L2 MASS - option Théorie des jeux **Interrogation 1** **24 octobre 2008**

Durée : une heure

Justifier correctement chaque réponse.

1. On considère le jeu à somme nulle à deux joueurs de matrice de paiement

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & a \\ a & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

où a est un paramètre réel.

a. On fixe $a = 1$. Montrer que le couple de stratégies $(2, 1)$ (ligne 2, colonne 1) est un couple de stratégies prudentes. Est-ce un équilibre ?

b. Pour quelles valeurs de a le jeu admet-il un équilibre ? (Expliquez votre méthode.) Quels sont les équilibres lorsque le jeu admet un équilibre ?

2. On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant : $X = Y = [0, 1]$, $g(x, y) = x^2 - xy - 1$ (paiement du premier joueur).

Montrer que le joueur 2 a une stratégie dominante. Le jeu admet-il un équilibre ?

3. Soit le jeu de matrice de paiement

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 2 & 5 & 3 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & 1 & -2 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -3 & 2 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 & 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 & 7 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

Quelles sont les stratégies dominées du joueur 1 et du joueur 2 ? Quel jeu obtient-on après l'élimination successive des stratégies dominées ?

4. On considère un jeu à deux joueurs à somme nulle. On note $g : X \times Y \to \mathbb{R}$ la fonction de paiement du premier joueur. Le premier joueur a choisi une stratégie x_0, le second une stratégie y_0.

– Comment se compare $\inf_{y \in Y} g(x_0, y)$ avec $\sup_{x \in X} \left(\inf_{y \in Y} g(x, y) \right)$

– On suppose $g(x_0, y_0) > \sup_{x \in X} \left(\inf_{y \in Y} g(x, y) \right)$. L'un des joueurs regrette t-il son choix ?

– Qu'en est-il si $g(x_0, y_0) < \sup_{x \in X} \left(\inf_{y \in Y} g(x, y) \right)$?