^3 x_2^2 x_5^7 + 393.660 x_1^3 x_4^7 x_5 x_6 - 2.255.040 x_1^3 x_3 x_4^5 x_5^2 x_6 + 5.558.400 x_1^3 x_3^2 x_4^3 x_5^3 x_6$$
$$-2.786.400 x_1^3 x_2 x_4^4 x_5^3 x_6 - 4.492.800 x_1^3 x_3^3 x_4 x_5^4 x_6 + 2.102.400 x_1^3 x_2 x_3 x_4^2 x_5^4 x_6 + 3.018.240 x_1^3 x_2 x_3^2 x_5^5 x_6$$
$$+1.465.920 x_1^3 x_2^2 x_4 x_5^5 x_6 - 218.700 x_1^3 x_3 x_4^6 x_6^2 - 405.000 x_1^3 x_3^2 x_4^4 x_5 x_6^2 + 5.042.250 x_1^3 x_2 x_4^5 x_5 x_6^2$$
$$-864.000 x_1^3 x_3^3 x_4^2 x_5^2 x_6^2 - 5.886.000 x_1^3 x_2 x_3 x_4^3 x_5^2 x_6^2 + 5.552.000 x_1^3 x_3^4 x_5^3 x_6^2 - 12.024.000 x_1^3 x_2 x_3^2 x_4 x_5^3 x_6^2$$
$$+5.328.000 x_1^3 x_2^2 x_4^2 x_5^3 x_6^2 - 1.224.000 x_1^3 x_2^2 x_3 x_5^4 x_6^2 + 2.145.000 x_1^3 x_3^3 x_4^3 x_6^3 - 6.986.250 x_1^3 x_2 x_3 x_4^4 x_6^3$$
$$-6.210.000 x_1^3 x_3^4 x_4 x_5 x_6^3 + 22.590.000 x_1^3 x_2 x_3^2 x_4^2 x_5 x_6^3 - 4.725.000 x_1^3 x_2^2 x_4^3 x_5 x_6^3 - 4.200.000 x_1^3 x_2 x_3^3 x_5^2 x_6^3$$
$$+3.720.000 x_1^3 x_2^2 x_3 x_4 x_5^2 x_6^3 - 1.320.000 x_1^3 x_2^3 x_5^3 x_6^3 + 930.000 x_1^3 x_3^5 x_6^4 - 1.350.000 x_1^3 x_2 x_3^3 x_4 x_6^4$$
$$-3.975.000 x_1^3 x_2^2 x_3 x_4^2 x_6^4 + 825.000 x_1^3 x_2^3 x_4 x_5 x_6^4 + 1.375.000 x_1^3 x_2^3 x_3 x_6^5 - 580.608 x_1^4 x_4^2 x_5^6$$
$$+1.032.192 x_1^4 x_3 x_5^7 + 3.369.600 x_1^4 x_4^3 x_5^4 x_6 - 7.050.240 x_1^4 x_3 x_4 x_5^3 x_6 + 2.534.400 x_1^4 x_2 x_5^6 x_6$$
$$-5.346.000 x_1^4 x_4^4 x_5^2 x_6^2 + 2.016.000 x_1^4 x_3^2 x_5^4 x_6^2 - 5.544.000 x_1^4 x_2 x_4 x_5^4 x_6^2 + 1.883.250 x_1^4 x_4^5 x_6^3$$
$$-2.430.000 x_1^4 x_3 x_4^3 x_5 x_6^3 - 6.360.000 x_1^4 x_3^2 x_4 x_5^2 x_6^3 + 1.320.000 x_1^4 x_2 x_3 x_5^3 x_6^3 - 645.000 x_1^4 x_3^2 x_4^2 x_6^4$$
$$+2.970.000 x_1^4 x_2 x_4^3 x_6^4 + 2.640.000 x_1^4 x_3^3 x_5 x_6^4 + 330.000 x_1^4 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6^4 + 660.000 x_1^4 x_2^2 x_5^2 x_6^4$$
$$-1.650.000 x_1^4 x_2 x_3^2 x_6^5 - 825.000 x_1^4 x_2^2 x_4 x_6^5 + 11.520.000 x_1^4 x_3 x_4^2 x_5^3 x_6^2 - 1.267.200 x_1^5 x_5^5 x_6^2$$
$$+3.960.000 x_1^5 x_4 x_5^3 x_6^3 - 1.320.000 x_1^5 x_3 x_5^2 x_6^4 + 1.650.000 x_1^5 x_3 x_4 x_6^5$$

$$\boxed{H_{22} = G_{13,45}} = -8.640 x_3^7 x_4^6 + 51.840 x_3^8 x_4^4 x_5 - 84.480 x_3^9 x_4^2 x_5^2 + 17.920 x_3^{10} x_5^3$$
$$-38.400 x_3^9 x_4^3 x_6 + 115.200 x_3^{10} x_4 x_5 x_6 - 57.600 x_3^{11} x_6^2 + 64.800 x_2 x_3^5 x_4^7$$
$$-393.120 x_2 x_3^6 x_4^5 x_5 + 602.880 x_2 x_3^7 x_4^3 x_5^2 - 4.480 x_2 x_3^8 x_4 x_5^3 + 345.120 x_2 x_3^7 x_4^4 x_6$$
$$-1.034.880 x_2 x_3^8 x_4^2 x_5 x_6 - 174.720 x_2 x_3^9 x_5^2 x_6 + 633.600 x_2 x_3^9 x_4 x_6^2 - 152.280 x_2^2 x_3^3 x_4^8$$
$$+894.240 x_2^2 x_3^4 x_4^6 x_5 - 945.360 x_2^2 x_3^5 x_4^4 x_5^2 - 1.200.960 x_2^2 x_3^6 x_4^2 x_5^3 + 81.920 x_2^2 x_3^7 x_5^4$$
$$-1.116.000 x_2^2 x_3^5 x_4^5 x_6 + 3.164.160 x_2^2 x_3^6 x_4^3 x_5 x_6 + 2.110.080 x_2^2 x_3^7 x_4 x_5^2 x_6 - 2.716.800 x_2^2 x_3^7 x_4^2 x_6^2$$

⟶

$$
\begin{aligned}
&-268.800\,x_2^2x_3^8x_5x_6^2+106.920\,x_2^3x_3x_4^9-505.440\,x_2^3x_3^2x_4^7x_5-801.360\,x_2^3x_3^3x_4^5x_5^2\\
&+4.178.880\,x_2^3x_3^4x_4^3x_5^3+564.480\,x_2^3x_3^5x_4x_5^4+1.563.840\,x_2^3x_3^3x_4^6x_6-3.803.040\,x_2^3x_3^4x_4^4x_5x_6\\
&-7.588.800\,x_2^3x_3^5x_4^2x_5^2x_6-1.137.920\,x_2^3x_3^6x_5^3x_6+5.702.400\,x_2^3x_3^5x_4^3x_6^2+1.910.400\,x_2^3x_3^6x_4x_5x_6^2\\
&+80.000\,x_2^3x_3^7x_6^3-106.920\,x_2^4x_4^8x_5+1.360.800\,x_2^4x_3x_4^6x_5^2-2.352.240\,x_2^4x_3^2x_4^4x_5^3\\
&-4.368.960\,x_2^4x_3^3x_4^2x_5^4-19.200\,x_2^4x_3^4x_5^5-855.360\,x_2^4x_3x_4^7x_6+1.296.000\,x_2^4x_3^2x_4^5x_5x_6\\
&+10.169.280\,x_2^4x_3^3x_4^3x_5^2x_6+6.011.520\,x_2^4x_3^4x_4x_5^3x_6-5.803.200\,x_2^4x_3^3x_4^4x_6^2-5.299.200\,x_2^4x_3^4x_4^2x_5x_6^2\\
&+408.000\,x_2^4x_3^5x_5^2x_6^2-560.000\,x_2^4x_3^5x_4x_6^3-738.720\,x_2^5x_4^5x_5^3+3.594.240\,x_2^5x_3x_4^3x_5^4\\
&+1.814.400\,x_2^5x_3^2x_4x_5^5+855.360\,x_2^5x_4^6x_5x_6-5978.880\,x_2^5x_3x_4^4x_5^2x_6-6.747.840\,x_2^5x_3^2x_4^2x_5^3x_6\\
&-1.737.600\,x_2^5x_3^3x_5^4x_6+2.116.800\,x_2^5x_3x_4^5x_6^2+6.825.600\,x_2^5x_3^2x_4^3x_5x_6^2-1.800.000\,x_2^5x_3^3x_4x_5^2x_6^2\\
&+1.440.000\,x_2^5x_3^3x_4^2x_6^3-90.000\,x_2^5x_3^4x_5x_6^3-1.399.680\,x_2^6x_4^2x_5^5-311.040\,x_2^6x_3x_5^6\\
&+3.404.160\,x_2^6x_4^3x_5^3x_6+1.036.800\,x_2^6x_3x_4x_5^4x_6-2.116.800\,x_2^6x_4^4x_5x_6^2-432.000\,x_2^6x_3x_4^2x_5^2x_6^2\\
&+2.088.000\,x_2^6x_3^2x_5^3x_6^2-1.440.000\,x_2^6x_3x_4^3x_6^3+80.000\,x_2^6x_3^3x_6^4+311.040\,x_2^7x_5^5x_6\\
&-1.296.000\,x_2^7x_4x_5^3x_6^2+1.440.000\,x_2^7x_4^2x_5x_6^3-960.000\,x_2^7x_3x_5^2x_6^3-240.000\,x_2^7x_3x_4x_6^4\\
&+240.000\,x_2^8x_5x_6^4-60.912\,x_1x_3^4x_4^8+244.944\,x_1x_2x_3^2x_4^9-177.147\,x_1x_2^2x_4^{10}\\
&+422.496\,x_1x_3^5x_4^6x_5-1.656.288\,x_1x_2x_3^3x_4^7x_5+960.822\,x_1x_2^2x_3x_4^8x_5-949.248\,x_1x_3^6x_4^4x_5^2\\
&+3.202.848\,x_1x_2x_3^4x_4^5x_5^2+468.504\,x_1x_2^2x_3^2x_4^6x_5^2-1.018.656\,x_1x_2^3x_4^7x_5^2+774.144\,x_1x_3^7x_4^2x_5^3\\
&-1465.344\,x_1x_2x_3^5x_4^3x_5^3-6.115.392\,x_1x_2^2x_3^2x_4^4x_5^3+1.695.168\,x_1x_2^3x_3x_4^5x_5^3-300.032\,x_1x_3^8x_5^4\\
&+746.496\,x_1x_2x_3^6x_4x_5^4+1.567.872\,x_1x_2^2x_3^4x_4^2x_5^4+7.271.424\,x_1x_2^3x_3^2x_4^3x_5^4-572.832\,x_1x_2^4x_4^4x_5^4\\
&-1.130.496\,x_1x_2^2x_3^5x_5^5+1.520.640\,x_1x_2^3x_3^3x_4x_5^5-9.258.624\,x_1x_2^4x_3x_4^2x_5^5-663.552\,x_1x_2^4x_3^2x_5^6\\
&+4.852.224\,x_1x_2^5x_4x_5^6-243.360\,x_1x_3^6x_4^5x_6+1.287.360\,x_1x_2x_3^4x_4^6x_6-2.138.400\,x_1x_2^2x_3^2x_4^7x_6\\
&+1.504.170\,x_1x_2^3x_4^8x_6+871.680\,x_1x_3^7x_4^3x_5x_6-4.032.000\,x_1x_2x_3^5x_4^4x_5x_6+5.127.840\,x_1x_2^2x_3^3x_4^5x_5x_6\\
&-4.335.120\,x_1x_2^3x_3x_4^6x_5x_6-343.680\,x_1x_3^9x_4x_5^2x_6-1.607.040\,x_1x_2x_3^6x_4^2x_5^2x_6+12.980.160\,x_1x_2^2x_3^4x_4^3x_5^2x_6\\
&-9.806.400\,x_1x_2^3x_3^2x_4^4x_5^2x_6+4.289.760\,x_1x_2^4x_4^5x_5^2x_6+1.489.920\,x_1x_2x_3^7x_5^3x_6-3.655.680\,x_1x_2^2x_3^5x_4x_5^3x_6\\
&-18.213.120\,x_1x_2^3x_3^3x_4^2x_5^3x_6+16.070.400\,x_1x_2^4x_3x_4^3x_5^3x_6+4.208.640\,x_1x_2^3x_3^4x_5^4x_6+8.864.640\,x_1x_2^4x_3^2x_4x_5^4x_6\\
&-11.456.640\,x_1x_2^5x_4^2x_5^4x_6-1.658.880\,x_1x_2^5x_3x_5^5x_6-446.400\,x_1x_3^3x_4^2x_6^2+3.456.000\,x_1x_2x_3^6x_4^3x_6^2\\
&-10.015.200\,x_1x_2^2x_3^4x_4^4x_6^2+12.528.000\,x_1x_2^3x_3^2x_4^5x_6^2-4.260.600\,x_1x_2^4x_4^6x_6^2+259.200\,x_1x_3^9x_5x_6^2\\
&-1.363.200\,x_1x_2x_3^7x_4x_5x_6^2+2.217.600\,x_1x_2^2x_3^5x_4^2x_5x_6^2+633.600\,x_1x_2^3x_3^3x_4^3x_5x_6^2-10.076.400\,x_1x_2^4x_3x_4^4x_5x_6^2\\
&-1.680.000\,x_1x_2^2x_3^6x_5^2x_6^2+6.912.000\,x_1x_2^3x_3^4x_4x_5^2x_6^2+2.354.400\,x_1x_2^4x_3^2x_4^2x_5^2x_6^2+4.665.600\,x_1x_2^5x_4^3x_5^2x_6^2\\
&-8.505.600\,x_1x_2^4x_3^3x_5^3x_6^2+3.628.800\,x_1x_2^5x_3x_4x_5^3x_6^2-259.200\,x_1x_2^6x_5^4x_6^2-144.000\,x_1x_2x_3^8x_6^3\\
&+912.000\,x_1x_2^2x_3^6x_4x_6^3-1.872.000\,x_1x_2^3x_3^4x_4^2x_6^3-144.000\,x_1x_2^4x_3^2x_4^3x_6^3+4.482.000\,x_1x_2^5x_4^4x_6^3
\end{aligned}
$$

→

$$+512.000\,x_1x_2^3x_3^5x_5x_6^3+720.000\,x_1x_2^4x_3^3x_4x_5x_6^3-9.000.000\,x_1x_2^5x_3x_4^2x_5x_6^3+3\,120.000\,x_1x_2^5x_3^2x_5^2x_6^3$$
$$+2.160.000\,x_1x_2^6x_4x_5^2x_6^3-720.000\,x_1x_2^4x_3^4x_6^4+2.400.000\,x_1x_2^5x_3^2x_4x_6^4-1.350.000\,x_1x_2^6x_4^2x_6^4$$
$$-420.000\,x_1x_2^6x_3x_5x_6^4-300.000\,x_1x_2^7x_6^5-78.732\,x_1^2x_3x_4^{10}+542.376\,x_1^2x_3^2x_4^8x_5$$
$$+433.026\,x_1^2x_2x_4^9x_5-1.296.000\,x_1^2x_3^3x_4^6x_5^2-3\,265\,920\,x_1^2x_2x_3x_4^7x_5^2+1.741\,824\,x_1^2x_3^4x_4^4x_5^3$$
$$+6.096.384\,x_1^2x_2x_3^2x_4^5x_5^3+3.487.536\,x_1^2x_2^2x_4^6x_5^3-2.469.888\,x_1^2x_3^5x_4^2x_5^4+1.354.752\,x_1^2x_2x_3^3x_4^3x_5^4$$
$$-14\,789.952\,x_1^2x_2^2x_3x_4^4x_5^4+1.536.000\,x_1^2x_3^6x_5^5-3.621.888\,x_1^2x_2x_3^4x_4x_5^5+4.831\,488\,x_1^2x_2^2x_3^2x_4^2x_5^5$$
$$+9.227.520\,x_1^2x_2^3x_4^3x_5^5+2.359.296\,x_1^2x_2^2x_3^3x_5^6-2.903.040\,x_1^2x_2^3x_3x_4x_5^6-3\,732\,480\,x_1^2x_2^4x_5^7$$
$$-90.720\,x_1^2x_3^3x_4^7x_6-371.790\,x_1^2x_2x_3x_4^8x_6-652.320\,x_1^2x_3^4x_4^5x_5x_6+7.523\,280\,x_1^2x_2x_3^2x_4^6x_5x_6$$
$$-4.140.720\,x_1^2x_2^2x_4^7x_5x_6+4\,377.600\,x_1^2x_3^5x_4^3x_5^2x_6-30.637\,440\,x_1^2x_2x_3^3x_4^4x_5^2x_6+20.956.320\,x_1^2x_2^2x_3x_4^5x_5^2x_6$$
$$-3.486.720\,x_1^2x_3^6x_4x_5^3x_6+23.258.880\,x_1^2x_2x_3^4x_4^2x_5^3x_6+9\,123\,840\,x_1^2x_2^2x_3^2x_4^3x_5^3x_6-29.056.320\,x_1^2x_2^3x_4^4x_5^3x_6$$
$$-3.333.120\,x_1^2x_2x_3^5x_5^4x_6-13\,893\,120\,x_1^2x_2^2x_3^3x_4x_5^4x_6+17.107.200\,x_1^2x_2^3x_3x_4^2x_5^4x_6-1.520.640\,x_1^2x_2^3x_3^2x_5^5x_6$$
$$+4.769.280\,x_1^2x_2^4x_4x_5^5x_6-730.800\,x_1^2x_3^5x_4^4x_6^2+4.244.400\,x_1^2x_2x_3^3x_4^5x_6^2-7.484.400\,x_1^2x_2^2x_3x_4^6x_6^2$$
$$-532.800\,x_1^2x_3^6x_4^2x_5x_6^2+2.462.400\,x_1^2x_2x_3^4x_4^3x_5x_6^2-5\,410.800\,x_1^2x_2^2x_3^2x_4^4x_5x_6^2+24\,526.800\,x_1^2x_2^3x_4^5x_5x_6^2$$
$$+998.400\,x_1^2x_3^7x_5^2x_6^2-2.476.800\,x_1^2x_2x_3^5x_4x_5^2x_6^2-5\,097.600\,x_1^2x_2^2x_3^3x_4^2x_5^2x_6^2-17\,366.400\,x_1^2x_2^3x_3x_4^3x_5^2x_6^2$$
$$+8.966.400\,x_1^2x_2^2x_3^4x_5^3x_6^2-10.195.200\,x_1^2x_2^3x_3^2x_4x_5^3x_6^2+8.164.800\,x_1^2x_2^4x_4^2x_5^3x_6^2+3\,283.200\,x_1^2x_2^4x_3x_5^4x_6^2$$
$$+144.000\,x_1^2x_3^7x_4x_6^3-1.224.000\,x_1^2x_2x_3^5x_4^2x_6^3+6.696.000\,x_1^2x_2^2x_3^3x_4^3x_6^3-12.258.000\,x_1^2x_2^3x_3x_4^4x_6^3$$
$$-384.000\,x_1^2x_2x_3^6x_5x_6^3-8.352.000\,x_1^2x_2^2x_3^4x_4x_5x_6^3+29.520.000\,x_1^2x_2^3x_3^2x_4^2x_5x_6^3-10.152.000\,x_1^2x_2^4x_4^3x_5x_6^3$$
$$+2.784.000\,x_1^2x_2^3x_3^3x_5^2x_6^3-9\,072.000\,x_1^2x_2^4x_3x_4x_5^2x_6^3-576.000\,x_1^2x_2^5x_3^3x_6^3+2.280.000\,x_1^2x_2^2x_3^5x_6^4$$
$$-8.520.000\,x_1^2x_2^3x_3^3x_4x_6^4+8.640.000\,x_1^2x_2^4x_3x_4^2x_6^4-3\,720.000\,x_1^2x_2^4x_3^2x_5x_6^4-540.000\,x_1^2x_2^5x_4x_5x_6^4$$
$$+2.100.000\,x_1^2x_2^5x_3x_6^5-314.928\,x_1^3x_4^8x_5^2+2.395.008\,x_1^3x_3x_4^6x_5^3-5\,971.968\,x_1^3x_3^2x_4^4x_5^4$$
$$-2.021.760\,x_1^3x_2x_4^5x_5^4+4\,866.048\,x_1^3x_3^3x_4^2x_5^5+9\,953.280\,x_1^3x_2x_3x_4^3x_5^5-1.548.288\,x_1^3x_3^4x_5^6$$
$$-4\,976.640\,x_1^3x_2x_3^2x_4x_5^6-11.819.520\,x_1^3x_2^2x_4^2x_5^6+8.847.360\,x_1^3x_2^2x_3x_5^7+196\,830\,x_1^3x_4^9x_6$$
$$-1.399.680\,x_1^3x_3x_4^7x_5x_6+3\,421.440\,x_1^3x_3^2x_4^5x_5^2x_6-1.283.040\,x_1^3x_2x_4^6x_5^2x_6-1.797.120\,x_1^3x_3^3x_4^3x_5^3x_6$$
$$+1.866.240\,x_1^3x_2x_3x_4^4x_5^3x_6+3\,179.520\,x_1^3x_3^4x_4x_5^4x_6-24.261.120\,x_1^3x_2x_3^2x_4^2x_5^4x_6+33\,231.230\,x_1^3x_2^2x_4^3x_5^4x_6$$
$$+6.451.200\,x_1^3x_2x_3^3x_5^5x_6-19.630.080\,x_1^3x_2^2x_3x_4x_5^5x_6+6.082.560\,x_1^3x_2^3x_5^6x_6-2.284.200\,x_1^3x_3^2x_4^6x_6^2$$
$$+6.123.600\,x_1^3x_2x_4^7x_6^2+9.460.800\,x_1^3x_3^3x_4^4x_5x_6^2-23\,328.000\,x_1^3x_2x_3x_4^5x_5x_6^2-15\,292.800\,x_1^3x_3^4x_4^2x_5^2x_6^2$$
$$+38.361.600\,x_1^3x_2x_3^2x_4^3x_5^2x_6^2-23\,911.200\,x_1^3x_2^2x_4^4x_5^2x_6^2+76.800\,x_1^3x_3^5x_5^3x_6^2+15\,667.200\,x_1^3x_2x_3^3x_4x_5^3x_6^2$$
$$-2.246.400\,x_1^3x_2^2x_3x_4^2x_5^3x_6^2+2.419.200\,x_1^3x_2^2x_3^2x_5^4x_6^2-17.971.200\,x_1^3x_2^3x_4x_5^4x_6^2-3.240.000\,x_1^3x_3^4x_4^3x_6^3$$
$$+7.452.000\,x_1^3x_2x_3^2x_4^4x_6^3-810.000\,x_1^3x_2^2x_4^5x_6^3+10.944.000\,x_1^3x_3^5x_4x_5x_6^3-30.240.000\,x_1^3x_2x_3^3x_4^2x_5x_6^3$$
$$+25\,920.000\,x_1^3x_2^2x_3x_4^3x_5x_6^3-11\,328.000\,x_1^3x_2x_3^4x_5^2x_6^3-7.200.000\,x_1^3x_2^2x_3^2x_4x_5^2x_6^3+13\,824.000\,x_1^3x_2^3x_4^2x_5^2x_6^3$$

