[redacted]

On considère le problème suivant:

$$\begin{cases} -\alpha\, u'' + \beta\, u' = 0, & \text{sur } [0,1] \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 1. \end{cases}$$

dont la solution exacte est $u(x) = \frac{(e^{\frac{\beta}{\alpha}x}-1)}{(e^{\frac{\beta}{\alpha}}-1)}$.

1 Donner la formulation variationnelle du problème.
Sugg.: il faut integrer par parties aussi le terme en β.

2 Visualizer la solution exacte et approchée pour $\beta = 1$, $\alpha = 10^{-2}$, en utilisant un maillage uniforme sur l'intervalle $[0,1]$ de $N+1$ points et d'intervalles de diamètre $h = \frac{2\alpha P}{\beta}$, avec $P = 1.25$, en modifiant le programme `EF1.sci`.

Dessiner qualitativement les deux graphiques obtenus.

3 On modifie le problème variationnel au point 1 en remplaçant α par le nouveau coefficient $\alpha^\star = \alpha(1+\Phi(P))$, avec la fonction $\Phi(t) = t$ ou $\Phi(t) = t - 1 + \frac{2t}{(e^{2t}-1)}$.

Comparer la solution exacte du problème donné avec celle approchée obtenue au point [2] dans le cas $\Phi(t) = 0$, $\Phi(t) = t$ et $\Phi(t) = t - 1 + \frac{2t}{(e^{2t}-1)}$ pour $P = 1.25$.

Reporter dans le tableau suivant les erreurs $||u - u_h||_\infty$ pour les trois choix de Φ pour $P = 1.25$.

$\Phi(t) =$	0	t	$t - 1 + \frac{2t}{(e^{2t}-1)}$
erreur			

Reporter sur l'imprimé du programme les changements apportés, pour que la versione papier soit identique à celle que vous avez utilisé pour les derniers resultats.