**UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA ANTIPOLIS** **2011/2012**
**Faculté des Sciences** L3 de Mathématiques
**Département de Mathématiques** Algèbre et Géométrie
Interrogation du 5 décembre. Durée 30 minutes.

**Exercice 1.**

a) Trouver $x, y, z$ tels que la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & x \\ 1 & 0 & y \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & z \end{pmatrix}$$

vérifie ${}^t AA = I$. Comment s'interprètent les colonnes de $A$ ?

b) Donner la matrice dans la base canonique de la projection orthogonale sur le sous-espace de $\mathbb{R}^3$ engendré par les deux première colonnes de $A$.

c) Donner une base orthonormée de diagonalisation de la matrice

$$M = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

d) Soit $q$ la forme quadratique dont la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ est la matrice $M$ ci-dessus. Donner une réduction de Gauss de $q$ (c'est à dire une écriture de $q$ comme combinaison linaire de carrés de formes linéaires indépendantes).

e) Quelle est la signature de $q$ ?