→

$$-2.640.000\,x_1^3x_3^6x_6^4+11.280.000\,x_1^3x_2x_3^4x_4x_6^4-15300.000\,x_1^3x_2^2x_3^2x_4^2x_6^4-3.240.000\,x_1^3x_2^3x_4^3x_6^4$$
$$+11.040.000\,x_1^3x_2^2x_3^3x_5x_6^4+5.760.000\,x_1^3x_2^3x_3x_4x_5x_6^4+720.000\,x_1^3x_2^4x_5^2x_6^4-4.800.000\,x_1^3x_2^3x_3^2x_6^5$$
$$-900.000\,x_1^3x_2^4x_4x_6^5-497.664\,x_1^4x_4^4x_5^5+1.990.656\,x_1^4x_3x_4^2x_5^6-4.202.496\,x_1^4x_3^2x_5^7$$
$$+4.810.752\,x_1^4x_2x_4x_5^7+4.510.080\,x_1^4x_4^5x_5^3x_6-19.906.560\,x_1^4x_3x_4^3x_5^4x_6+30.412.800\,x_1^4x_3^2x_4x_5^5x_6$$
$$-12.026.880\,x_1^4x_2x_4^2x_5^5x_6-14100480\,x_1^4x_2x_3x_5^6x_6-6.123\,600\,x_1^4x_4^6x_5x_6^2+27.604.800\,x_1^4x_3x_4^4x_5^2x_6^2$$
$$-34.041\,600\,x_1^4x_3^2x_4^2x_5^3x_6^2+6.739.200\,x_1^4x_2x_4^3x_5^3x_6^2-18.432.000\,x_1^4x_3^3x_5^4x_6^2+43.545.600\,x_1^4x_2x_3x_4x_5^4x_6^2$$
$$-2.073\,600\,x_1^4x_2^2x_5^5x_6^2+1.620.000\,x_1^4x_3x_4^5x_6^3-15552.000\,x_1^4x_3^2x_4^3x_5x_6^3+42.048.000\,x_1^4x_3^3x_4x_5^2x_6^3$$
$$-40.608.000\,x_1^4x_2x_3x_4^2x_5^2x_6^3+2.304.000\,x_1^4x_2x_3^2x_5^3x_6^3+6.912.000\,x_1^4x_2^2x_4x_5^3x_6^3-1.800\,000\,x_1^4x_3^3x_4^2x_6^4$$
$$+15.120.000\,x_1^4x_2x_3x_4^3x_6^4-7.680.000\,x_1^4x_3^4x_5x_6^4-9.360.000\,x_1^4x_2x_3^2x_4x_5x_6^4-5400.000\,x_1^4x_2^2x_4^2x_5x_6^4$$
$$-2.880.000\,x_1^4x_2^2x_3x_5^2x_6^4+3\,600.000\,x_1^4x_2x_3^3x_6^5+3600.000\,x_1^4x_2^2x_3x_4x_6^5-1.327.104\,x_1^5x_5^8$$
$$+5\,806.080\,x_1^5x_4x_5^6x_6-11404.800\,x_1^5x_4^2x_5^4x_6^2+4\,147.200\,x_1^5x_3x_5^5x_6^2+12.960.000\,x_1^5x_4^3x_5^2x_6^3$$
$$-13.824.000\,x_1^5x_3x_4x_5^3x_6^3-6.480.000\,x_1^5x_4^4x_6^4+10.800.000\,x_1^5x_3x_4^2x_5x_6^4+2.880.000\,x_1^5x_3^2x_5^2x_6^4$$
$$-3.600.000\,x_1^5x_3^2x_4x_6^5.$$

$$\boxed{H_{23}=G_{18,63}}\;=$$

$$192.000\,x_3^{11}x_4^5x_5^2-1.088.000\,x_3^{12}x_4^3x_5^3-384.000\,x_3^{11}x_4^6x_6+1.536.000\,x_3^{13}x_4x_5^4$$
$$+2.304.000\,x_3^{12}x_4^4x_5x_6-2.880.000\,x_3^{13}x_4^2x_5^2x_6-1.536.000\,x_3^{14}x_5^3x_6$$
$$-1.728.000\,x_3^{13}x_4^3x_6^2+5\,184.000\,x_3^{14}x_4x_5x_6^2-1.728.000\,x_3^{15}x_6^3$$
$$-2.376.000\,x_2x_3^9x_4^6x_5^2+13\,728.000\,x_2x_3^{10}x_4^4x_5^3-19.200\,000\,x_2x_3^{11}x_4^2x_5^4$$
$$-1.536.000\,x_2x_3^{12}x_5^5+4.752.000\,x_2x_3^9x_4^7x_6-29\,040.000\,x_2x_3^{10}x_4^5x_5x_6$$
$$+34\,944.000\,x_2x_3^{11}x_4^3x_5^2x_6+26.112.000\,x_2x_3^{12}x_4x_5^3x_6+23.832.000\,x_2x_3^{11}x_4^4x_6^2$$
$$-72.864.000\,x_2x_3^{12}x_4^2x_5x_6^2-2.304.000\,x_2x_3^{13}x_5^2x_6^2+25.920.000\,x_2x_3^{13}x_4x_6^3$$
$$-243.000\,x_2^2x_3^5x_4^{11}+2.073.000\,x_2^2x_3^6x_4^9x_5-42.768.000\,x_2^2x_3^8x_4^5x_5^3$$
$$+61\,440.000\,x_2^2x_3^9x_4^3x_5^3+40.704.000\,x_2^2x_3^{10}x_4x_5^5-24.057.000\,x_2^2x_3^7x_4^8x_6$$
$$+149\,688.000\,x_2^2x_3^8x_4^6x_5x_6-169\,200.000\,x_2^2x_3^9x_4^4x_5^2x_6-176.640.000\,x_2^2x_3^{10}x_4^2x_5^3x_6$$
$$-22.272.000\,x_2^2x_3^{11}x_5^4x_6-134.064.000\,x_2^2x_3^9x_4^7x_6^2+411\,168.000\,x_2^2x_3^{10}x_4^3x_5x_6^2$$
$$+64\,512.000\,x_2^2x_3^{11}x_4x_5^2x_6^2-162.720.000\,x_2^2x_3^{11}x_4^2x_6^3-11\,520.000\,x_2^2x_3^{12}x_5x_6^3$$
$$+1.549\,125\,x_2^3x_3^3x_4^{12}-17\,374\,500\,x_2^3x_3^4x_4^{10}x_5+48.114.000\,x_2^3x_3^5x_4^8x_5^2$$
$$-2.880.000\,x_2^3x_3^7x_4^4x_5^4-240\,144\,000\,x_2^3x_3^8x_4^2x_5^5-20.992.000\,x_2^3x_3^9x_5^6$$
$$+61\,479.000\,x_2^3x_3^5x_4^9x_6-384.912.000\,x_2^3x_3^6x_4^7x_5x_6+353.004.000\,x_2^3x_3^7x_4^5x_5^2x_6$$
$$+689\,280.000\,x_2^3x_3^8x_4^3x_5^3x_6+211\,200.000\,x_2^3x_3^8x_4x_5^4x_6+394\,776.000\,x_2^3x_3^7x_4^6x_6^2$$
$$-1.156.080.000\,x_2^3x_3^9x_4^4x_5x_6^2-573.120.000\,x_2^3x_3^9x_4^2x_5^2x_6^2+16.896.000\,x_2^3x_3^{10}x_5^3x_6^2$$

→

$$+553.760.000\,x_2^3x_3^9x_4^3x_6^3 + 128.640.000\,x_2^3x_3^{10}x_4x_5x_6^3 + 2.400.000\,x_2^3x_3^{11}x_6^4$$
$$-2.460.375\,x_2^4x_3x_4^{13} + 27.337.500\,x_2^4x_3^2x_4^{11}x_5 - 77.760.000\,x_2^4x_3^3x_4^9x_5^2$$
$$+3.240.000\,x_2^4x_3^4x_4^7x_5^3 + 370.944.000\,x_2^4x_3^6x_4^3x_5^5 + 261.120.000\,x_2^4x_3^7x_4x_5^6$$
$$-75.694.500\,x_2^4x_3^3x_4^{10}x_6 + 449.500.000\,x_2^4x_3^4x_4^8x_5x_6 - 22.680.000\,x_2^4x_3^5x_4^6x_5^2x_6$$
$$-1.834.560.000\,x_2^4x_3^6x_4^4x_5^3x_6 - 710.400.000\,x_2^4x_3^7x_4^2x_5^4x_6 - 72.192.000\,x_2^4x_3^8x_5^5x_6$$
$$-620.784.000\,x_2^4x_3^5x_4^7x_6^2 + 1.582.056.000\,x_2^4x_3^6x_4^5x_5x_6^2 + 2.332.800.000\,x_2^4x_3^7x_4^3x_5^2x_6^2$$
$$-59.520.000\,x_2^4x_3^8x_4x_5^3x_6^2 - 1.107.480.000\,x_2^4x_3^7x_4^4x_6^3 - 553.920.000\,x_2^4x_3^8x_4^2x_5x_6^3$$
$$-36.480.000\,x_2^4x_3^9x_5^2x_6^3 - 26.400.000\,x_2^4x_3^9x_4x_6^4 + 2.460.375\,x_2^5x_4^{12}x_5$$
$$-57.955.500\,x_2^5x_3x_4^{10}x_5^2 + 311.526.000\,x_2^5x_3^2x_4^8x_5^3 - 417.312.000\,x_2^5x_3^3x_4^6x_5^4$$
$$-676.224.000\,x_2^5x_3^5x_4^2x_5^6 - 90.624.000\,x_2^5x_3^6x_5^7 + 31.711.500\,x_2^5x_3x_4^{11}x_6$$
$$-121.743.000\,x_2^5x_3^2x_4^9x_5x_6 - 835.920.000\,x_2^5x_3^3x_4^7x_5^2x_6 + 2.503.872.000\,x_2^5x_3^4x_4^5x_5^3x_6$$
$$+1.831.680.000\,x_2^5x_3^5x_4^3x_5^4x_6 + 158.976.000\,x_2^5x_3^6x_4x_5^5x_6 + 484.663.500\,x_2^5x_3^3x_4^8x_6^2$$
$$-773.388.000\,x_2^5x_3^4x_4^6x_5x_6^2 - 4.419.360.000\,x_2^5x_3^5x_4^4x_5^2x_6^2 - 658.560.000\,x_2^5x_3^6x_4^2x_5^3x_6^2$$
$$+209.280.000\,x_2^5x_3^7x_5^4x_6^2 + 1.328.904.000\,x_2^5x_3^5x_4^5x_6^3 + 1.107.840.000\,x_2^5x_3^6x_4^3x_5x_6^3$$
$$+318.720.000\,x_2^5x_3^7x_4x_5^2x_6^3 + 117.000.000\,x_2^5x_3^7x_4^2x_6^4 + 2.400.000\,x_2^5x_3^8x_5x_6^4$$
$$+29.889.000\,x_2^6x_4^9x_5^3 - 330.480.000\,x_2^6x_3x_4^7x_5^4 + 760.752.000\,x_2^6x_3^2x_4^5x_5^5$$
$$+476.928.000\,x_2^6x_3^3x_4x_5^7 - 31.711.500\,x_2^6x_4^{10}x_5x_6 + 429.867.000\,x_2^6x_3x_4^8x_5^2x_6$$
$$-238.464.000\,x_2^6x_3^2x_4^6x_5^3x_6 + 42.624.000\,x_2^6x_3^4x_4^2x_5^5x_6 + 66.816.000\,x_2^6x_3^5x_5^6x_6$$
$$-149.566.500\,x_2^6x_3x_4^9x_6^2 - 107.892.000\,x_2^6x_3^2x_4^7x_5x_6^2 + 3.315.168.000\,x_2^6x_3^3x_4^5x_5^2x_6^2$$
$$+2.921.760.000\,x_2^6x_3^4x_4^3x_5^3x_6^2 - 720.000.000\,x_2^6x_3^5x_4x_5^4x_6^2 - 927.180.000\,x_2^6x_3^3x_4^6x_6^3$$
$$-1.081.440.000\,x_2^6x_3^4x_4^4x_5x_6^3 - 644.640.000\,x_2^6x_3^5x_4^2x_5^2x_6^3 - 248.320.000\,x_2^6x_3^6x_5^3x_6^3$$
$$-258.000.000\,x_2^6x_3^5x_4^3x_6^4 - 49.200.000\,x_2^6x_3^6x_4x_5x_6^4 + 6.000.000\,x_2^6x_3^7x_6^5$$
$$+1146.96.000\,x_2^7x_4^6x_5^5 - 536.544.000\,x_2^7x_3x_4^4x_5^6 - 124.416.000\,x_2^7x_3^3x_5^8$$
$$-243.000.000\,x_2^7x_4^7x_5^3x_6 + 1.009.584.000\,x_2^7x_3x_4^5x_5^4x_6 + 2.146.176.000\,x_2^7x_3^2x_4^3x_5^5x_6$$
$$-912.384.000\,x_2^7x_3^3x_4x_5^6x_6 + 149.566.500\,x_2^7x_4^8x_5x_6^2 - 930.204.000\,x_2^7x_3x_4^6x_5^2x_6^2$$
$$-2.173.760.000\,x_2^7x_3^2x_4^4x_5^3x_6^2 - 567.360.000\,x_2^7x_3^3x_4^2x_5^4x_6^2 + 249.152.000\,x_2^7x_3^4x_5^5x_6^2$$
$$+293.220.000\,x_2^7x_3x_4^7x_6^3 + 729.000.000\,x_2^7x_3^2x_4^5x_5x_6^3 - 227.520.000\,x_2^7x_3^3x_4^3x_5^2x_6^3$$
$$+1.096.320.000\,x_2^7x_3^4x_4x_5^3x_6^3 + 293.950.000\,x_2^7x_3^3x_4^4x_6^4 + 154.200.000\,x_2^7x_3^4x_4^2x_5x_6^4$$
$$+98.400.000\,x_2^7x_3^5x_5^2x_6^4 - 42.000.000\,x_2^7x_3^5x_4x_6^5 + 139.968.000\,x_2^8x_4^3x_5^7$$
$$-443.232.000\,x_2^8x_4^4x_5^5x_6 - 419.904.000\,x_2^8x_3x_4^2x_5^6x_6 + 373.248.000\,x_2^8x_3^2x_5^7x_6$$
$$+603.288.000\,x_2^8x_4^5x_5^3x_6^2 + 482.112.000\,x_2^8x_3^2x_4x_5^5x_6^2 - 293.220.000\,x_2^8x_4^6x_5x_6^3$$
$$+450.360.000\,x_2^8x_3x_4^4x_5^2x_6^3 - 236.160.000\,x_2^8x_3^2x_4^2x_5^3x_6^3 - 546.240.000\,x_2^8x_3^3x_5^4x_6^3$$
$$-149.850.000\,x_2^8x_3x_4^5x_6^4 - 102.600.000\,x_2^8x_3^2x_4^3x_5x_6^4 - 432.000.000\,x_2^8x_3^3x_4x_5^2x_6^4$$
$$+111.000.000\,x_2^8x_3^3x_4^2x_6^5 - 12.000.000\,x_2^8x_3^4x_5x_6^5 + 209.952.000\,x_2^9x_4^2x_5^5x_6^2$$
$$-373.248.000\,x_2^9x_3x_5^6x_6^2 - 349.920.000\,x_2^9x_3^2x_5^3x_6^3 + 285.120.000\,x_2^9x_3x_4x_5^4x_6^3$$
$$+149.850.000\,x_2^9x_4^4x_5x_6^4 + 95.400.000\,x_2^9x_3x_4^2x_5^2x_6^4 + 338.400.000\,x_2^9x_3^2x_5^3x_6^4$$
$$-117.000.000\,x_2^9x_3x_4^3x_6^5 + 18.000.000\,x_2^9x_3^2x_4x_5x_6^5 + 5.000.000\,x_2^9x_3^3x_6^6$$
$$+124.416.000\,x_2^{10}x_5^5x_6^3 - 226.800.000\,x_2^{10}x_4x_5^3x_6^4 + 117.000.000\,x_2^{10}x_4^2x_5x_6^5$$
$$-90.000.000\,x_2^{10}x_3x_5^2x_6^5 - 15.000.000\,x_2^{10}x_3x_4x_6^6 + 15.000.000\,x_2^{11}x_5x_6^6$$
$$-3.803.760.000\,x_2^6x_3^3x_4^4x_5^4x_6$$

