

Peux tu répondre à l'exercice suivant de théorie des jeux :

****Ex.1.1.**** Pierre tient huit chocolats pralinés qu'il veut partager (et manger) avec son camarade Jacques. Pierre hésite entre donner la moitié de ses chocolats à Jacques ou un seul. Il considère comme son gain le nombre de chocolats qu'il mangera.

Jacques quant à lui est susceptible : son gain ressentit est le nombre de chocolats qu'il mangera si le partage est équitable mais une peine d'intensité \$5\$ (autrement dit un gain de -5) dans le cas contraire.

Si Jacques se montre irascible, Pierre renoncera à manger ses chocolats ; le gain ressentit de Jacques sera de -1 \$ (et celui de Pierre \$0\$!).

****a.**** Jacques choisit de se montrer irascible ou pas sans même attendre de voir ce que Pierre veut donner. Donner la forme normale du jeu sous forme de tableau des gains de Pierre et de Jacques suivant leurs choix. Indiquer sur ce tableau les meilleures réponses de Pierre aux choix de Jacques et les meilleures réponses de Jacques aux choix de Pierre. Y a-t-il des équilibres ? Sont-ils satisfaisants ?

↻ ↷ < 2/2 >

Réflexion durant 16s >

Super — faisons ça pas à pas.

1) Matrice en forme normale (Pierre : lignes, Jacques : colonnes)

Stratégies :

- Pierre : donner la moitié (H) ou donner 1 chocolat (1).
- Jacques : ne pas se montrer irascible (N) ou se montrer irascible (I).

On rappelle les gains (Pierre, Jacques) :

- Si Jacques **N** et Pierre **H** → partage équitable : Pierre garde 4, Jacques 4 ⇒ (4,4).
- Si Jacques **N** et Pierre **1** → partage inéquitable : Pierre garde 7, Jacques subit la peine -5 ⇒ (7,−5).
- Si Jacques **I** (irascible) alors Pierre renonce à manger : Pierre 0 ; Jacques -1 (quelle que soit l'offre de Pierre) ⇒ (0,−1).

La matrice :

	Pierre \ Jacques	N (ne pas irascible)	I (irascible)
H (donner la moitié)		(4, 4)	(0, −1)
1 (donner 1)		(7, −5)	(0, −1)

2) Meilleures réponses

- Meilleures réponses de **Pierre** :
 - Si Jacques choisit **N** : comparer 4 (H) vs 7 (1) → **meilleure réponse = 1**.
 - Si Jacques choisit **I** : 0 (H) vs 0 (1) → **indifférent : H et 1** sont meilleures réponses.
- Meilleures réponses de **Jacques** :
 - Si Pierre choisit **H** : comparer 4 (N) vs -1 (I) → **meilleure réponse = N**.
 - Si Pierre choisit **1** : comparer -5 (N) vs -1 (I) → **meilleure réponse = I**.

(On peut marquer ces meilleures réponses par flèches sur la matrice si souhaité.)

3) Équilibres de Nash (en stratégies pures)

Un profil est un équilibre si chaque choix est une meilleure réponse à l'autre.

Vérifions les quatre profils :

- (H, N) : Pierre préférerait passer à 1 (car $7 > 4$) → **pas** équilibre.
- (1, N) : Jacques préférerait passer à I ($-1 > -5$) → **pas** équilibre.
- (H, I) : Jacques préférerait passer à N ($4 > -1$) → **pas** équilibre.
- (1, I) : Jacques joue I (qui est bien sa meilleure réponse à 1), et Pierre est indifférent face à I (0=0), donc Pierre n'a pas d'incitation à dévier. → **(1, I) est un équilibre de Nash**.

Donc **unique équilibre en stratégies pures : (Pierre donne 1, Jacques est irascible)**, avec gains (0, −1).

4) Commentaires — satisfaisant ? crédibilité ?

- L'équilibre trouvé est **insatisfaisant au sens collectif** : comparez au profil (H, N) qui donne (4,4) — tous deux seraient mieux lotis (Pareto-superiorité) que l'équilibre (0, −1).

- La stratégie « être irascible » de Jacques est une **menace dissuasive** : en se déclarant irascible il empêche (par crainte) Pierre de donner 1 (sinon Jacques obtiendrait -5). Mais cette menace est **non crédible** si, in fine, Pierre donnait la moitié H : face à H, Jacques préfère **ne pas** être irascible ($4 > -1$). Ainsi l'équilibre repose sur une menace qui n'est pas rationnelle après coup — typique des problèmes de crédibilité/engagement.

- Si la situation était **séquentielle** avec engagement public crédible (Jacques commet publiquement à être irascible ou non avant que Pierre choisisse), l'analyse extensive introduirait la notion de menace crédible / sous-jeu parfait : la menace d'être irascible n'est pas un comportement optimal après H, donc peu crédible. Ici, sous la forme normale, on trouve l'équilibre décrit mais il illustre bien un conflit entre optimum collectif et menaces non crédibles.

Si tu veux, je peux :

- représenter la matrice avec flèches marquant les meilleures réponses ;
- analyser les équilibres mixtes (s'il t'intéresse) ;
- ou rédiger la forme extensive (jeu séquentiel) et rechercher les sous-jeux parfaits pour montrer formellement l'incrédibilité de la menace. Lequel préfères-tu ?

↻ ↷ ↱ ↲ ↻ …

Peux tu répondre maintenant au point b ci-dessous :

****b.**** Jacques attends de voir le partage de Pierre avant de choisir de se montrer irascible ou pas.

<p style="margin-top: .5cm; margin-bottom: .7cm;"></p>

Quel seront les gains de Pierre et de Jacques si Pierre choisit de donner 4 chocolats et que Jacques choisit de se montrer irascible que le partage soit équitable ou pas ?

<p style="margin-top: .5cm; margin-bottom: .7cm;"></p>

Donner (sous forme codée si besoin) la liste des stratégies possibles de Jacques puis le tableau des gains de Pierre et de Jacques suivant leurs choix de stratégie.

Quelles sont les équilibres de ce jeu ?

Réflexion durant 26s >

Parfait — on continue en forme extensive (Jacques observe d'abord le partage puis décide).

1) Réponse directe à la question courte

Si **Pierre** choisit de donner **4 chocolats** (donner la moitié) et que **Jacques** choisit d'être **irascible**, quelle que soit l'équité du partage, alors — d'après l'énoncé — Jacques rend la situation telle que Pierre renonce à manger.

Les gains sont donc : **(Pierre = 0, Jacques = −1**.

(Autrement dit l'issue est (0, −1).)

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻

↶

⋮

↻

↷

↻