→

$$+777.600\,x_1x_3^6x_4^{11} - 5\,248.800\,x_1x_2x_3^4x_4^{12} + 7.381.125\,x_1x_2^2x_3^2x_4^{13}$$
$$+4.428.675\,x_1x_2^3x_4^{14} - 8.553.600\,x_1x_3^7x_4^9x_5 + 58.806.000\,x_1x_2x_3^5x_4^{10}x_5$$
$$-79.606.800\,x_1x_2^2x_3^3x_4^{11}x_5 - 66.922.200\,x_1x_2^3x_3x_4^{12}x_5 + 38.491.200\,x_1x_3^8x_4^7x_5^2$$
$$-269.438.400\,x_1x_2x_3^6x_4^8x_5^2 + 342.630.000\,x_1x_2^2x_3^4x_4^9x_5^2 + 402.408.000\,x_1x_2^3x_3^2x_4^{10}x_5^2$$
$$+57.080.700\,x_1x_2^4x_4^{11}x_5^2 - 87.436.800\,x_1x_3^9x_4^5x_5^3 + 615.859.200\,x_1x_2x_3^7x_4^6x_5^3$$
$$-636.595.200\,x_1x_2^2x_3^5x_4^7x_5^3 - 1.395.792.000\,x_1x_2^3x_3^3x_4^8x_5^3 - 481.140.000\,x_1x_2^4x_3x_4^9x_5^3$$
$$+95.692.800\,x_1x_3^{10}x_4^3x_5^4 - 639.360.000\,x_1x_2x_3^9x_4^4x_5^4 + 36.288.000\,x_1x_2^2x_3^6x_4^5x_5^4$$
$$+3.302.208.000\,x_1x_2^3x_3^4x_4^6x_5^4 + 1.438.560.000\,x_1x_2^4x_3^2x_4^7x_5^4 + 164.462.400\,x_1x_2^5x_4^8x_5^4$$
$$-35.635.200\,x_1x_3^{11}x_4x_5^5 + 153.907.200\,x_1x_2x_3^9x_4^2x_5^5 + 1.188.864\,x_1x_2^2x_3^7x_4^3x_5^5$$
$$-4.006.195.200\,x_1x_2^3x_3^5x_4^4x_5^5 - 3.297.024.000\,x_1x_2^4x_3^3x_4^5x_5^5 - 321.926.400\,x_1x_2^5x_3x_4^6x_5^5$$
$$+35.635.200\,x_1x_2x_3^{10}x_5^6 - 543.436.800\,x_1x_2^2x_3^8x_4x_5^6 + 339.148.800\,x_1x_2^3x_3^6x_4^2x_5^6$$
$$+6.086.016.000\,x_1x_2^4x_3^4x_4^3x_5^6 - 76.723.200\,x_1x_2^5x_3^2x_4^4x_5^6 - 135.302.400\,x_1x_2^6x_4^5x_5^6$$
$$+307.200.000\,x_1x_2^3x_3^7x_5^7 - 1.435.852.800\,x_1x_2^4x_3^5x_4x_5^7 - 3.433.881.600\,x_1x_2^5x_3^3x_4^2x_5^7$$
$$+1.642.291.200\,x_1x_2^6x_3x_4^3x_5^7 + 630.374.400\,x_1x_2^5x_3^4x_5^8 + 671.846.400\,x_1x_2^6x_3^2x_4x_5^8$$
$$-671.846.400\,x_1x_3^7x_4^2x_5^9 + 5.346.000\,x_1x_2x_3^6x_4^3x_6 - 51.491.700\,x_1x_2^2x_3^4x_4^{10}x_6$$
$$+127.720.800\,x_1x_2^3x_3^2x_4^{11}x_6 - 59.541.075\,x_1x_2^4x_4^{12}x_6 - 4.752.000\,x_1x_3^9x_4^6x_5x_6$$
$$+298.404.000\,x_1x_2^2x_3^5x_4^8x_5x_6 - 896.184.000\,x_1x_2^3x_3^3x_4^9x_5x_6 + 300.493.800\,x_1x_2^4x_3x_4^{10}x_5x_6$$
$$+40.684.800\,x_1x_3^{10}x_4^4x_5^2x_6 - 265.248.000\,x_1x_2x_3^8x_4^5x_5^2x_6 + 1.127.520.000\,x_1x_2^3x_3^4x_4^7x_5^2x_6$$
$$+1.205.766.000\,x_1x_2^4x_3^2x_4^8x_5^2x_6 - 89.702.400\,x_1x_3^{11}x_4^2x_5^3x_6 + 709.096.000\,x_1x_2x_3^9x_4^3x_5^3x_6$$
$$-1.002.240.000\,x_1x_2^2x_3^7x_4^4x_5^3x_6 - 4.707.072.000\,x_1x_2^4x_3^3x_4^6x_5^3x_6 - 600.307.200\,x_1x_2^5x_3x_4^7x_5^3x_6$$
$$+37.171.200\,x_1x_3^{12}x_5^4x_6 - 211.046.400\,x_1x_2x_3^{10}x_4x_5^4x_6 - 952.704.000\,x_1x_2^2x_3^8x_4^2x_5^4x_6$$
$$+4.184.064.000\,x_1x_2^3x_3^6x_4^3x_5^4x_6 + 7.718.457.600\,x_1x_2^5x_3^2x_4^5x_5^4x_6 + 330.868.800\,x_1x_2^6x_4^6x_5^4x_6$$
$$+250.060.800\,x_1x_2^2x_3^9x_5^5x_6 + 474.316.800\,x_1x_2^3x_3^7x_4x_5^5x_6 - 6.860.851.200\,x_1x_2^4x_3^5x_4^2x_5^5x_6$$
$$-6.910.272.000\,x_1x_2^6x_3x_4^4x_5^5x_6 - 261.427.200\,x_1x_2^4x_3^6x_5^6x_6 + 6.142.464.000\,x_1x_2^5x_3^4x_4x_5^6x_6$$
$$+2.612.736.000\,x_1x_2^7x_4^3x_5^6x_6 - 2.322.432.000\,x_1x_2^6x_3^3x_5^7x_6 - 11.908.800\,x_1x_3^{10}x_4^5x_6^2$$
$$+136.944.000\,x_1x_2x_3^8x_4^6x_6^2 - 616.248.000\,x_1x_2^2x_3^6x_4^7x_6^2 + 1.260.198.000\,x_1x_2^3x_3^4x_4^8x_6^2$$
$$-1.059.601.500\,x_1x_2^4x_3^2x_4^9x_6^2 + 300.931.200\,x_1x_2^5x_4^{10}x_6^2 + 35.712.000\,x_1x_3^{11}x_4^3x_5x_6^2$$
$$-433.248.000\,x_1x_2x_3^9x_4^4x_5x_6^2 + 2.033.856.000\,x_1x_2^2x_3^7x_4^5x_5x_6^2 - 3.900.960.000\,x_1x_2^3x_3^5x_4^6x_5x_6^2$$
$$+2.072.304.000\,x_1x_2^4x_3^3x_4^7x_5x_6^2 + 7.290.000\,x_1x_2^5x_3x_4^8x_5x_6^2 + 2.304.000\,x_1x_3^{12}x_4x_5^2x_6^2$$
$$+29.952.000\,x_1x_2x_3^{10}x_4^2x_5^2x_6^2 - 310.464.000\,x_1x_2^2x_3^8x_4^3x_5^2x_6^2 - 1.191.168.000\,x_1x_2^3x_3^6x_4^4x_5^2x_6^2$$
$$+7.861.536.000\,x_1x_2^4x_3^4x_4^5x_5^2x_6^2 - 5.559.840.000\,x_1x_2^5x_3^2x_4^6x_5^2x_6^2 + 488.916.000\,x_1x_2^6x_4^7x_5^2x_6^2$$
$$-95.232.000\,x_1x_2x_3^{11}x_5^3x_6^2 + 1.065.984.000\,x_1x_2^2x_3^9x_4x_5^3x_6^2 - 2.230.272.000\,x_1x_2^3x_3^7x_4^2x_5^3x_6^2$$
$$+20.736.000\,x_1x_2^4x_3^5x_4^3x_5^3x_6^2 - 7.884.864.000\,x_1x_2^5x_3^3x_4^4x_5^3x_6^2 + 5.031.072.000\,x_1x_2^6x_3x_4^5x_5^3x_6^2$$
$$-1.218.048.000\,x_1x_2^3x_3^3x_5^4x_6^2 + 5.587.584.000\,x_1x_2^4x_3^6x_4x_5^4x_6^2 - 1.403.136.000\,x_1x_2^5x_3^4x_4^2x_5^4x_6^2$$
$$+6.308.928.000\,x_1x_2^6x_3^2x_4^3x_5^4x_6^2 - 2.610.144.000\,x_1x_2^7x_4^4x_5^4x_6^2 - 2.487.398.400\,x_1x_2^5x_3^5x_5^5x_6^2$$
$$-963.072.000\,x_1x_2^6x_3^3x_4x_5^5x_6^2 - 2.239.488.000\,x_1x_2^7x_3x_4^2x_5^5x_6^2 + 1.990.656.000\,x_1x_2^7x_3^2x_5^6x_6^2$$
$$-12.960.600\,x_1x_3^{12}x_4^2x_6^3 + 152.640.000\,x_1x_2x_3^{10}x_4^3x_6^3 - 726.360.000\,x_1x_2^2x_3^8x_4^4x_6^3$$
$$+1.740.960.000\,x_1x_2^3x_3^6x_4^5x_6^3 - 2.285.820.000\,x_1x_2^4x_3^4x_4^6x_6^3 + 1.830.600.000\,x_1x_2^5x_3^2x_4^7x_6^3$$
$$-677.362.500\,x_1x_2^6x_4^8x_6^3 + 23.040.000\,x_1x_2x_3^{11}x_4x_5x_6^3 - 282.240.000\,x_1x_2^2x_3^9x_4^2x_5x_6^3$$
$$+1.596.000.000\,x_1x_2^3x_3^7x_4^3x_5x_6^3 - 3.375.360.000\,x_1x_2^4x_3^5x_4^4x_5x_6^3 + 1.892.160.000\,x_1x_2^5x_3^3x_4^5x_5x_6^3$$
$$-294.840.000\,x_1x_2^6x_3x_4^6x_5x_6^3 - 23.040.000\,x_1x_2^2x_3^{10}x_5^2x_6^3 - 7.680.000\,x_1x_2^3x_3^8x_4x_5^2x_6^3$$

→

$$
\begin{aligned}
&-1.169.280.000 x_1 x_2^4 x_3^6 x_4^2 x_5^2 x_6^3 + 6.505.920.000 x_1 x_2^5 x_3^4 x_4^3 x_5^2 x_6^3 - 3.816.720.000 x_1 x_2^6 x_3^2 x_4^4 x_5^2 x_6^3 \\
&+194.400.000 x_1 x_2^7 x_4^5 x_5^2 x_6^3 + 1.036.800.000 x_1 x_2^4 x_3^7 x_5^3 x_6^3 - 4.654.080.000 x_1 x_2^5 x_3^5 x_4 x_5^3 x_6^3 \\
&-1.509.120.000 x_1 x_2^6 x_3^3 x_4^2 x_5^3 x_6^3 + 3.006.720.000 x_1 x_2^7 x_3 x_4^3 x_5^3 x_6^3 + 3.792.000.000 x_1 x_2^6 x_3^4 x_5^4 x_6^3 \\
&-2.810.880.000 x_1 x_2^7 x_3^2 x_4 x_5^4 x_6^3 + 116.640.000 x_1 x_2^8 x_4^2 x_5^4 x_6^3 - 207.360.000 x_1 x_2^8 x_3 x_5^5 x_6^3 \\
&-7.200.000 x_1 x_2^2 x_3^{10} x_4 x_6^4 - 112.800.000 x_1 x_2^4 x_3^6 x_4^3 x_6^4 + 40.800.000 x_1 x_2^3 x_3^8 x_4^2 x_6^4 \\
&+223.200.000 x_1 x_2^5 x_3^4 x_4^4 x_6^4 - 344.250.000 x_1 x_2^6 x_3^2 x_4^5 x_6^4 + 562.950.000 x_1 x_2^7 x_4^6 x_6^4 \\
&+96.000.000 x_1 x_2^3 x_3^9 x_5 x_6^4 - 576.000.000 x_1 x_2^4 x_3^7 x_4 x_5 x_6^4 + 1.332.000.000 x_1 x_2^5 x_3^5 x_4^2 x_5 x_6^4 \\
&-1.159.200.000 x_1 x_2^6 x_3^3 x_4^3 x_5 x_6^4 - 1.490.400.000 x_1 x_2^7 x_3 x_4^4 x_5 x_6^4 - 278.400.000 x_1 x_2^5 x_3^6 x_5^2 x_6^4 \\
&+861.600.000 x_1 x_2^6 x_3^4 x_4 x_5^2 x_6^4 + 2.160.000.000 x_1 x_2^7 x_3^2 x_4^2 x_5^2 x_6^4 - 81.000.000 x_1 x_2^8 x_4^3 x_5^2 x_6^4 \\
&-1.996.800.000 x_1 x_2^7 x_3^3 x_5^3 x_6^4 + 964.800.000 x_1 x_2^8 x_3 x_4 x_5^3 x_6^4 - 259.200.000 x_1 x_2^9 x_5^4 x_6^4 \\
&-60.000.000 x_1 x_2^4 x_3^8 x_6^5 + 444.000.000 x_1 x_2^5 x_3^6 x_4 x_6^5 - 1.197.000.000 x_1 x_2^6 x_3^4 x_4^2 x_6^5 \\
&+1.188.000.000 x_1 x_2^7 x_3^2 x_4^3 x_6^5 + 60.750.000 x_1 x_2^8 x_4^4 x_6^5 + 24.000.000 x_1 x_2^6 x_3^5 x_5 x_6^5 \\
&+336.000.000 x_1 x_2^7 x_3^3 x_4 x_5 x_6^5 - 1.566.000.000 x_1 x_2^8 x_3 x_4^2 x_5 x_6^5 + 396.000.000 x_1 x_2^8 x_3^2 x_5^2 x_6^5 \\
&+468.000.000 x_1 x_2^9 x_4 x_5^2 x_6^5 - 60.000.000 x_1 x_2^7 x_3^4 x_6^6 + 195.000.000 x_1 x_2^8 x_3^2 x_4 x_6^6 \\
&-90.000.000 x_1 x_2^9 x_4^2 x_6^6 - 60.000.000 x_1 x_2^9 x_3 x_5 x_6^6 - 15.000.000 x_1 x_2^{10} x_6^7 \\
&-356.043.600 x_1 x_2^5 x_4^9 x_5^2 x_6 + 7.085.880 x_1^2 x_3^3 x_4^{13} - 23.914.845 x_1^2 x_2 x_3 x_4^{14} \\
&-86.867.640 x_1^2 x_3^4 x_4^{11} x_5 + 298.787.940 x_1^2 x_2 x_3^2 x_4^{12} x_5 + 10.628.820 x_1^2 x_2^2 x_4^{13} x_5 \\
&+436.311.360 x_1^2 x_3^5 x_4^9 x_5^2 - 1.498.707.360 x_1^2 x_2 x_3^3 x_4^{10} x_5^2 - 264.539.520 x_1^2 x_2^2 x_3 x_4^{11} x_5^2 \\
&-1.136.954.880 x_1^2 x_3^6 x_4^7 x_5^3 + 3.747.643.200 x_1^2 x_2 x_3^4 x_4^8 x_5^3 + 2.089.022.400 x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^9 x_5^3 \\
&-69.284.160 x_1^2 x_2^3 x_4^{10} x_5^3 + 1.589.207.040 x_1^2 x_3^7 x_4^5 x_5^4 - 4.556.321.280 x_1^2 x_2 x_3^5 x_4^6 x_5^4 \\
&-7.558.272.000 x_1^2 x_2^2 x_3^3 x_4^7 x_5^4 + 216.950.400 x_1^2 x_2^3 x_3 x_4^8 x_5^4 - 1.102.878.720 x_1^2 x_3^8 x_4^3 x_5^5 \\
&+1.979.873.280 x_1^2 x_2 x_3^6 x_4^4 x_5^5 + 12.727.756.800 x_1^2 x_2^2 x_3^4 x_4^5 x_5^5 + 2.133.734.400 x_1^2 x_2^3 x_3^2 x_4^6 x_5^5 \\
&-762.825.600 x_1^2 x_2^4 x_4^7 x_5^5 + 302.590.560 x_1^2 x_3^9 x_4 x_5^6 + 245.514.240 x_1^2 x_2 x_3^7 x_4^2 x_5^6 \\
&-8.486.830.080 x_1^2 x_2^2 x_3^5 x_4^3 x_5^6 - 8.414.668.800 x_1^2 x_2^3 x_3^3 x_4^4 x_5^6 + 2.332.800.000 x_1^2 x_2^4 x_3 x_4^5 x_5^6 \\
&-302.530.560 x_1^2 x_2 x_3^8 x_5^7 + 2.116.730.880 x_1^2 x_2^2 x_3^6 x_4 x_5^7 + 5.590.425.600 x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^2 x_5^7 \\
&+1.633.996.800 x_1^2 x_2^4 x_3^2 x_4^3 x_5^7 - 936.852.480 x_1^2 x_2^5 x_4^4 x_5^7 - 1.372.815.360 x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_5^8 \\
&-1.388.482.560 x_1^2 x_2^5 x_3 x_4^2 x_5^8 - 537.477.120 x_1^2 x_2^5 x_3^2 x_5^9 + 1.074.954.240 x_1^2 x_2^6 x_4 x_5^9 \\
&+24.115.320 x_1^2 x_3^5 x_4^{10} x_6 - 81.356.400 x_1^2 x_2 x_3^3 x_4^{11} x_6 - 5.904.900 x_1^2 x_2^2 x_3 x_4^{12} x_6 \\
&-246.499.200 x_1^2 x_3^6 x_4^8 x_5 x_6 + 877.327.200 x_1^2 x_2 x_3^4 x_4^9 x_5 x_6 - 68.234.400 x_1^2 x_2^2 x_3^2 x_4^{10} x_5 x_6 \\
&+244.069.200 x_1^2 x_2^3 x_4^{11} x_5 x_6 + 985.996.800 x_1^2 x_3^7 x_4^6 x_5^2 x_6 - 3.000.940.800 x_1^2 x_2 x_3^5 x_4^7 x_5^2 x_6 \\
&+628.689.600 x_1^2 x_2^2 x_3^3 x_4^8 x_5^2 x_6 - 2.428.444.800 x_1^2 x_2^3 x_3 x_4^9 x_5^2 x_6 - 1.792.281.600 x_1^2 x_3^3 x_4^4 x_5^3 x_6 \\
&+6.241.536.000 x_1^2 x_2 x_3^6 x_4^5 x_5^3 x_6 + 2.144.102.400 x_1^2 x_2^2 x_3^4 x_4^6 x_5^3 x_6 + 4.516.300.800 x_1^2 x_2^3 x_3^2 x_4^7 x_5^3 x_6 \\
&+2.774.865.600 x_1^2 x_2^4 x_4^8 x_5^3 x_6 + 1.339.545.600 x_1^2 x_3^9 x_4^2 x_5^4 x_6 - 2.947.276.800 x_1^2 x_2 x_3^7 x_4^3 x_5^4 x_6 \\
&-12.578.457.600 x_1^2 x_2^2 x_3^5 x_4^4 x_5^4 x_6 - 37.324.800 x_1^2 x_2^3 x_3^3 x_4^5 x_5^4 x_6 - 11.314.857.600 x_1^2 x_2^4 x_3 x_4^6 x_5^4 x_6 \\
&-338.165.760 x_1^2 x_3^{10} x_5^5 x_6 + 9.216.000 x_1^2 x_2 x_3^8 x_4 x_5^5 x_6 + 7.907.328.000 x_1^2 x_2^2 x_3^6 x_4^2 x_5^5 x_6 \\
&+12.615.782.400 x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^3 x_5^5 x_6 + 2.525.644.800 x_1^2 x_2^4 x_3^2 x_4^4 x_5^5 x_6 + 5.036.981.760 x_1^2 x_2^5 x_4^5 x_5^5 x_6 \\
&-618.086.400 x_1^2 x_2^2 x_3^7 x_5^6 x_6 - 7.155.302.400 x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4 x_5^6 x_6 - 10.094.284.800 x_1^2 x_2^4 x_3^3 x_4^2 x_5^6 x_6 \\
&+1.733.529.600 x_1^2 x_2^5 x_3 x_4^3 x_5^6 x_6 + 3.712.204.800 x_1^2 x_2^4 x_3^4 x_5^7 x_6 + 3.583.180.800 x_1^2 x_2^5 x_3^2 x_4 x_5^7 x_6 \\
&-3.583.180.800 x_1^2 x_2^6 x_4^2 x_5^7 x_6 + 154.062.000 x_1^2 x_2 x_3^5 x_4^8 x_6^2 - 697.896.000 x_1^2 x_2^2 x_3^3 x_4^9 x_6^2 \\
&+553.311.000 x_1^2 x_2^3 x_3 x_4^{10} x_6^2 - 136.944.000 x_1^2 x_3^8 x_4^5 x_5 x_6^2 + 1.730.160.000 x_1^2 x_2^2 x_3^4 x_4^7 x_5 x_6^2 \\
&+798.984.000 x_1^2 x_2^3 x_3^2 x_4^8 x_5 x_6^2 - 2.057.907.000 x_1^2 x_3^4 x_4^9 x_5 x_6^2 + 551.424.000 x_1^2 x_3^5 x_4^3 x_5^2 x_6^2
\end{aligned}
$$

→

$$-1.537.920.000 x_1^2 x_2 x_3^7 x_4^4 x_5^2 x_6^2 - 10.606.464.000 x_1^2 x_2^3 x_3^3 x_4^6 x_5^2 x_6^2 + 8.514.720.000 x_1^2 x_2^4 x_3 x_4^7 x_5^2 x_6^2$$
$$-388.608.000 x_1^2 x_3^{10} x_4 x_5^3 x_6^2 - 631.296.000 x_1^2 x_2 x_3^8 x_4^2 x_5^3 x_6^2 + 9.427.968.000 x_1^2 x_2^2 x_3^6 x_4^3 x_5^3 x_6^2$$
$$+8.390.304.000 x_1^2 x_2^4 x_3^2 x_4^5 x_5^3 x_6^2 - 7.927.632.000 x_1^2 x_2^5 x_4^6 x_5^3 x_6^2 + 1.445.376.000 x_1^2 x_2 x_3^9 x_5^4 x_6^2$$
$$-6.727.680.000 x_1^2 x_2^2 x_3^7 x_4 x_5^4 x_6^2 - 7.458.048.000 x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^2 x_5^4 x_6^2 + 412.128.000 x_1^2 x_2^5 x_3 x_4^4 x_5^4 x_6^2$$
$$+6.263.808.000 x_1^2 x_2^3 x_3^6 x_5^5 x_6^2 - 366.336.000 x_1^2 x_2^4 x_3^4 x_4 x_5^5 x_6^2 + 2.529.792.000 x_1^2 x_2^6 x_4^3 x_5^5 x_6^2$$
$$-2.248.704.000 x_1^2 x_2^5 x_3^3 x_5^6 x_6^2 + 5.040.000 x_1^2 x_3^9 x_4^4 x_6^3 + 34.560.000 x_1^2 x_2 x_3^7 x_4^5 x_6^3$$
$$-136.080.000 x_1^2 x_2^2 x_3^5 x_4^6 x_6^3 - 129.600.000 x_1^2 x_2^3 x_3^3 x_4^7 x_6^3 - 47.385.000 x_1^2 x_2^4 x_3 x_4^8 x_6^3$$
$$-172.800.000 x_1^2 x_3^{10} x_4^2 x_5 x_6^3 + 1.234.560.000 x_1^2 x_2 x_3^8 x_4^3 x_5 x_6^3 - 4.648.320.000 x_1^2 x_2^2 x_3^6 x_4^4 x_5 x_6^3$$
$$+10.730.880.000 x_1^2 x_2^3 x_3^4 x_4^5 x_5 x_6^3 - 8.385.120.000 x_1^2 x_2^4 x_3^2 x_4^6 x_5 x_6^3 + 4.111.560.000 x_1^2 x_2^5 x_4^7 x_5 x_6^3$$
$$+161.280.000 x_1^2 x_3^{11} x_5^2 x_6^3 - 921.600.000 x_1^2 x_2 x_3^9 x_4 x_5^2 x_6^3 + 3.456.000.000 x_1^2 x_2^2 x_3^7 x_4^2 x_5^2 x_6^3$$
$$-8.939.520.000 x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^3 x_5^2 x_6^3 - 842.400.000 x_1^2 x_2^4 x_3^3 x_4^4 x_5^2 x_6^3 - 349.920.000 x_1^2 x_2^5 x_3 x_4^5 x_5^2 x_6^3$$
$$-875.520.000 x_1^2 x_2^2 x_3^8 x_5^3 x_6^3 + 2.780.160.000 x_1^2 x_2^3 x_3^6 x_4 x_5^3 x_6^3 + 15.379.200.000 x_1^2 x_2^4 x_3^4 x_4^2 x_5^3 x_6^3$$
$$-13.167.360.000 x_1^2 x_2^5 x_3^2 x_4^3 x_5^3 x_6^3 + 1.736.640.000 x_1^2 x_2^6 x_4^4 x_5^3 x_6^3 - 8.259.840.000 x_1^2 x_2^4 x_3^5 x_4^5 x_6^3$$
$$+6.912.000.000 x_1^2 x_2^5 x_3^3 x_4 x_5^4 x_6^3 + 2.695.680.000 x_1^2 x_2^6 x_3 x_4^2 x_5^4 x_6^3 - 2.396.160.000 x_1^2 x_2^6 x_3^2 x_5^5 x_6^3$$
$$+108.000.000 x_1^2 x_2 x_3^9 x_4^2 x_6^4 - 700.800.000 x_1^2 x_2^2 x_3^7 x_4^3 x_6^4 + 1.404.000.000 x_1^2 x_2^3 x_3^5 x_4^4 x_6^4$$
$$-97.200.000 x_1^2 x_2^4 x_3^3 x_4^5 x_6^4 - 2.385.450.000 x_1^2 x_2^5 x_3 x_4^6 x_6^4 - 201.600.000 x_1^2 x_2 x_3^{10} x_5 x_6^4$$
$$+1.008.000.000 x_1^2 x_2^2 x_3^8 x_4 x_5 x_6^4 - 259.200.000 x_1^2 x_2^3 x_3^6 x_4^2 x_5 x_6^4 - 7.650.000.000 x_1^2 x_2^4 x_3^4 x_4^3 x_5 x_6^4$$
$$+16.669.800.000 x_1^2 x_2^5 x_3^2 x_4^4 x_5 x_6^4 - 1.555.200.000 x_1^2 x_2^6 x_4^5 x_5 x_6^4 + 19.200.000 x_1^2 x_2^3 x_3^7 x_5^2 x_6^4$$
$$+2.217.600.000 x_1^2 x_2^4 x_3^5 x_4 x_5^2 x_6^4 - 10.152.000.000 x_1^2 x_2^5 x_3^3 x_4^2 x_5^2 x_6^4 - 3.110.400.000 x_1^2 x_2^6 x_3 x_4^3 x_5^2 x_6^4$$
$$+2.908.800.000 x_1^2 x_2^5 x_3^4 x_5^3 x_6^4 + 1.382.400.000 x_1^2 x_2^6 x_3^2 x_4 x_5^3 x_6^4 - 907.200.000 x_1^2 x_2^7 x_4^2 x_5^3 x_6^4$$
$$+1.612.800.000 x_1^2 x_2^7 x_3 x_4^3 x_5^3 x_6^4 + 144.000.000 x_1^2 x_2^2 x_3^9 x_6^5 - 1.056.000.000 x_1^2 x_2^3 x_3^7 x_4 x_6^5$$
$$+2.682.000.000 x_1^2 x_2^4 x_3^5 x_4^2 x_6^5 - 1.764.000.000 x_1^2 x_2^5 x_3^3 x_4^3 x_6^5 - 1.782.000.000 x_1^2 x_2^6 x_3 x_4^4 x_6^5$$
$$-192.000.000 x_1^2 x_2^4 x_3^6 x_5 x_6^5 - 936.000.000 x_1^2 x_2^5 x_3^4 x_4 x_5 x_6^5 + 4.104.000.000 x_1^2 x_2^6 x_3^2 x_4^2 x_5 x_6^5$$
$$+1.296.000.000 x_1^2 x_2^7 x_4^3 x_5 x_6^5 + 192.000.000 x_1^2 x_2^6 x_3^3 x_5^2 x_6^5 - 3.024.000.000 x_1^2 x_2^7 x_3 x_4 x_5^2 x_6^5$$
$$+144.000.000 x_1^2 x_2^8 x_5^3 x_6^5 + 324.000.000 x_1^2 x_2^5 x_3^5 x_6^6 - 1.200.000.000 x_1^2 x_2^6 x_3^3 x_4 x_6^6$$
$$+1.080.000.000 x_1^2 x_2^7 x_3 x_4^2 x_6^6 - 120.000.000 x_1^2 x_2^7 x_3^2 x_5 x_6^6 - 270.000.000 x_1^2 x_2^8 x_4 x_5 x_6^6$$
$$+150.000.000 x_1^2 x_2^8 x_3 x_6^7 + 14\,348\,907 x_1^3 x_4^{15} - 191\,318.760 x_1^3 x_3 x_4^{13} x_5$$
$$+1\,067\,605.920 x_1^3 x_3^2 x_4^{11} x_5^2 + 85.030.560 x_1^3 x_2 x_4^{12} x_5^2 - 3.229.528.320 x_1^3 x_3^3 x_4^9 x_5^3$$
$$-844.007.040 x_1^3 x_2 x_3 x_4^{10} x_5^3 + 5.741.176.320 x_1^3 x_3^4 x_4^7 x_5^4 + 3.230.461.440 x_1^3 x_2 x_3^2 x_4^8 x_5^4$$
$$+239\,345.280 x_1^3 x_2^2 x_4^9 x_5^4 - 6.123.539.632 x_1^3 x_3^5 x_4^5 x_5^5 - 5,743\,042.560 x_1^3 x_2 x_3^3 x_4^6 x_5^5$$
$$-1.858.775.040 x_1^3 x_2^2 x_3 x_4^7 x_5^5 + 3.797.729.280 x_1^3 x_3^6 x_4^3 x_5^6 + 4.983.275.520 x_1^3 x_2 x_3^4 x_4^4 x_5^6$$
$$+3.341.813.760 x_1^3 x_2^2 x_3^2 x_4^5 x_5^6 + 1.448.202.240 x_1^3 x_2^3 x_4^6 x_5^6 - 1.067.581.440 x_1^3 x_3^7 x_4 x_5^7$$
$$-2.985.984.000 x_1^3 x_2 x_3^5 x_4^2 x_5^7 + 1.048.412.160 x_1^3 x_2^2 x_3^3 x_4^3 x_5^7 - 5.683.322.880 x_1^3 x_2^3 x_3 x_4^4 x_5^7$$
$$+1.067.581.440 x_1^3 x_2 x_3^6 x_5^8 - 1.844.074.560 x_1^3 x_2^2 x_3^4 x_4 x_5^8 + 1.088.225.280 x_1^3 x_2^3 x_3^2 x_4^2 x_5^8$$
$$+2.831.708.160 x_1^3 x_2^4 x_4^3 x_5^8 + 1.433.272.320 x_1^3 x_2^2 x_3^3 x_5^9 - 1.313.832.960 x_1^3 x_2^4 x_3 x_4 x_5^9$$
$$-573.308.928 x_1^3 x_2^5 x_5^{10} + 53\,144.100 x_1^3 x_3^2 x_4^{12} x_6 - 576.372.800 x_1^3 x_3^3 x_4^{10} x_5 x_6$$
$$-94.478.400 x_1^3 x_2 x_3 x_4^{11} x_5 x_6 + 2.353.406.400 x_1^3 x_3^4 x_4^8 x_5^2 x_6 + 1.028.764.800 x_1^3 x_2 x_3^2 x_4^9 x_5^2 x_6$$
$$+94.478.400 x_1^3 x_2^2 x_4^{10} x_5^2 x_6 - 5.013.964.800 x_1^3 x_3^5 x_4^6 x_5^3 x_6 - 4.976.640.000 x_1^3 x_2 x_3^3 x_4^7 x_5^3 x_6$$
$$+27.993.600 x_1^3 x_2^2 x_3 x_4^8 x_5^3 x_6 + 5\,854.699.200 x_1^3 x_3^6 x_4^4 x_5^4 x_6 + 9.721.036.800 x_1^3 x_2 x_3^4 x_4^5 x_5^4 x_6$$
$$+3.788.467.200 x_1^3 x_2^2 x_3^2 x_4^6 x_5^4 x_6 - 3.779.136.000 x_1^3 x_2^3 x_4^7 x_5^4 x_6 - 4.165.632.000 x_1^3 x_3^7 x_4^2 x_5^5 x_6$$
$$-4.843.929.600 x_1^3 x_2 x_3^5 x_4^3 x_5^5 x_6 - 18.737.049.600 x_1^3 x_2^2 x_3^3 x_4^4 x_5^5 x_6 + 15.[illegible]9.219.200 x_1^3 x_2^3 x_3 x_4^5 x_5^5 x_6$$

→

$$+1.370.112.000\,x_1^3x_3^8x_5^6x_6 + 670.924.800\,x_1^3x_2x_3^6x_4x_5^6x_6 + 9.770.803.200\,x_1^3x_2^2x_3^4x_4^2x_5^6x_6$$
$$+4.346.265.600\,x_1^3x_2^3x_3^2x_4^3x_5^6x_6 - 12.286.080.000\,x_1^3x_2^4x_4^4x_5^6x_6 - 442.368.000\,x_1^3x_2^2x_3^5x_5^7x_6$$
$$-7.697.203.200\,x_1^3x_2^3x_3^3x_4x_5^7x_6 + 8.095.334.400\,x_1^3x_2^4x_3x_4^2x_5^7x_6 - 298.598.400\,x_1^3x_2^4x_3^2x_5^8x_6$$
$$+597.196.800\,x_1^3x_2^5x_4x_5^8x_6 - 10.206.000\,x_1^3x_3^4x_4^9x_6^2 + 393.660.000\,x_1^3x_2x_3^2x_4^{10}x_6^2$$
$$-413.343.000\,x_1^3x_2^2x_4^{11}x_6^2 - 62.208.000\,x_1^3x_3^5x_4^7x_5x_6^2 - 2.499.984.000\,x_1^3x_2x_3^3x_4^8x_5x_6^2$$
$$+2.099.520.000\,x_1^3x_2^2x_3x_4^9x_5x_6^2 + 217.728.000\,x_1^3x_3^6x_4^5x_5^2x_6^2 + 8.366.976.000\,x_1^3x_2x_3^4x_4^6x_5^2x_6^2$$
$$-6.998.400.000\,x_1^3x_2^2x_3^2x_4^7x_5^2x_6^2 + 1.994.544.000\,x_1^3x_2^3x_4^8x_5^2x_6^2 + 184.320.000\,x_1^3x_3^7x_4^3x_5^3x_6^2$$
$$-17.169.408.000\,x_1^3x_2x_3^5x_4^4x_5^3x_6^2 - 5.629.824.000\,x_1^3x_2^3x_3x_4^6x_5^3x_6^2 + 16.091.136.000\,x_1^3x_2^2x_3^3x_4^5x_5^3x_6^2$$
$$+59.904.000\,x_1^3x_3^8x_4x_5^4x_6^2 + 11.925.504.000\,x_1^3x_2x_3^6x_4^2x_5^4x_6^2 + 1.347.840.000\,x_1^3x_2^2x_3^4x_4^3x_5^4x_6^2$$
$$-27.682.560.000\,x_1^3x_2^3x_3^2x_4^4x_5^4x_6^2 + 16.726.176.000\,x_1^3x_2^4x_4^5x_5^4x_6^2 - 5.197.824.000\,x_1^3x_2x_3^7x_5^5x_6^2$$
$$+497.664.000\,x_1^3x_2^2x_3^5x_4x_5^5x_6^2 + 21.067.776.000\,x_1^3x_2^3x_3^3x_4^2x_5^5x_6^2 - 12.441.600.000\,x_1^3x_2^4x_3x_4^3x_5^5x_6^2$$
$$-2.469.888.000\,x_1^3x_2^3x_3^4x_5^6x_6^2 - 4.313.088.000\,x_1^3x_2^4x_3^2x_4x_5^6x_6^2 + 4.313.088.000\,x_1^3x_2^5x_4^2x_5^6x_6^2$$
$$+38.880.000\,x_1^3x_2x_3^4x_4^7x_6^3 + 68.040.000\,x_1^3x_2^2x_3^2x_4^8x_6^3 + 714.420.000\,x_1^3x_2^3x_4^9x_6^3$$
$$-34.560.000\,x_1^3x_3^7x_4^4x_5x_6^3 - 311.040.000\,x_1^3x_2^2x_3^3x_4^6x_5x_6^3 - 6.376.320.000\,x_1^3x_2^3x_3x_4^7x_5x_6^3$$
$$-53.760.000\,x_1^3x_3^8x_4^2x_5^2x_6^3 + 276.480.000\,x_1^3x_2x_3^6x_4^3x_5^2x_6^3 + 20.891.520.000\,x_1^3x_2^2x_3^2x_4^5x_5^2x_6^3$$
$$-7.212.240.000\,x_1^3x_2^4x_4^6x_5^2x_6^3 - 501.760.000\,x_1^3x_3^9x_5^3x_6^3 + 5.038.080.000\,x_1^3x_2x_3^7x_4x_5^3x_6^3$$
$$+18.570.240.000\,x_1^3x_2^2x_3^5x_4^2x_5^3x_6^3 + 10.627.200.000\,x_1^3x_2^4x_3x_4^4x_5^3x_6^3 + 5.698.560.000\,x_1^3x_2^2x_3^6x_5^4x_6^3$$
$$-9.446.400.000\,x_1^3x_2^3x_3^4x_4x_5^4x_6^3 - 9.538.560.000\,x_1^3x_2^5x_4^3x_5^4x_6^3 + 8.478.720.000\,x_1^3x_2^4x_3^3x_4x_5^5x_6^3$$
$$-247.200.000\,x_1^3x_3^8x_4^3x_6^4 + 2.246.400.000\,x_1^3x_2x_3^6x_4^4x_6^4 - 7.581.600.000\,x_1^3x_2^2x_3^4x_4^5x_6^4$$
$$+9.331.200.000\,x_1^3x_2^3x_3^2x_4^6x_6^4 + 60.750.000\,x_1^3x_2^4x_4^7x_6^4 + 633.600.000\,x_1^3x_3^9x_4x_5x_6^4$$
$$-5.606.400.000\,x_1^3x_2x_3^7x_4^2x_5x_6^4 + 20.217.600.000\,x_1^3x_2^2x_3^5x_4^3x_5x_6^4 - 25.272.000.000\,x_1^3x_2^3x_3^3x_4^4x_5x_6^4$$
$$-7.160.400.000\,x_1^3x_2^4x_3x_4^5x_5x_6^4 + 307.200.000\,x_1^3x_2x_3^8x_5^2x_6^4 - 7.315.200.000\,x_1^3x_2^2x_3^6x_4x_5^2x_6^4$$
$$+17.280.000.000\,x_1^3x_2^3x_3^4x_4^2x_5^2x_6^4 + 5.832.000.000\,x_1^3x_2^4x_3^2x_4^3x_5^2x_6^4 + 4.276.800.000\,x_1^3x_2^5x_4^4x_5^2x_6^4$$
$$+2.073.600.000\,x_1^3x_2^3x_3^5x_5^3x_6^4 - 9.792.000.000\,x_1^3x_2^4x_3^3x_4x_5^3x_6^4 + 3.110.400.000\,x_1^3x_2^5x_3x_4^2x_5^3x_6^4$$
$$-2.764.800.000\,x_1^3x_2^5x_3^2x_5^4x_6^4 - 86.400.000\,x_1^3x_3^{10}x_6^5 + 576.000.000\,x_1^3x_2x_3^8x_4x_6^5$$
$$-1.200.000.000\,x_1^3x_2^2x_3^6x_4^2x_6^5 - 792.000.000\,x_1^3x_2^3x_3^4x_4^3x_6^5 + 3.321.000.000\,x_1^3x_2^4x_3^2x_4^4x_6^5$$
$$+1.587.600.000\,x_1^3x_2^5x_4^5x_6^5 + 960.000.000\,x_1^3x_2^2x_3^7x_5x_6^5 - 1.152.000.000\,x_1^3x_2^3x_3^5x_4x_5x_6^5$$
$$-1.296.000.000\,x_1^3x_2^4x_3^3x_4^2x_5x_6^5 - 3.888.000.000\,x_1^3x_2^5x_3x_4^3x_5x_6^5 - 3.024.000.000\,x_1^3x_2^4x_3^4x_5^2x_6^5$$
$$+5.184.000.000\,x_1^3x_2^5x_3^2x_4x_5^2x_6^5 + 648.000.000\,x_1^3x_2^6x_4^2x_5^2x_6^5 - 1.152.000.000\,x_1^3x_2^6x_3x_5^3x_6^5$$
$$-800.000.000\,x_1^3x_2^3x_3^6x_6^6 + 3.180.000.000\,x_1^3x_2^4x_3^4x_4x_6^6 - 3.240.000.000\,x_1^3x_2^5x_3^2x_4^2x_6^6$$
$$-1.080.000.000\,x_1^3x_2^6x_4^3x_6^6 + 960.000.000\,x_1^3x_2^5x_3^3x_5x_6^6 + 2.160.000.000\,x_1^3x_2^6x_3x_4x_5x_6^6$$
$$-600.000.000\,x_1^3x_2^6x_3^2x_6^7 - 28.343.520\,x_1^4x_4^{11}x_5^3 + 277.136.640\,x_1^4x_3x_4^9x_5^4$$
$$-1.097.349.120\,x_1^4x_3^2x_4^7x_5^5 - 25.194.240\,x_1^4x_2x_4^8x_5^5 + 2.139.955.200\,x_1^4x_3^3x_4^5x_5^6$$
$$+459.095.040\,x_1^4x_2x_3x_4^6x_5^6 - 2.093.506.560\,x_1^4x_3^4x_4^3x_5^7 - 1.278.996.480\,x_1^4x_2x_3^2x_4^4x_5^7$$
$$-918.190.080\,x_1^4x_2^2x_4^5x_5^7 + 982.056.960\,x_1^4x_3^5x_4x_5^8 + 756.449.280\,x_1^4x_2x_3^3x_4^2x_5^8$$
$$+3.583.180.800\,x_1^4x_2^2x_3x_4^3x_5^8 - 982.056.960\,x_1^4x_2x_3^4x_5^9 - 703.365.120\,x_1^4x_2^2x_3^2x_4x_5^9$$
$$-2.806.824.960\,x_1^4x_2^3x_4^2x_5^9 + 1.672.151.040\,x_1^4x_2^3x_3x_5^{10} + 47.239.200\,x_1^4x_3x_4^{10}x_5^2x_6$$
$$-237.945.600\,x_1^4x_3^2x_4^8x_5^3x_6 - 629.856.000\,x_1^4x_2x_4^9x_5^3x_6 + 584.755.200\,x_1^4x_3^3x_4^6x_5^4x_6$$
$$+3.359.232.000\,x_1^4x_2x_3x_4^7x_5^4x_6 - 1.028.505.600\,x_1^4x_3^4x_4^4x_5^5x_6 - 6.905.088.000\,x_1^4x_2x_3^2x_4^5x_5^5x_6$$
$$+1.623.628.800\,x_1^4x_2^2x_4^6x_5^5x_6 + 1.410.048.000\,x_1^4x_3^5x_4^2x_5^6x_6 + 5.341.593.600\,x_1^4x_2x_3^3x_4^3x_5^6x_6$$

→

$$-4.466.534.400\,x_1^4x_2^2x_3x_4^4x_5^6x_6 - 2.049.638.400\,x_1^4x_3^6x_5^7x_6 + 6.104.678.400\,x_1^4x_2x_3^4x_4x_5^7x_6$$
$$-9.953.280.000\,x_1^4x_2^2x_3^2x_4^2x_5^7x_6 + 10.351.411.200\,x_1^4x_2^3x_4^3x_5^7x_6 + 331.776.000\,x_1^4x_2^2x_3^3x_5^8x_6$$
$$-4.445.798.400\,x_1^4x_2^3x_3x_4x_5^8x_6 + 1.194.393.600\,x_1^4x_2^4x_5^9x_6 - 393.660.000\,x_1^4x_3^2x_4^9x_5x_6^2$$
$$+826.686.000\,x_1^4x_2x_4^{10}x_5x_6^2 + 9.270.592.000\,x_1^4x_3^3x_4^7x_5^2x_6^2 - 3.674.160.000\,x_1^4x_2x_3x_4^8x_5^2x_6^2$$
$$-69.984.000\,x_1^4x_2^2x_4^7x_5^3x_6^2 + 839.808.000\,x_1^4x_2x_3^2x_4^6x_5^3x_6^2 + 248.832.000\,x_1^4x_3^5x_4^3x_5^4x_6^2$$
$$+22.032.000.000\,x_1^4x_2x_3^3x_4^4x_5^4x_6^2 - 7.185.024.000\,x_1^4x_2^2x_3x_4^5x_5^4x_6^2 + 5.428.224.000\,x_1^4x_3^6x_4x_5^5x_6^2$$
$$-42.674.688.000\,x_1^4x_2x_3^4x_4^2x_5^5x_6^2 + 29.237.760.000\,x_1^4x_2^2x_3^2x_4^3x_5^5x_6^2 - 9.424.512.000\,x_1^4x_2^3x_4^4x_5^5x_6^2$$
$$+3.538.944.000\,x_1^4x_2x_3^5x_5^6x_6^2 + 7.962.624.000\,x_1^4x_2^2x_3^3x_4x_5^6x_6^2 - 3.981.312.000\,x_1^4x_2^3x_3x_4^2x_5^6x_6^2$$
$$+2.322.432.000\,x_1^4x_2^3x_3^2x_5^7x_6^2 - 4.644.864.000\,x_1^4x_2^4x_4x_5^7x_6^2 + 500.580.000\,x_1^4x_3^3x_4^8x_6^3$$
$$-1.443.420.000\,x_1^4x_2x_3x_4^9x_6^3 - 4.043.520.000\,x_1^4x_3^4x_4^6x_5x_6^3 + 11.352.960.000\,x_1^4x_2x_3^2x_4^7x_5x_6^3$$
$$-699.840.000\,x_1^4x_2^2x_4^8x_5x_6^3 - 36.391.680.000\,x_1^4x_2x_3^3x_4^5x_5^2x_6^3 + 14.813.280.000\,x_1^4x_2^2x_3x_4^6x_5^2x_6^3$$
$$-13.271.040.000\,x_1^4x_3^6x_4^2x_5^3x_6^3 + 40.435.200.000\,x_1^4x_2x_3^4x_4^3x_5^3x_6^3 - 31.104.000.000\,x_1^4x_2^2x_3^2x_4^4x_5^3x_6^3$$
$$-4.199.040.000\,x_1^4x_2^3x_4^5x_5^3x_6^3 - 76.800.000\,x_1^4x_3^7x_5^4x_6^3 + 10.183.680.000\,x_1^4x_2x_3^5x_4x_5^4x_6^3$$
$$-9.331.200.000\,x_1^4x_2^2x_3^3x_4^2x_5^4x_6^3 + 17.625.600.000\,x_1^4x_2^3x_3x_4^3x_5^4x_6^3 - 6.082.560.000\,x_1^4x_2^2x_3^4x_5^5x_6^3$$
$$-1.976.640.000\,x_1^4x_2^3x_3^2x_4x_5^5x_6^3 + 4.976.640.000\,x_1^4x_2^4x_4^2x_5^5x_6^3 + 2.527.200.000\,x_1^4x_2x_3^3x_4^6x_6^4$$
$$-6.901.200.000\,x_1^4x_2^2x_3x_4^7x_6^4 - 2.246.400.000\,x_1^4x_3^6x_4^3x_5x_6^4 + 12.733.200.000\,x_1^4x_2^2x_3^2x_4^5x_5x_6^4$$
$$+6.658.200.000\,x_1^4x_2^3x_4^6x_5x_6^4 + 5.452.800.000\,x_1^4x_3^7x_4x_5^2x_6^4 - 11.318.400.000\,x_1^4x_2x_3^5x_4^2x_5^2x_6^4$$
$$-7.452.000.000\,x_1^4x_2^3x_3x_4^4x_5^2x_6^4 - 5.260.800.000\,x_1^4x_2x_3^6x_5^3x_6^4 + 6.624.000.000\,x_1^4x_2^2x_3^4x_4x_5^3x_6^4$$
$$+1.296.000.000\,x_1^4x_2^4x_4^3x_5^3x_6^4 - 1.152.000.000\,x_1^4x_2^3x_3^3x_5^4x_6^4 + 288.000.000\,x_1^4x_3^7x_4^2x_6^5$$
$$-864.000.000\,x_1^4x_2x_3^5x_4^3x_6^5 + 2.430.000.000\,x_1^4x_2^2x_3^3x_4^4x_6^5 - 4.374.000.000\,x_1^4x_2^3x_3x_4^5x_6^5$$
$$-1.152.000.000\,x_1^4x_3^8x_5x_6^5 + 2.976.000.000\,x_1^4x_2x_3^6x_4x_5x_6^5 - 3.024.000.000\,x_1^4x_2^2x_3^4x_4^2x_5x_6^5$$
$$+1.296.000.000\,x_1^4x_2^3x_3^2x_4^3x_5x_6^5 - 3.564.000.000\,x_1^4x_2^4x_4^4x_5x_6^5 + 3.744.000.000\,x_1^4x_2^2x_3^5x_5^2x_6^5$$
$$+3.456.000.000\,x_1^4x_2^3x_3^3x_4x_5^2x_6^5 - 3.888.000.000\,x_1^4x_2^4x_3x_4^2x_5^2x_6^5 + 3.456.000.000\,x_1^4x_2^4x_3^2x_5^3x_6^5$$
$$+720.000.000\,x_1^4x_2x_3^7x_6^6 - 2.640.000.000\,x_1^4x_2^2x_3^5x_4x_6^6 + 1.080.000\,x_1^4x_2^3x_3^3x_4^2x_6^6$$
$$+6.480.000.000\,x_1^4x_2^4x_3x_4^3x_6^6 - 1.680.000.000\,x_1^4x_2^3x_3^4x_5x_6^6 - 6.480.000\,x_1^4x_2^4x_3^2x_4x_5x_6^6$$
$$+1.200.000.000\,x_1^4x_2^4x_3^3x_6^7 + 4.043.520.000\,x_1^4x_3^4x_4^5x_5^3x_6^2 + 12.130.560.000\,x_1^4x_3^5x_4^4x_5^2x_6^3$$
$$-100.776.960\,x_1^5x_4^7x_5^6 + 627.056.640\,x_1^5x_3x_4^5x_5^7 - 1473.085.440\,x_1^5x_3^2x_4^3x_5^8$$
$$+173.159.040\,x_1^5x_2x_4^4x_5^8 + 1.380.188.160\,x_1^5x_3^3x_4x_5^9 - 238.878.720\,x_1^5x_2x_3x_4^2x_5^9$$
$$-1.380.188.160\,x_1^5x_2x_3^2x_5^{10} + 1.194.393.600\,x_1^5x_2^2x_4x_5^{10} + 629.856.000\,x_1^5x_4^8x_5^4x_6$$
$$-4.143.052.800\,x_1^5x_3x_4^6x_5^3x_6 + 9.928.396.800\,x_1^5x_3^2x_4^4x_5^6x_6 - 223.948.800\,x_1^5x_2x_4^5x_5^6x_6$$
$$-8.758.886.400\,x_1^5x_3^3x_4^2x_5^7x_6 - 2.786.918.400\,x_1^5x_2x_3x_4^3x_5^7x_6 - 398.131.200\,x_1^5x_3^4x_5^8x_6$$
$$+11.545.804.800\,x_1^5x_2x_3^2x_4x_5^8x_6 - 3.284.582.400\,x_1^5x_2^2x_4^2x_5^8x_6 - 3.450.470.400\,x_1^5x_2^2x_3x_5^9x_6$$
$$-944.784.000\,x_1^5x_4^9x_5^2x_6^2 + 6.158.592.000\,x_1^5x_3x_4^7x_5^3x_6^2 + 1.119.744.000\,x_1^5x_3x_4^6x_5^4x_6^2$$
$$+8.128.512.000\,x_1^5x_3^3x_4^3x_5^5x_6^2 + 4.852.224.000\,x_1^5x_2x_3x_4^4x_5^5x_6^2 + 7.299.072.000\,x_1^5x_3^4x_4x_5^6x_6^2$$
$$-18.911.232.000\,x_1^5x_2x_3^2x_4^2x_5^6x_6^2 - 995.328.000\,x_1^5x_2^2x_4^3x_5^6x_6^2 - 5.308.416.000\,x_1^5x_2x_3^3x_5^7x_6^2$$
$$+13.934.592.000\,x_1^5x_2^2x_3x_4x_5^7x_6^2 - 663.552.000\,x_1^5x_3^3x_5^8x_6^2 + 354.294.000\,x_1^5x_4^{10}x_6^3$$
$$-2.099.520.000\,x_1^5x_3x_4^8x_5x_6^3 + 3.888.000.000\,x_1^5x_3^2x_4^6x_5^2x_6^3 - 3.499.200.000\,x_1^5x_2x_4^7x_5^2x_6^3$$
$$+2.280.960.000\,x_1^5x_3^3x_4^4x_5^3x_6^3 - 3.732.480.000\,x_1^5x_2x_3x_4^5x_5^3x_6^3 + 3.732.480.000\,x_1^5x_2x_3^2x_4^3x_5^4x_6^3$$
$$+9.797.760.000\,x_1^5x_2^2x_4^4x_5^4x_6^3 - 3.612.672.000\,x_1^5x_3^3x_5^5x_6^3 + 9.953.280.000\,x_1^5x_2x_3^3x_4x_5^5x_6^3$$
$$-14.929.920.000\,x_1^5x_2^2x_3x_4^2x_5^5x_6^3 - 1.658.880.000\,x_1^5x_2^2x_3^2x_5^6x_6^3 + 3.317.760.000\,x_1^5x_2^3x_4x_5^6x_6^3$$
$$-583.200.000\,x_1^5x_3^2x_4^7x_6^4 + 2.624.400.000\,x_1^5x_2x_4^8x_6^4 + 1.555.200.000\,x_1^5x_3^3x_4^5x_5x_6^4$$

→

$$-6.026.400.000x_1^5x_2x_3x_4^6x_5x_6^4+5.443.200.000x_1^5x_2x_3^2x_4^4x_5^2x_6^4-7.581.600.000x_1^5x_2^2x_4^5x_5^2x_6^4$$
$$-2.073.600.000x_1^5x_2x_3^3x_4^2x_5^3x_6^4-6.220.800.000x_1^5x_2^2x_3^3x_5^3x_6^4+5.068.800.000x_1^5x_2x_3^4x_5^4x_6^4$$
$$+6.220.800.000x_1^5x_2^2x_3^2x_4x_5^4x_6^4-6.220.800.000x_1^5x_2^3x_4^2x_5^4x_6^4-972.000.000x_1^5x_2x_3^2x_4^5x_6^5$$
$$+243.000.000x_1^5x_2^2x_4^6x_6^5+864.000.000x_1^5x_3^5x_4^2x_5x_6^5+13.608.000.000x_1^5x_2^2x_3x_4^4x_5x_6^5$$
$$-192.000.000x_1^5x_3^6x_5^2x_6^5-12.096.000.000x_1^5x_2x_3^4x_4x_5^2x_6^5+5.184.000.000x_1^5x_2^3x_4^3x_5^2x_6^5$$
$$+4.608.000.000x_1^5x_2^2x_3^3x_5^3x_6^5-720.000.000x_1^5x_3^6x_4x_6^6-9.720.000.000x_1^5x_2^2x_3^2x_4^3x_6^6$$
$$-1.620.000.000x_1^5x_2^3x_4^4x_6^6+960.000.000x_1^5x_2x_3^5x_5x_6^6+8.640.000.000x_1^5x_2^2x_3^3x_4x_5x_6^6$$
$$-1.200.000.000x_1^5x_2^2x_3^4x_6^7-13.903.488.000x_1^5x_3^2x_4^5x_5^4x_6^2-8.501.760.000x_1^5x_3^4x_4^2x_5^4x_6^3$$
$$-3.888.000.000x_1^5x_3^4x_4^3x_5^2x_6^4+6.220.800.000x_1^5x_3^5x_4x_5^3x_6^4+4.320.000.000x_1^5x_2x_3^4x_4^2x_6^6$$
$$-119.439.360x_1^6x_4^3x_5^9+318.504.960x_1^6x_3x_4x_5^{10}-318.504.960x_1^6x_2x_5^{11}$$
$$+895.795.200x_1^6x_4^4x_5^7x_6+1.061.683.200x_1^6x_3^2x_5^9x_6+796.262.400x_1^6x_2x_4x_5^9x_6$$
$$-2.587.852.800x_1^6x_3x_4^2x_5^8x_6-3.023.308.800x_1^6x_4^5x_5^5x_6^2+9.953.280.000x_1^6x_3x_4^3x_5^6x_6^2$$
$$-7.962.624.000x_1^6x_3^2x_4x_5^7x_6^2+995.328.000x_1^6x_2x_4^2x_5^7x_6^2+1.990.656.000x_1^6x_2x_3x_5^8x_6^2$$
$$+4.665.600.000x_1^6x_4^6x_5^3x_6^3-16.485.120.000x_1^6x_3x_4^4x_5^4x_6^3+14.929.920.000x_1^6x_3^2x_4^2x_5^5x_6^3$$
$$-4.976.640.000x_1^6x_2x_4^3x_5^5x_6^3+4.423.680.000x_1^6x_3^2x_5^6x_6^3-9.953.280.000x_1^6x_2x_3x_4x_5^6x_6^3$$
$$-2.624.400.000x_1^6x_4^7x_5x_6^4+8.553.600.000x_1^6x_3x_4^5x_5^2x_6^4+5.443.200.000x_1^6x_2x_4^4x_5^3x_6^4$$
$$-16.588.800.000x_1^6x_3^2x_4x_5^4x_6^4+18.662.400.000x_1^6x_2x_3x_4^2x_5^4x_6^4-3.110.400.000x_1^6x_3^2x_4^3x_5^3x_6^4$$
$$+1.458.000.000x_1^6x_3x_4^6x_6^5-7.776.000.000x_1^6x_3^2x_4^4x_5x_6^5-1.944.000.000x_1^6x_2x_4^5x_5x_6^5$$
$$+15.552.000.000x_1^6x_3^2x_4^2x_5^2x_6^5-15.552.000.000x_1^6x_2x_3x_4^3x_5^2x_6^5+2.304.000.000x_1^6x_3^4x_5^3x_6^5$$
$$+4.860.000.000x_1^6x_2x_3x_4^4x_6^6-4.320.000.000x_1^6x_3^2x_4x_5x_6^6+480.000.000x_1^6x_3^5x_6^7$$
$$+318.504.960x_1^7x_5^{10}x_6-1.990.656.000x_1^7x_4x_5^8x_6^2+4.976.640.000x_1^7x_4^2x_5^6x_6^3$$
$$-6.220.800.000x_1^7x_4^3x_5^4x_6^4+3.888.000.000x_1^7x_4^4x_5^2x_6^5-972.000.000x_1^7x_4^5x_6^6$$

---

§3 RESTRICTIONS DES GÉNÉRATEURS

Posons $\begin{cases} U_1 = x_2 \ ; \ U_2 = x_3^2 - 2x_2x_4 \ ; \ U_3 = x_3^3 - 3x_2x_3x_4 + 3x_2^2x_5 \\ U_4 = x_4^2 - 2x_3x_5 + 2x_2x_6 \\ U_5 = 2x_4^3 - 6x_3x_4x_5 + 6x_3^2x_6 + 9x_2x_5^2 - 12x_2x_4x_6 \end{cases}$

On sait par la proposition I.4.3, que

$$\rho(\mathcal{G}_6) \subset K[U_1, U_2, U_3, U_4, U_5] = \tau(\mathcal{G}_5)$$

De plus U_1, U_2, U_3, U_4 sont algébriquement indépendants, et U_5 leur est lié par la seule relation:

(R) $\quad U_1^3U_5 = 3U_1^2U_2U_4 + U_3^2 - U_2^3$

En particulier, on peut vérifier que:

$\rho(H_1) = 0$, $\rho(H_2) = U_1^2$, $\rho(H_3) = U_1^3$, $\rho(H_4) = U_2$, $\rho(H_5) = U_1U_2$,

$\rho(H_6) = 2U_3$, $\rho(H_7) = U_1U_3$, $\rho(H_8) = 5U_1^2U_4$, $\rho(H_9) = 8U_2U_4 - U_1U_5$,

$\rho(H_{10}) = 5U_1^3U_4$, $\rho(H_{11}) = U_1U_2U_4 - 2U_1^2U_5$, $\rho(H_{12}) = 20U_3U_4$

$\rho(H_{13}) = 5U_1U_3U_4$, $\rho(H_{14}) = 5U_1U_2U_5 - 25U_1^2U_4^2$,

$\rho(H_{15}) = 20U_1^2U_2U_5 - 25U_1^3U_4^2$, $\rho(H_{16}) = 20U_2^2U_5 + 20U_1^2U_4U_5 - 35U_1U_2U_4^2$,

$\rho(H_{17}) = 20U_2U_3U_5 - 25U_1U_3U_4^2$, $\rho(H_{18}) = 500U_1^2U_4^3 - 125U_1^2U_5^2$,

$\rho(H_{19}) = 908U_1U_2^2U_4^2 + 252U_3^2U_5 - 252U_2^3U_5 - 1.286U_1^2U_2U_4U_5 + 125U_1^3U_4^3$

$\quad = 908U_1U_2^2U_4^2 - 2.042U_1^2U_2U_4U_5 + 252U_1^3U_5^2 + 125U_1^3U_4^3$

$\rho(H_{20}) = 700U_2^3U_4U_5 - 700U_3^2U_4U_5 - 400U_1U_2^2U_4^3 + 100U_1U_2^2U_5^2 - 75U_1^2U_2U_4^2U_5 - 1.250U_1^3U_4^4$

$\quad = 100U_1U_2^2U_5^2 - 400U_1U_2^2U_4^3 + 2.025U_1^2U_2U_4U_5 - 1.250U_1^3U_4^4 - 700U_1^3U_4U_5^2$

$\rho(H_{21}) = 895U_2^3U_4^3 - 5.375U_3^2U_4^3 - 4.375U_1^2U_2U_4^4 + 2.880U_1U_2^2U_4^2U_5 - 640U_2^3U_5^2$

$\quad - 160U_3^2U_5^2 - 740U_1^2U_2U_4U_5^2$

$\rho(H_{22}) = -2240U_2^2U_3U_4^3 + 5000U_1^2U_3U_4^4 + 2.160U_1U_2U_3U_4^2U_5 - 1.600U_2^2U_3U_5^2 + 640U_1^2U_3U_4U_5^2$

$\rho(H_{23}) = -8.000U_2^3U_3U_5^3 + 6.000U_1U_2^2U_3U_4^2U_5^2 - 32.000U_2^3U_3U_4^3U_5 + 64.000U_3^3U_4^3U_5$

$\quad + 70.500U_1^2U_2U_3U_4^4U_5 + 78.125U_1^3U_3U_4^6 - 24.000U_1U_2^2U_3U_4^5$

§5 CALCUL DE $\mathcal{G}_6$

On applique ici la méthode de calcul décrite en I.6.7 d'un système de générateurs $\{H_1, \dots, H_N\}$ de $\mathcal{G}_6$, "normal" au sens de I.6.6. On les cherche donc degré par degré. On notera (*) le lemme de calcul I.6.6. Le résultat est celui du paragraphe 2.

5.1 $\mathcal{G}_6^1$ est de dimension 1 et de base $Z_1 = x_1$. Par (*) on peut donc choisir $H_1 = G_{1,1} = Z_1 = x_1$.

5.2 Par le lemme I.3.4, $\mathcal{G}_6^2$ est de dimension 3 et admet pour base $Z_1^2 \in \mathcal{G}_1^{2,2}$; $Y_2 = x_2^2 - 2x_1x_3 \in \mathcal{G}_3^{2,4}$; et $Y_4 = x_3^2 - 2x_2x_4 + 2x_1x_5 \in \mathcal{G}_5^{2,6}$. Par (*) on peut donc prendre $H_2 = G_{2,4} = Y_2$, puis $H_4 = G_{2,6} = Y_4$.

5.3 D'après I.3.11, $\mathcal{G}_6^3$ est de dimension 6 et admet pour base $Z_1^3 \in \mathcal{G}_1^{3,3}$; $Z_1Y_2 \in \mathcal{G}_3^{3,5}$; $Y_3 = x_2^3 - 3x_1x_2x_3 + 3x_1^2x_4 \in \mathcal{G}_4^{3,6}$; $Z_1Y_4 \in \mathcal{G}_5^{3,7}$; $Y_5 = x_2x_3^2 - 2x_2^2x_4 - x_1x_3x_4 + 5x_1x_2x_5 - 5x_1^2x_6 \in \mathcal{G}_6^{3,8}$; et $Q_{5,9} \in \mathcal{G}_5^{3,9}$. Par (*) on prendra donc :

$H_3 = G_{3,6} = Y_3$, $H_5 = G_{3,8} = Y_5$, $H_6 = G_{3,9} = Q_{5,9}$.

Les cinq premiers générateurs H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 sont visiblement algébriquement indépendants, et forment d'ailleurs une base du corps des fractions R_n de $\mathcal{G}_n$ d'après I.3.6. En particulier tous les H_i pour $i \geq 6$ seront des fractions rationnelles de $H_1, \dots, H_5$; et plus précisément d'après I.4.1, si $H_i \in \mathcal{G}_n^{p_i,k_i}$, $H_1^{k_i - 2p_i} \cdot H_i$ est un polynôme quasi-homogène de $H_2, H_3, H_1^2H_4$ et $H_1^2H_5$ (pour les poids 2,3,4,5 de ces variables) de degré $k_i - p_i$.

Par exemple on a déjà la relation

(R_6) $\quad Z_1^3 G_{3,9} = -Y_2^3 + Y_3^2 + 3Z_1^2 Y_2 Y_4$

qui est la seule relation entre $H_1, \dots, H_6$.

5.4 $\{H_1, \dots, H_6\}$ engendrent dans φ_6^4 les termes suivants:
$Z_1^4, Z_1^2 Y_2, Z_1 Y_3, Y_2^2, Z_1^2 Y_4, Z_1 Y_5, Z_1 G_{3,9}, Y_2 Y_4$, et Y_4^2
de poids respectifs 4, 6, 7, 8, 8, 9, 10, 10, et 12.
Y_2^2 et $Z_1^2 Y_4$ sont visiblement linéairement indépendants de même que $Z_1 G_{3,9}$ et $Y_2 Y_4$. Comparant avec la table des $\delta_6^{4,k}$ du §1, il vient d'après (*) que $\{H_7\}$ est une base de $\varphi_6^{4,11}$, $\{H_8, Y_4^2\}$ une base de $\varphi_6^{4,12}$, et $\{H_9\}$ une base de $\varphi_6^{4,14}$. H_7 et H_9 sont donc bien déterminés, et H_8 à un multiple près de H_4^2. Si l'on impose par exemple à $\rho(H_8)$ d'être divisible par x_2, c'est-à-dire $\rho^2(H_8) = 0$, on obtient au signe près les polynômes du paragraphe 2 :
$H_7 = G_{4,11}$, $H_8 = G_{4,12}$, et $H_9 = G_{4,14}$.
Leurs relations de définition sont:

(R_7) $Z_1 G_{4,11} = Y_2 Y_5 - Y_3 Y_4$

(R_8) $Z_1^4 G_{4,12} = -Y_2^4 + Y_2 Y_3^2 + 5 Z_1^2 Y_2^2 Y_4 - 4 Z_1^4 Y_4^2 - 2 Z_1^2 Y_3 Y_5$

(R_9) $Z_1^4 G_{4,14} = -Y_2^3 Y_4 + Y_3^2 Y_4 + 4 Z_1^2 Y_2 Y_4^2 - Z_1^2 Y_5^2$

5.5 $\{H_1, \dots, H_9\}$ engendrent les éléments suivants de φ_6^5 :
Z_1^5 de poids 5 ; $Z_1^3 Y_2$ de poids 7 ; $Z_1^2 Y_3$ de poids 8 ; $Z_1 Y_2^2$ et $Z_1^3 Y_4$ libres de poids 9 ; $Y_2 Y_3$ et $Z_1^2 Y_5$ libres de poids 10 ; $Z_1 Y_2 Y_4$ et $Z_1^2 G_{3,9}$ libres de poids 11 ; $Y_2 Y_5$, $Y_3 Y_4$ et $Z_1 G_{4,11}$ de poids 12, liés par la seule relation (R_7) ; $Y_2 G_{3,9}$, $Z_1 Y_4^2$, et $Z_1 G_{4,12}$ libres de poids 13 ; $Y_4 Y_5$ de poids 14 ; $Y_4 G_{3,9}$ et $Z_1 G_{4,14}$ libres de poids 15.
Comparant avec la table des $\delta_6^{5,k}$ du §1, il vient d'après (*) que $\{H_{10}, Y_4 Y_5\}$ est une base de $\varphi_6^{5,14}$, $\{H_{11}\}$ une base de $\varphi_6^{5,16}$, et $\{H_{12}\}$ une base de $\varphi_6^{5,17}$. H_{11} et H_{12} sont donc bien déterminés, et H_{10} à un multiple près de $Y_4 Y_5$. Si l'on impose par exemple à $\rho(H_{10})$ d'être divisible par x_2^3, on obtient au signe près les polynômes du §2 : $H_{10} = G_{5,14}$, $H_{11} = G_{5,16}$, et $H_{12} = G_{5,17}$.
Leurs relations de définition sont:

(R_{10}) $Z_1^4 G_{5,14} = -Y_2^3 Y_3 + Y_3^3 + 5 Z_1^2 Y_2 Y_3 Y_4 - 2 Z_1^2 Y_2^2 Y_5 + 2 Z_1^4 Y_4 Y_5$

(R_{11}) $Z_1^4 G_{5,16} = -2 Z_1^2 Y_3 Y_4^2 + Y_2^3 Y_5 - Y_3^2 Y_5 - Z_1^2 Y_2 Y_4 Y_5$

(R_{12}) $Z_1^7 G_{5,17} = Y_2^6 - 2 Y_2^3 Y_3^2 + Y_3^4 - 6 Z_1^2 Y_2^4 Y_4 + 6 Z_1^2 Y_2 Y_3^2 Y_4 + 5 Z_1^4 Y_2^2 Y_4^2$
$+ 12 Z_1^6 Y_4^3 + 8 Z_1^4 Y_3 Y_4 Y_5 - 4 Z_1^4 Y_2 Y_5^2$

5.6 $\{H_1, \dots, H_{12}\}$ engendrent les éléments suivants de φ_6^6 :
Z_1^6 de poids 6 ; $Z_1^4 Y_2$ de poids 8 ; $Z_1^3 Y_3$ de poids 9 ; $Z_1^2 Y_2^2$ et $Z_1^4 Y_4$ libres de poids 10 ; $Z_1 Y_2 Y_3$ et $Z_1^3 Y_5$ libres de poids 11 ; Y_2^3, Y_3^2, $Z_1^2 Y_2 Y_4$ et $Z_1^3 G_{3,9}$ liés par la seule relation (R_6), de poids 12 ; $Z_1 Y_3 Y_4$, $Z_1 Y_2 Y_5$ et $Z_1^2 G_{4,11}$ liés par $Z_1 (R_7)$, de poids 13 ; de poids 14 : $Z_1^2 Y_4^2$, $Z_1^2 G_{4,12}$, $Z_1 Y_2 G_{3,9}$ libres, puis $Y_2^2 Y_4$ et $Y_3 Y_5$ qui leur sont liés par une seule relation puisque $\rho(Y_2^2 Y_4) = \rho(Y_3 Y_5) = U_1^4 U_2$ (cf. §4) ; de poids 15 : $Z_1 Y_4 Y_5$, $Z_1 G_{5,14}$, $Y_3 G_{3,9}$ et $Y_2 G_{4,11}$ liés par une relation puisque $\rho(Y_2 G_{4,11}) = U_1^3 U_3 = \frac{1}{2} \rho(Y_3 G_{3,9})$; de poids 16 : $Z_1^2 G_{4,14}$, $Z_1 Y_4 G_{3,9}$, Y_5^2, $Y_2 Y_4^2$ et $Y_2 G_{4,12}$, liés par une seule relation puisque $\rho(Y_5^2) = U_1^2 U_2^2 = \rho(Y_2 Y_4^2)$, tandis que $\rho(Y_2 G_{4,12}) = 5 U_1^4 U_4$; de poids 17 : $Z_1 G_{5,16}$, $Y_5 G_{3,9}$ et $Y_4 G_{4,11}$ liés par une relation puisque $\rho(Y_5 G_{3,9}) = 2 U_1 U_2 U_3 = 2 \rho(Y_4 G_{4,11})$; de poids 18 : $Z_1 G_{5,17}$, $Y_2 G_{4,14}$, $Y_4 G_{4,12}$, Y_4^3 et $G_{3,9}^2$ liés par une seule relation puisque $\rho(G_{3,9}^2) = 4 U_3^2$, $\rho(Y_4^3) = U_2^3$, $\rho(Y_2 G_{4,14}) = 8 U_1^2 U_2 U_4 - U_1^3 U_5$ et $\rho(Y_4 G_{4,12}) = 5 U_1^2 U_2 U_4$; enfin $Y_4 G_{4,14}$ qui est de poids 20.

Comparant avec la table des $\Delta_6^{6,k}$ du §1, il vient par (*) que $\{H_{13}\}$ est une base de $\varphi_6^{6,19}$, et $\{H_{14}, Y_4 G_{4,14}\}$ une base de $\varphi_6^{6,20}$. Si l'on impose à H_{14} d'être divisible par x_2, c'est-à-dire $\rho^2(H_{14}) = 0$, H_{13} et H_{14} sont bien déterminés, et on obtient les polynômes du §2 : $H_{13} = G_{6,19}$ et $H_{14} = G_{6,20}$, dont les relations de définition sont :

$$(R_{13})\quad Z_1^5 G_{6,19} = Y_2^3 Y_3 Y_4 - Y_3^3 Y_4 - 5Z_1^2 Y_2 Y_3 Y_4^2 - Y_2^4 Y_5 + Y_2 Y_3^2 Y_5 + 7Z_1^2 Y_2^2 Y_4 Y_5 - 6Z_1^4 Y_4^2 Y_5 - 2Z_1^2 Y_3 Y_5^2$$

$$(R_{14})\quad Z_1^8 G_{6,20} = -Y_2^7 + 2Y_2^4 Y_3^2 - Y_2 Y_3^4 + 10Z_1^2 Y_2^5 Y_4 - 10Z_1^2 Y_2^2 Y_3^2 Y_4 - 32Z_1^4 Y_2^3 Y_4^2 + 7Z_1^4 Y_3^2 Y_4^2 + 32Z_1^6 Y_2 Y_4^3 - 4Z_1^2 Y_2^3 Y_3 Y_5 + 4Z_1^2 Y_3^3 Y_5 + 20Z_1^4 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5 - 4Z_1^4 Y_2^2 Y_5^2 + Z_1^6 Y_4 Y_5^2$$

5.7 La comparaison des tables des $\delta_6^{6,k}$ et $\delta_6^{7,k}$ du §1 montre que $\varphi_6^{7,k} / Z_1 \cdot \varphi_6^{6,k-1}$ est de dimension 0 jusqu'à $k=13$, puis 1, 0, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 3, 2, 1 pour $k = 14, \dots, 24$. Or $\{H_1, \dots, H_{14}\}$ engendrent dans φ_6^7 : $Y_2^2 Y_3$ de poids 14 ; $Y_2^2 Y_5$ et $Y_2 Y_3 Y_4$ de poids 16 (liés par une relation puisque $\rho(Y_2^2 Y_5) = U_1^5 U_2 = \rho(Y_2 Y_3 Y_4)$) ; de poids 17 : $Y_3 G_{4,11}$ et $Y_2^2 G_{3,9}$ (on a $\rho(Y_2^2 G_{3,9}) = 2U_1^4 U_3 = 2\rho(Y_3 G_{4,11})$) ; de poids 18 : $Y_3 G_{4,12}$, $Y_3 Y_4^2$, $Y_2 G_{5,14}$, $Y_2 Y_4 Y_5$, liés modulo Z_1 par deux relations comme le montrent leurs restrictions ; de poids 19 : $Y_5 G_{4,11}$ et $Y_2 Y_4 G_{3,9}$ liés modulo Z_1 ; de poids 20 : $G_{3,9} G_{4,11}$, $Y_5 G_{4,12}$, $Y_4 G_{5,14}$, $Y_3 G_{4,14}$, $Y_2 G_{5,16}$, et $Y_4^2 Y_5$ dont les restrictions sont déjà de rang 3 (ce sont $2U_1 U_3^2$, $5U_1^3 U_2 U_4$, $5U_1^3 U_2 U_4$, $8U_1^3 U_2 U_4 - U_1^4 U_5$, $U_1^3 U_2 U_4 - 2U_1^4 U_5$, $U_1 U_2^3$ respectivement) ; de poids 21 : $G_{3,9} G_{4,12}$, $Y_2 G_{5,17}$ et $Y_4^2 G_{3,9}$, de rang 2 modulo Z_1 puisque leurs restrictions sont respectivement $10 U_1^2 U_3 U_4$, $20 U_1^2 U_3 U_4$ et $2U_2^2 U_3$; de poids 22, seulement $Y_4 G_{5,16}$ et $Y_5 G_{4,14}$ (libres) ; de poids 23 : $Y_4 G_{5,17}$ et $G_{3,9} G_{4,14}$, libres.

Il en résulte d'après (*) que $\{H_{15} ; Y_4 G_{5,16}, Y_5 G_{4,14}\}$ est une base de $\varphi_6^{7,22}$, et $\{H_{16}\}$ une base de $\varphi_6^{7,24}$. Si l'on impose à $\rho(H_{15})$ d'être divisible par x_2^2, H_{15} et H_{16} sont bien déterminés, et on obtient les polynômes $H_{15} = G_{7,22}$ et $H_{16} = G_{7,24}$ du §2.

Leurs relations de définition sont :

$$(R_{15})\quad Z_1^8 G_{7,22} = -Y_2^6 Y_3 + 2Y_2^3 Y_3^3 - Y_3^5 + 10 Z_1^2 Y_2^4 Y_3 Y_4 - 10 Z_1^2 Y_2 Y_3^3 Y_4$$
$$- 25 Z_1^4 Y_2^2 Y_3 Y_4^2 + 28 Z_1^6 Y_3 Y_4^3 - 4 Z_1^2 Y_2^5 Y_5 + 4 Z_1^2 Y_2^2 Y_3^2 Y_5$$
$$+ 8 Z_1^4 Y_2^3 Y_4 Y_5 + 12 Z_1^4 Y_3^2 Y_4 Y_5 - 4 Z_1^6 Y_2 Y_4^2 Y_5 - 4 Z_1^4 Y_2 Y_3 Y_5^2$$

$$(R_{16})\quad Z_1^8 G_{7,24} = -4 Z_1^2 Y_2^3 Y_3 Y_4^2 + 4 Z_1^2 Y_3^3 Y_4^2 + 20 Z_1^4 Y_2 Y_3 Y_4^3 + Y_2^6 Y_5 - 2 Y_2^3 Y_3^2 Y_5$$
$$+ Y_3^4 Y_5 - 2 Z_1^2 Y_2^4 Y_4 Y_5 + 2 Z_1^2 Y_2 Y_3^2 Y_4 Y_5 - 23 Z_1^4 Y_2^2 Y_4^2 Y_5$$
$$+ 36 Z_1^6 Y_4^3 Y_5 + 16 Z_1^4 Y_3 Y_4 Y_5^2 - 4 Z_1^4 Y_2 Y_5^3$$

5.8 Comparant les tables des $\delta_6^{7,k}$ et $\delta_6^{8,k}$ du §1, on obtient que $\varphi_6^{8,k} / Z_1 \cdot \varphi_6^{7,k-1}$ est de dimension 0 jusqu'à $k=15$, puis 1, 0, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 4, 2, 4, 1, 2 pour $k=16, \dots, 28$. Or $\{H_1, \dots, H_{16}\}$ engendrent dans φ_6^8 : de poids 16, Y_2^4 et $Y_2 Y_3^2$ liés modulo Z_1 ; de poids 18 : $Y_2^3 Y_4$, $Y_3^2 Y_4$ et $Y_2 Y_3 Y_5$ deux fois liés modulo Z_1 ; de poids 19 : $Y_2^2 G_{4,11}$ et $Y_2 Y_3 G_{3,9}$; de poids 20 : $Y_2^2 Y_4^2$, $Y_2^2 G_{4,12}$, $Y_2 Y_5^2$, $Y_3 Y_4 Y_5$, $Y_3 G_{5,14}$ dont les deux premiers déjà sont libres modulo Z_1 ; de poids 21 : $Y_2 Y_5 G_{3,9}$, $Y_3 Y_4 G_{3,9}$ et $Y_2 Y_4 G_{4,11}$; de poids 22 : $Y_2 Y_4^3$, $Y_4 Y_5^2$, $Y_2 G_{3,9}^2$, $Y_2 Y_4 G_{4,12}$, $Y_2^2 G_{4,14}$, $Y_3 G_{5,16}$, $Y_5 G_{5,14}$, et $G_{4,11}^2$ de rang 3 modulo Z_1, comme on le voit sur leurs restrictions ; de poids 23 : $Y_4^2 G_{4,11}$, $Y_4 Y_5 G_{3,9}$, $Y_3 G_{5,17}$, $Y_2 G_{6,19}$, $G_{3,9} G_{5,14}$ et $G_{4,11} G_{4,12}$, de rang 2 modulo Z_1 ; de poids 24 : Y_4^4, $Y_2 Y_4 G_{4,14}$, $Y_4^2 G_{4,12}$, $Y_4 G_{3,9}^2$, $Y_2 G_{6,20}$, $Y_5 G_{5,16}$, et $G_{4,12}^2$ de rang 4 modulo Z_1 comme on le voit sur leurs restrictions ; de poids 25 : $Y_4 G_{6,19}$, $Y_5 G_{5,17}$, $G_{3,9} G_{5,16}$ et $G_{4,11} G_{4,14}$, de rang 2 modulo Z_1 ; de poids 26 : $Y_4^2 G_{4,14}$, $Y_4 G_{6,20}$, $G_{3,9} G_{5,17}$, et $G_{4,12} G_{4,14}$, de restrictions respectives $8 U_2^3 U_4 - U_1 U_2^2 U_5$, $5 U_1 U_2^2 U_5 - 25 U_1^2 U_2 U_4^2$, $40 U_3^2 U_4$, et $40 U_1^2 U_2 U_4^2 - 5 U_1^3 U_4 U_5$, donc libres ; de poids 28 : $G_{4,14}^2$

Il en résulte d'après (*) que $\{H_{17}\}$ est une base de $\varphi_6^{8,27}$, et $\{H_{18}, G_{4,14}^2\}$ une base de $\varphi_6^{8,28}$. Si l'on impose à $\varphi(H_{18})$ d'être divisible par x_2^2, on obtient les polynômes $H_{17} = G_{8,27}$ et $H_{18} = G_{8,28}$

du §2. Leurs relations de définition sont:

$$(R_{17})\quad Z_1^9 G_{8,27} = -Y_2^7 Y_5 + Y_2^6 Y_3 Y_4 + 14 Z_1^2 Y_2^5 Y_4 Y_5 + 2 Y_2^4 Y_3^2 Y_5 - 10 Z_1^2 Y_2^4 Y_3 Y_4^2$$
$$- 2 Y_2^3 Y_3^3 Y_4 - 4 Z_1^2 Y_2^3 Y_3 Y_5^2 - 49 Z_1^4 Y_2^3 Y_4^2 Y_5 - 14 Z_1^2 Y_2^2 Y_3^2 Y_4 Y_5 + 25 Z_1^4 Y_2^2 Y_3 Y_4^3$$
$$- 4 Z_1^4 Y_2^2 Y_5^3 - Y_2 Y_3^4 Y_5 + 10 Z_1^2 Y_2 Y_3^3 Y_4^2 + 24 Z_1^4 Y_2 Y_3 Y_4 Y_5^2 + 48 Z_1^6 Y_2 Y_4^3 Y_5$$
$$+ Y_3^5 Y_4 + 4 Z_1^2 Y_3^3 Y_5^2 + 4 Z_1^4 Y_3^2 Y_4^2 Y_5 - 12 Z_1^6 Y_3 Y_4^4$$

$$(R_{18})\quad Z_1^{12} G_{8,28} = -4 Y_2^{10} + 60 Z_1^2 Y_2^8 Y_4 + 12 Y_2^7 Y_3^2 - 24 Z_1^2 Y_2^6 Y_3 Y_5 - 345 Z_1^4 Y_2^6 Y_4^2$$
$$- 120 Z_1^2 Y_2^5 Y_3^2 Y_4 - 48 Z_1^4 Y_2^5 Y_5^2 - 12 Y_2^4 Y_3^4 + 240 Z_1^4 Y_2^4 Y_3 Y_4 Y_5 + 940 Z_1^6 Y_2^4 Y_4^3$$
$$+ 48 Z_1^2 Y_2^3 Y_3^3 Y_5 + 390 Z_1^4 Y_2^3 Y_3^2 Y_4^2 + 150 Z_1^6 Y_2^3 Y_4 Y_5^2 + 60 Z_1^2 Y_2^2 Y_3^4 Y_4$$
$$+ 48 Z_1^4 Y_2^2 Y_3^2 Y_5^2 - 600 Z_1^6 Y_2^2 Y_3 Y_4^2 Y_5 - 1200 Z_1^8 Y_2^2 Y_4^4 + 4 Y_2 Y_3^6$$
$$- 240 Z_1^4 Y_2 Y_3^3 Y_4 Y_5 - 440 Z_1^6 Y_2 Y_3^2 Y_4^3 - 32 Z_1^6 Y_2 Y_3 Y_5^3 - 120 Z_1^8 Y_2 Y_4^2 Y_5^2 - 24 Z_1^2 Y_3^5 Y_5$$
$$- 45 Z_1^4 Y_3^4 Y_4^2 + 90 Z_1^6 Y_3^2 Y_4 Y_5^2 + 480 Z_1^6 Y_3 Y_4^3 Y_5 + 576 Z_1^{10} Y_4^5 + 3 Z_1^8 Y_5^4$$

5.9 Comparant les tables des $\Delta_6^{8,k}$ et $\Delta_6^{9,k}$ du §1, on obtient que $\varphi_6^{9,k} / Z_1 \cdot \varphi_6^{8,k-1}$ est de dimension 0 jusqu'à $k=17$, puis 1, 0, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 4, 3, 4, 3, 3, 1 pour $k = 18, \dots, 31$. Or $\{H_1, \dots, H_{18}\}$ engendrent dans φ_6^9: $Y_2^3 Y_3$ et Y_3^3 de poids 18, liés modulo Z_1; $Y_2^3 Y_5$, $Y_3^2 Y_5$ et $Y_2^2 Y_3 Y_4$ de poids 21; $Y_2^3 G_{3,9}$, $Y_3^2 G_{3,9}$ et $Y_2 Y_3 G_{4,11}$ de poids 21; $Y_3 Y_5^2$, $Y_2 Y_3 G_{4,12}$, $Y_2^2 G_{5,14}$, $Y_2 Y_3 Y_4^2$ et $Y_2^2 Y_4 Y_5$, de rang 2 modulo Z_1, de poids 22; de poids 23: $Y_3 Y_5 G_{3,9}$, $Y_2 Y_5 G_{4,11}$, $Y_3 Y_4 G_{4,11}$ et $Y_2^2 Y_4 G_{3,9}$; de poids 24: Y_5^3, $Y_3 G_{3,9}^2$, $Y_2 G_{3,9} G_{4,11}$, $Y_2 Y_5 G_{4,12}$, $Y_3 Y_4 G_{4,12}$, $Y_2 Y_3 G_{4,14}$, $Y_2^2 G_{5,16}$, $Y_2 Y_4 G_{5,14}$, $Y_2 Y_4^2 Y_5$, et $Y_3 Y_4^3$, de rang 3 modulo Z_1; de poids 25: $Y_2 Y_4^2 G_{3,9}$, $Y_2^2 G_{5,17}$, $Y_4 Y_5 G_{4,11}$, $Y_2 G_{3,9} G_{4,12}$, $Y_5^2 G_{3,9}$, $Y_3 G_{6,19}$, et $G_{4,11} G_{5,14}$, de rang 2 modulo Z_1; de poids 26: $G_{4,12} G_{5,14}$, $Y_3 G_{6,20}$, $Y_5 G_{3,9}^2$, $Y_4 G_{3,9} G_{4,11}$, $Y_4 Y_5 G_{4,12}$, $Y_2 Y_5 G_{4,14}$, $Y_3 Y_4 G_{4,14}$, $Y_2 G_{7,22}$, $Y_4^2 G_{5,14}$, $Y_4^3 Y_5$, et $Y_2 Y_4 G_{5,16}$, de rang 4 modulo Z_1; de poids 27: $G_{4,11} G_{5,16}$, $Y_5 G_{6,19}$, $G_{3,9}^3$, $Y_2 G_{3,9} G_{4,14}$, $Y_4 G_{3,9} G_{4,12}$, $Y_2 Y_4 G_{5,17}$ et $Y_4^3 G_{3,9}$, de rang 3 modulo Z_1; de poids 28: $G_{4,14} G_{5,14}$, $G_{4,12} G_{5,16}$, $G_{4,11} G_{5,17}$, $G_{3,9} G_{6,19}$, $Y_5 G_{6,20}$, $Y_4 Y_5 G_{4,14}$, $Y_2 G_{7,24}$, $Y_4 G_{7,22}$, et $Y_4^2 G_{5,16}$, de rang 4 modulo Z_1; de poids 29: $G_{4,12} G_{5,17}$, $G_{3,9} G_{6,20}$, $Y_4 G_{3,9} G_{4,14}$, et $Y_4^2 G_{5,17}$, de rang 3 modulo Z_1; de poids 30:

$G_{4,14}G_{5,16}$ et $Y_4 G_{7,24}$, libres ; enfin $G_{4,14}G_{5,17}$ de poids 31.

Il en résulte d'après (*) que $\{H_{19}, G_{4,14}\cdot G_{5,16}, Y_4 G_{7,24}\}$ est une base de $\mathcal{G}_6^{9,30}$. Si l'on impose à $\rho(H_{19})$ d'être divisible par x_2^2, on obtient le polynôme $H_{19} = G_{9,30}$ du §2, défini par la relation :

$$
\begin{aligned}
(R_{19})\quad Z_1^{12}G_{9,30} = &- Y_2^9Y_3 - 6Z_1^2Y_2^8Y_5 + 15Z_1^2Y_2^7Y_3Y_4 + 3Y_2^6Y_3^3 \\
&- 64Z_1^4Y_2^6Y_4Y_5 + 12Z_1^2Y_2^5Y_3^2Y_5 - 75Z_1^4Y_2^5Y_3Y_4^2 - 30Z_1^2Y_2^4Y_3^3Y_4 \\
&- 12Z_1^4Y_2^4Y_3Y_5^2 + 428Z_1^6Y_2^4Y_4^2Y_5 - 3Y_2^3Y_3^5 + 188Z_1^4Y_2^3Y_3^2Y_4Y_5 \\
&+ 381Z_1^6Y_2^3Y_3Y_4^3 - 118Z_1^6Y_2^3Y_5^3 - 6Z_1^2Y_2^2Y_3^4Y_5 + 75Z_1^4Y_2^2Y_3^3Y_4^2 \\
&+ 60Z_1^6Y_2^2Y_3Y_4Y_5^2 - 286Z_1^8Y_2^2Y_4^3Y_5 + 15Z_1^2Y_2Y_3^5Y_4 + 12Z_1^4Y_2Y_3^3Y_5^2 \\
&- 578Z_1^6Y_2Y_3^2Y_4^2Y_5 - 1.028Z_1^8Y_2Y_3Y_4^4 + 118Z_1^8Y_2Y_4Y_5^3 + Y_3^7 \\
&- 124Z_1^4Y_3^4Y_4Y_5 - 256Z_1^6Y_3^3Y_4^3 + 110Z_1^6Y_3^2Y_5^3 + 188Z_1^8Y_3Y_4^2Y_5^2 \\
&- 72Z_1^{10}Y_4^4Y_5 .
\end{aligned}
$$

5.10 On ne donne pas ici le détail de la fin du calcul, suffisamment explicité dans les numéros précédents, et qui suit la méthode du numéro I.6.7. On détermine ainsi les quatre générateurs suivants de tout système "normal", qui sont, aux arbitraires près explicités au début du §2, les polynômes suivants de ce paragraphe :

$H_{20} = G_{11,38}$, $H_{21} = G_{12,42}$, $H_{22} = G_{13,45}$, $H_{23} = G_{18,63}$.

Leurs relations de définition, (R_{20}) à (R_{23}) qui suivent, n'ont pas été calculées directement, mais en utilisant des syzygies convenables, calculées a priori d'après les restrictions des générateurs déjà connus, celles du §3.

$$(R_{20})\quad Z_1^{16}G_{11,38} = -2Y_2^{12}Y_3 - 16Z_1^2Y_2^{11}Y_5 + 40Z_1^2Y_2^{10}Y_3Y_4 + 8Y_2^9Y_3^3 + 213Z_1^4Y_2^9Y_4Y_5$$
$$+48Z_1^2Y_2^8Y_3^2Y_5 - 300Z_1^4Y_2^8Y_3Y_4^2 - 120Z_1^2Y_2^7Y_3^3Y_4 - 48Z_1^4Y_2^7Y_3Y_5^2 - 1.110Z_1^6Y_2^7Y_4^2Y_5$$
$$-12Y_2^6Y_3^5 - 399Z_1^4Y_2^6Y_3^2Y_4Y_5 + 1.076Z_1^6Y_2^6Y_3Y_4^3 - 3Z_1^6Y_2^6Y_5^3 - 48Z_1^2Y_2^5Y_3^4Y_5$$
$$+600Z_1^4Y_2^5Y_3^3Y_4^2 + 480Z_1^6Y_2^5Y_3Y_4Y_5^2 + 2.869Z_1^8Y_2^5Y_4^3Y_5 + 120Z_1^2Y_2^4Y_3^5Y_4$$
$$+96Z_1^4Y_2^4Y_3^3Y_5^2 + 1.020Z_1^6Y_2^4Y_3^2Y_4^2Y_5 - 1.870Z_1^8Y_2^4Y_3Y_4^4 + 114Z_1^8Y_2^4Y_4Y_5^3 + 8Y_2^3Y_3^7$$
$$+159Z_1^4Y_2^3Y_3^4Y_4Y_5 - 1.152Z_1^6Y_2^3Y_3^3Y_4^3 - 58Z_1^6Y_2^3Y_3^2Y_5^3 - 1.620Z_1^8Y_2^3Y_3Y_4^2Y_5^2$$
$$+3.720Z_1^{10}Y_2^3Y_4^4Y_5 + 16Z_1^2Y_2^2Y_3^6Y_5 - 300Z_1^4Y_2^2Y_3^5Y_4^2 - 480Z_1^6Y_2^2Y_3^3Y_4Y_5^2$$
$$-869Z_1^8Y_2^2Y_3^2Y_4^3Y_5 + 1.200Z_1^{10}Y_2^2Y_3Y_4^5 - 32Z_1^8Y_2^2Y_3Y_5^4 - 75Z_1^{10}Y_2^2Y_4^2Y_5^3 - 40Z_1^2Y_2Y_3^7Y_4$$
$$-48Z_1^4Y_2Y_3^5Y_5^2 + 90Z_1^6Y_2Y_3^4Y_4^2Y_5 + 620Z_1^8Y_2Y_3^3Y_4^4 + 206Z_1^8Y_2Y_3^2Y_4Y_5^3$$
$$+1.284Z_1^{10}Y_2Y_3Y_4^3Y_5^2 + 1.872Z_1^{12}Y_2Y_4^5Y_5 + 12Z_1^{10}Y_2Y_5^5 - 2Y_3^9 + 27Z_1^4Y_3^6Y_4Y_5$$
$$+76Z_1^6Y_3^5Y_4^3 + 61Z_1^6Y_3^4Y_5^3 + 420Z_1^8Y_3^3Y_4^2Y_5^2 + 780Z_1^{10}Y_3^2Y_4^4Y_5 + 288Z_1^{12}Y_3Y_4^6$$
$$-48Z_1^{10}Y_3Y_4Y_5^4 - 108Z_1^{12}Y_4^3Y_5^3.$$

$$(R_{21})\quad Z_1^{18}G_{12,42} = 2Y_2^{15} - 10Y_2^{12}Y_3^2 + 20Y_2^9Y_3^4 - 20Y_2^6Y_3^6 + 10Y_2^3Y_3^8 - 2Y_3^{10}$$
$$-37Z_1^2Y_2^{13}Y_4 + 148Z_1^2Y_2^{10}Y_3^2Y_4 - 222Z_1^2Y_2^7Y_3^4Y_4 + 148Z_1^2Y_2^4Y_3^6Y_4 - 37Z_1^2Y_2Y_3^8Y_4$$
$$+283Z_1^4Y_2^{11}Y_4^2 - 849Z_1^4Y_2^8Y_3^2Y_4^2 + 849Z_1^4Y_2^5Y_3^4Y_4^2 - 283Z_1^4Y_2^2Y_3^6Y_4^2 - 1.175Z_1^6Y_2^9Y_4^3$$
$$+2.330Z_1^6Y_2^6Y_3^2Y_4^3 - 1.135Z_1^6Y_2^3Y_3^4Y_4^3 - 20Z_1^6Y_3^6Y_4^3 + 2995Z_1^8Y_2^7Y_4^4 - 3.015Z_1^8Y_2^4Y_3^2Y_4^4$$
$$+20Z_1^8Y_2Y_3^4Y_4^4 - 5.188Z_1^{10}Y_2^5Y_4^5 + 1.688Z_1^{10}Y_2^2Y_3^2Y_4^5 + 6.288Z_1^{12}Y_2^3Y_4^6 - 1.008Z_1^{12}Y_3^2Y_4^6$$
$$-4.032Z_1^{14}Y_2Y_4^7 + 18Z_1^4Y_2^9Y_3Y_4Y_5 - 54Z_1^4Y_2^6Y_3^3Y_4Y_5 + 54Z_1^4Y_2^3Y_3^5Y_4Y_5 - 18Z_1^4Y_3^7Y_4Y_5$$
$$-12Z_1^6Y_2^7Y_3Y_4^2Y_5 + 24Z_1^6Y_2^4Y_3^3Y_4^2Y_5 - 12Z_1^6Y_2Y_3^5Y_4^2Y_5 - 1.230Z_1^8Y_2^5Y_3Y_4^3Y_5$$
$$+1.230Z_1^8Y_2^2Y_3^3Y_4^3Y_5 + 5.760Z_1^{10}Y_2^3Y_3Y_4^4Y_5 - 1.560Z_1^{10}Y_3^3Y_4^4Y_5 - 6.816Z_1^{12}Y_2Y_3Y_4^5Y_5$$
$$-37Z_1^4Y_2^{10}Y_5^2 + 111Z_1^4Y_2^7Y_3^2Y_5^2 - 111Z_1^4Y_2^4Y_3^4Y_5^2 + 37Z_1^4Y_2Y_3^6Y_5^2 + 351Z_1^6Y_2^8Y_4Y_5^2$$
$$-702Z_1^6Y_2^5Y_3^2Y_4Y_5^2 + 351Z_1^6Y_2^2Y_3^4Y_4Y_5^2 - 879Z_1^8Y_2^6Y_4^2Y_5^2 + 1.539Z_1^8Y_2^3Y_3^2Y_4^2Y_5^2$$
$$-660Z_1^8Y_3^4Y_4^2Y_5^2 - 515Z_1^{10}Y_2^4Y_4^3Y_5^2 - 2.540Z_1^{10}Y_2Y_3^2Y_4^3Y_5^2 + 3.240Z_1^{12}Y_2^2Y_4^4Y_5^2$$
$$-1.584Z_1^{14}Y_4^5Y_5^2 - 62Z_1^6Y_2^6Y_3Y_5^3 + 124Z_1^6Y_2^3Y_3^3Y_5^3 - 62Z_1^6Y_3^5Y_5^3 + 4Z_1^8Y_2^4Y_3Y_4Y_5^3$$
$$-4Z_1^8Y_2Y_3^3Y_4Y_5^3 + 1.874Z_1^{10}Y_2^2Y_3Y_4^2Y_5^3 - 1.320Z_1^{12}Y_3Y_4^3Y_5^3 + 36Z_1^8Y_2^5Y_5^4$$
$$-36Z_1^8Y_2^2Y_3^2Y_5^4 - 396Z_1^{10}Y_2^3Y_4Y_5^4 - 264Z_1^{10}Y_3^2Y_4Y_5^4 + 264Z_1^{12}Y_2Y_4^2Y_5^4 + 88Z_1^{10}Y_2Y_3Y_5^5$$

$$(R_{22})\quad Z_1^{19}G_{13,45} = -Y_2^{16} + 5Y_2^{13}Y_3^2 - 10Y_2^{10}Y_3^4 + 10Y_2^7Y_3^6 - 5Y_2^4Y_3^8 + Y_2Y_3^{10}$$
$$+17Z_1^2Y_2^{14}Y_4 - 68Z_1^2Y_2^{11}Y_3^2Y_4 + 102Z_1^2Y_2^8Y_3^4Y_4 - 68Z_1^2Y_2^5Y_3^6Y_4 + 17Z_1^2Y_2^2Y_3^8Y_4$$
$$-102Z_1^4Y_2^{12}Y_4^2 + 318Z_1^4Y_2^9Y_3^2Y_4^2 - 342Z_1^4Y_2^6Y_3^4Y_4^2 + 138Z_1^4Y_2^3Y_3^6Y_4^2 - 12Z_1^4Y_3^8Y_4^2$$
$$+178Z_1^6Y_2^{10}Y_4^3 - 484Z_1^6Y_2^7Y_3^2Y_4^3 + 434Z_1^6Y_2^4Y_3^4Y_4^3 - 128Z_1^6Y_2Y_3^6Y_4^3 + 643Z_1^8Y_2^8Y_4^4$$
$$-411Z_1^8Y_2^5Y_3^2Y_4^4 - 232Z_1^8Y_2^2Y_3^4Y_4^4 - 3.219Z_1^{10}Y_2^6Y_4^5 + 1.536Z_1^{10}Y_2^3Y_3^2Y_4^5$$
$$-192Z_1^{10}Y_3^4Y_4^5 + 3.780Z_1^{12}Y_2^4Y_4^6 - 720Z_1^{12}Y_2Y_3^2Y_4^6 + 2.160Z_1^{14}Y_2^2Y_4^7$$
$$-5.184Z_1^{16}Y_4^8 - 2Z_1^2Y_2^{12}Y_3Y_5 + 8Z_1^2Y_2^9Y_3^3Y_5 - 12Z_1^2Y_2^6Y_3^5Y_5 + 8Z_1^2Y_2^3Y_3^7Y_5$$
$$-2Z_1^2Y_3^9Y_5 - 24Z_1^4Y_2^{10}Y_3Y_4Y_5 + 72Z_1^4Y_2^7Y_3^3Y_4Y_5 - 72Z_1^4Y_2^4Y_3^5Y_4Y_5$$
$$+24Z_1^4Y_2Y_3^7Y_4Y_5 + 660Z_1^6Y_2^8Y_3Y_4^2Y_5 - 1.320Z_1^6Y_2^5Y_3^3Y_4^2Y_5 + 660Z_1^6Y_2^2Y_3^5Y_4^2Y_5$$
$$-4.264Z_1^8Y_2^6Y_3Y_4^3Y_5 + 4.728Z_1^8Y_2^3Y_3^3Y_4^3Y_5 - 464Z_1^8Y_3^5Y_4^3Y_5 + 10.302Z_1^{10}Y_2^4Y_3Y_4^4Y_5$$
$$-3.552Z_1^{10}Y_2Y_3^3Y_4^4Y_5 - 5.904Z_1^{12}Y_2^2Y_3Y_4^5Y_5 - 6.048Z_1^{14}Y_3Y_4^6Y_5 + 24Z_1^4Y_2^{11}Y_5^2$$
$$-72Z_1^4Y_2^8Y_3^2Y_5^2 + 72Z_1^4Y_2^5Y_3^4Y_5^2 - 24Z_1^4Y_2^2Y_3^6Y_5^2 - 384Z_1^6Y_2^9Y_4Y_5^2$$
$$+600Z_1^6Y_2^6Y_3^2Y_4Y_5^2 - 48Z_1^6Y_2^3Y_3^4Y_4Y_5^2 - 168Z_1^6Y_3^6Y_4Y_5^2 + 2.496Z_1^8Y_2^7Y_4^2Y_5^2$$
$$-1.272Z_1^8Y_2^4Y_3^2Y_4^2Y_5^2 - 1.224Z_1^8Y_2Y_3^4Y_4^2Y_5^2 - 7.392Z_1^{10}Y_2^5Y_4^3Y_5^2$$
$$-408Z_1^{10}Y_2^2Y_3^2Y_4^3Y_5^2 + 9.000Z_1^{12}Y_2^3Y_4^4Y_5^2 - 3.168Z_1^{12}Y_3^2Y_4^4Y_5^2$$
$$-2.592Z_1^{14}Y_2Y_4^5Y_5^2 + 112Z_1^6Y_2^7Y_3Y_5^3 - 224Z_1^6Y_2^4Y_3^3Y_5^3 + 112Z_1^6Y_2Y_3^5Y_5^3$$
$$-1.376Z_1^8Y_2^5Y_3Y_4Y_5^3 + 1.376Z_1^8Y_2^2Y_3^3Y_4Y_5^3 + 5.040Z_1^{10}Y_2^3Y_3Y_4^2Y_5^3$$
$$-960Z_1^{10}Y_3^3Y_4^2Y_5^3 - 2.304Z_1^{12}Y_2Y_3Y_4^3Y_5^3 + 48Z_1^8Y_2^6Y_5^4 + 80Z_1^8Y_2^3Y_3^2Y_5^4$$
$$-128Z_1^8Y_3^4Y_5^4 - 528Z_1^{10}Y_2^4Y_4Y_5^4 - 480Z_1^{10}Y_2Y_3^2Y_4Y_5^4 + 288Z_1^{12}Y_2^2Y_4^2Y_5^4$$
$$+96Z_1^{10}Y_2^2Y_3Y_5^5 .$$

$$(R_{23})\quad Z_1^{27} G_{18,63} = -Y_2^{21}Y_3 + 7Y_2^{18}Y_3^3 - 21Y_2^{15}Y_3^5 + 35Y_2^{12}Y_3^7 - 35Y_2^9Y_3^9 + 21Y_2^6Y_3^{11}$$
$$-7Y_2^3Y_3^{13} + Y_3^{15} + 30Z_1^2Y_2^{19}Y_3Y_4 - 180Z_1^2Y_2^{16}Y_3^3Y_4 + 450Z_1^2Y_2^{13}Y_3^5Y_4 - 600Z_1^2Y_2^{10}Y_3^7Y_4$$
$$+450Z_1^2Y_2^7Y_3^9Y_4 - 180Z_1^2Y_2^4Y_3^{11}Y_4 + 30Z_1^2Y_2Y_3^{13}Y_4 - 375Z_1^4Y_2^{17}Y_3Y_4^2 + 1.875Z_1^4Y_2^{14}Y_3^3Y_4^2$$
$$-3.750Z_1^4Y_2^{11}Y_3^5Y_4^2 + 3.750Z_1^4Y_2^8Y_3^7Y_4^2 - 1.875Z_1^4Y_2^5Y_3^9Y_4^2 + 375Z_1^4Y_2^2Y_3^{11}Y_4^2$$
$$+2.520Z_1^6Y_2^{15}Y_3Y_4^3 - 10.100Z_1^6Y_2^{12}Y_3^3Y_4^3 + 15.200Z_1^6Y_2^9Y_3^5Y_4^3 - 10.200Z_1^6Y_2^6Y_3^7Y_4^3$$
$$+2.600Z_1^6Y_2^3Y_3^9Y_4^3 - 20Z_1^6Y_3^{11}Y_4^3 - 9.615Z_1^8Y_2^{13}Y_3Y_4^4 + 29.085Z_1^8Y_2^{10}Y_3^3Y_4^4$$
$$-29.565Z_1^8Y_2^7Y_3^5Y_4^4 + 10.335Z_1^8Y_2^4Y_3^7Y_4^4 - 240Z_1^8Y_2Y_3^9Y_4^4 + 19.062Z_1^{10}Y_2^{11}Y_3Y_4^5$$
$$-38.436Z_1^{10}Y_2^8Y_3^3Y_4^5 + 19.686Z_1^{10}Y_2^5Y_3^5Y_4^5 - 312Z_1^{10}Y_2^2Y_3^7Y_4^5 - 8.585Z_1^{12}Y_2^9Y_3Y_4^6$$
$$+825Z_1^{12}Y_2^6Y_3^3Y_4^6 + 8.480Z_1^{12}Y_2^3Y_3^5Y_4^6 - 720Z_1^{12}Y_3^7Y_4^6 - 36.300Z_1^{14}Y_2^7Y_3Y_4^7$$
$$+43.500Z_1^{14}Y_2^4Y_3^3Y_4^7 - 7.200Z_1^{14}Y_2Y_3^5Y_4^7 + 54.000Z_1^{16}Y_2^5Y_3Y_4^8 - 18.000Z_1^{16}Y_2^2Y_3^3Y_4^8$$
$$+8.640Z_1^{18}Y_2^3Y_3Y_4^9 - 8.640Z_1^{18}Y_3^3Y_4^9 - 41.472Z_1^{20}Y_2Y_3Y_4^{10} - 9Z_1^2Y_2^{20}Y_5$$
$$+54Z_1^2Y_2^{17}Y_3^2Y_5 - 135Z_1^2Y_2^{14}Y_3^4Y_5 + 180Z_1^2Y_2^{11}Y_3^6Y_5 - 135Z_1^2Y_2^8Y_3^8Y_5 + 54Z_1^2Y_2^5Y_3^{10}Y_5$$
$$-9Z_1^2Y_2^2Y_3^{12}Y_5 + 210Z_1^4Y_2^{18}Y_4Y_5 - 1.050Z_1^4Y_2^{15}Y_3^2Y_4Y_5 + 2.100Z_1^4Y_2^{12}Y_3^4Y_4Y_5$$
$$-2.100Z_1^4Y_2^9Y_3^6Y_4Y_5 + 1.050Z_1^4Y_2^6Y_3^8Y_4Y_5 - 210Z_1^4Y_2^3Y_3^{10}Y_4Y_5 - 2.055Z_1^6Y_2^{16}Y_4^2Y_5$$
$$+8.400Z_1^6Y_2^{13}Y_3^2Y_4^2Y_5 - 13.050Z_1^6Y_2^{10}Y_3^4Y_4^2Y_5 + 9.300Z_1^6Y_2^7Y_3^6Y_4^2Y_5 - 2.775Z_1^6Y_2^4Y_3^8Y_4^2Y_5$$
$$+180Z_1^6Y_2Y_3^{10}Y_4^2Y_5 + 10.740Z_1^8Y_2^{14}Y_4^3Y_5 - 35.460Z_1^8Y_2^{11}Y_3^2Y_4^3Y_5 + 41.940Z_1^8Y_2^8Y_3^4Y_4^3Y_5$$
$$-20.460Z_1^8Y_2^5Y_3^6Y_4^3Y_5 + 3.240Z_1^8Y_2^2Y_3^8Y_4^3Y_5 - 30.855Z_1^{10}Y_2^{12}Y_4^4Y_5 + 84.390Z_1^{10}Y_2^9Y_3^2Y_4^4Y_5$$
$$-77.415Z_1^{10}Y_2^6Y_3^4Y_4^4Y_5 + 25.080Z_1^{10}Y_2^3Y_3^6Y_4^4Y_5 - 1.200Z_1^{10}Y_3^8Y_4^4Y_5 + 40.098Z_1^{12}Y_2^{10}Y_4^5Y_5$$
$$-111.522Z_1^{12}Y_2^7Y_3^2Y_4^5Y_5 + 84.000Z_1^{12}Y_2^4Y_3^4Y_4^5Y_5 - 12.576Z_1^{12}Y_2Y_3^6Y_4^5Y_5$$
$$+14.775Z_1^{14}Y_2^8Y_4^6Y_5 + 64.980Z_1^{14}Y_2^5Y_3^2Y_4^6Y_5 - 32.880Z_1^{14}Y_2^2Y_3^4Y_4^6Y_5$$
$$-105.480Z_1^{16}Y_2^6Y_4^7Y_5 + 34.560Z_1^{16}Y_2^3Y_3^2Y_4^7Y_5 - 17.280Z_1^{16}Y_3^4Y_4^7Y_5$$
$$+77.760Z_1^{18}Y_2^4Y_4^8Y_5 - 77.760Z_1^{18}Y_2Y_3^2Y_4^8Y_5 + 51.840Z_1^{20}Y_2^2Y_4^9Y_5$$
$$-62.208Z_1^{22}Y_4^{10}Y_5 - 24Z_1^4Y_2^{16}Y_3Y_5^2 + 120Z_1^4Y_2^{13}Y_3^3Y_5^2 - 240Z_1^4Y_2^{10}Y_3^5Y_5^2$$
$$+240Z_1^4Y_2^7Y_3^7Y_5^2 - 120Z_1^4Y_2^4Y_3^9Y_5^2 + 24Z_1^4Y_2Y_3^{11}Y_5^2 + 300Z_1^6Y_2^{14}Y_3Y_4Y_5^2$$
$$-1.200Z_1^6Y_2^{11}Y_3^3Y_4Y_5^2 + 1.800Z_1^6Y_2^8Y_3^5Y_4Y_5^2 - 1.200Z_1^6Y_2^5Y_3^7Y_4Y_5^2 + 300Z_1^6Y_2^2Y_3^9Y_4Y_5^2$$
$$-480Z_1^8Y_2^{12}Y_3Y_4^2Y_5^2 + 1.920Z_1^8Y_2^9Y_3^3Y_4^2Y_5^2 - 2.880Z_1^8Y_2^6Y_3^5Y_4^2Y_5^2 + 1.920Z_1^8Y_2^3Y_3^7Y_4^2Y_5^2$$
$$-480Z_1^8Y_3^9Y_4^2Y_5^2 - 11.160Z_1^{10}Y_2^{10}Y_3Y_4^3Y_5^2 + 18.480Z_1^{10}Y_2^7Y_3^3Y_4^3Y_5^2$$
$$-3.480Z_1^{10}Y_2^4Y_3^5Y_4^3Y_5^2 - 3.840Z_1^{10}Y_2Y_3^7Y_4^3Y_5^2 + 80.280Z_1^{12}Y_2^8Y_3Y_4^4Y_5^2$$
$$-85.560Z_1^{12}Y_2^5Y_3^3Y_4^4Y_5^2 + 5.280Z_1^{12}Y_2^2Y_3^5Y_4^4Y_5^2 - 222.708Z_1^{14}Y_2^6Y_3Y_4^5Y_5^2$$
$$+125.760Z_1^{14}Y_2^3Y_3^3Y_4^5Y_5^2 - 15.552Z_1^{14}Y_3^5Y_4^5Y_5^2 + 241.920Z_1^{16}Y_2^4Y_3Y_4^6Y_5^2$$

→

$$
\begin{aligned}
&-80.640\,Z_1^{16}Y_2Y_3^3Y_4^6Y_5^2 - 103.680\,Z_1^{18}Y_3Y_4^8Y_5^2 + 68\,Z_1^6Y_2^{15}Y_5^3 \\
&-320\,Z_1^6Y_2^{12}Y_3^2Y_5^3 + 600\,Z_1^6Y_2^9Y_3^4Y_5^3 - 560\,Z_1^6Y_2^6Y_3^6Y_5^3 + 260\,Z_1^6Y_2^3Y_3^8Y_5^3 \\
&-48\,Z_1^6Y_3^{10}Y_5^3 - 1.200\,Z_1^8Y_2^{13}Y_4Y_5^3 + 3600\,Z_1^8Y_2^{10}Y_3^2Y_4Y_5^3 - 3.600\,Z_1^8Y_2^7Y_3^4Y_4Y_5^3 \\
&+1.200\,Z_1^8Y_2^4Y_3^6Y_4Y_5^3 + 9.240\,Z_1^{10}Y_2^{11}Y_4^2Y_5^3 - 12.720\,Z_1^{10}Y_2^8Y_3^2Y_4^2Y_5^3 \\
&-2.280\,Z_1^{10}Y_2^5Y_3^4Y_4^2Y_5^3 + 5.760\,Z_1^{10}Y_2^2Y_3^6Y_4^2Y_5^3 - 39.920\,Z_1^{12}Y_2^9Y_4^3Y_5^3 \\
&+3.440\,Z_1^{12}Y_2^6Y_3^2Y_4^3Y_5^3 + 42.880\,Z_1^{12}Y_2^3Y_3^4Y_4^3Y_5^3 - 6.400\,Z_1^{12}Y_3^6Y_4^3Y_5^3 \\
&+99.780\,Z_1^{14}Y_2^7Y_4^4Y_5^3 + 48.240\,Z_1^{14}Y_2^4Y_3^2Y_4^4Y_5^3 - 35.520\,Z_1^{14}Y_2Y_3^4Y_4^4Y_5^3 \\
&-131.904\,Z_1^{16}Y_2^5Y_4^5Y_5^3 + 69.120\,Z_1^{16}Y_2^3Y_4^6Y_5^3 - 69.120\,Z_1^{16}Y_3^2Y_4^6Y_5^3 \\
&+240\,Z_1^8Y_2^{11}Y_3Y_5^4 - 720\,Z_1^8Y_2^8Y_3^3Y_5^4 + 720\,Z_1^8Y_2^5Y_3^5Y_5^4 - 240\,Z_1^8Y_2^2Y_3^7Y_5^4 \\
&-3.840\,Z_1^{10}Y_2^9Y_3Y_4Y_5^4 + 6.720\,Z_1^{10}Y_2^6Y_3^3Y_4Y_5^4 - 1.920\,Z_1^{10}Y_2^3Y_3^5Y_4Y_5^4 \\
&-960\,Z_1^{10}Y_3^7Y_4Y_5^4 + 26.160\,Z_1^{12}Y_2^7Y_3Y_4^2Y_5^4 - 22.320\,Z_1^{12}Y_2^4Y_3^3Y_4^2Y_5^4 \\
&-3.840\,Z_1^{12}Y_2Y_3^5Y_4^2Y_5^4 - 77.280\,Z_1^{14}Y_2^5Y_3Y_4^3Y_5^4 + 17.280\,Z_1^{14}Y_2^2Y_3^3Y_4^3Y_5^4 \\
&+69.120\,Z_1^{16}Y_2^3Y_3Y_4^4Y_5^4 - 23.040\,Z_1^{16}Y_3^3Y_4^4Y_5^4 - 48\,Z_1^{10}Y_2^{10}Y_5^5 \\
&+672\,Z_1^{10}Y_2^7Y_3^2Y_5^5 - 1.200\,Z_1^{10}Y_2^4Y_3^4Y_5^5 + 576\,Z_1^{10}Y_2Y_3^6Y_5^5 - 480\,Z_1^{12}Y_2^8Y_4Y_5^5 \\
&-5.280\,Z_1^{12}Y_2^5Y_3^2Y_4Y_5^5 + 5.760\,Z_1^{12}Y_2^2Y_3^4Y_4Y_5^5 + 4.560\,Z_1^{14}Y_2^6Y_4^2Y_5^5 \\
&+17.280\,Z_1^{14}Y_2^3Y_3^2Y_4^2Y_5^5 - 3.840\,Z_1^{14}Y_3^4Y_4^2Y_5^5 - 5.760\,Z_1^{16}Y_2^4Y_4^3Y_5^5 \\
&+256\,Z_1^{12}Y_2^6Y_3Y_5^6 - 256\,Z_1^{12}Y_3^5Y_5^6 - 2.880\,Z_1^{14}Y_2^4Y_3Y_4Y_5^6 + 192\,Z_1^{14}Y_2^5Y_5^7
\end{aligned}
$$