**L2 MASS - option Théorie des jeux** **feuille 2** **3 octobre 2008**

**1.** Les jeux à somme nulle de la feuille 1 admettent-ils une valeur ?

**2.** On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant : $X = [0,1]$, $Y = [1,+\infty[$, $g(x,y) = \frac{x}{y}$. Le jeu admet-il une valeur ? un équilibre de Nash ?

**3.** On considère le jeu à deux joueurs à somme nulle suivant : $X = Y = [0,1]$, $g(x,y) = x+y-1$ (paiement du premier joueur). Calculer $\sup_{x\in X}(\inf_{y\in Y} g(x,y))$ et $\inf_{x\in X}(\sup_{y\in Y} g(x,y))$. Y a t-il un point selle (équilibre) ? Quelle est alors la valeur du jeu ?

Même question pour $g(x,y) = 1-(x-y)^2$ puis pour
$$\begin{aligned} g(x,y) &= 2x-1 \text{ si } x<y \\ &= 1-2y^2 \text{ si } x>y \\ &= x-y^2 \text{ si } x=y \end{aligned}$$

**4.** Soit le jeu de matrice de paiement

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 & 5 & 7 & 0 \\ 3 & -4 & -2 & 5 & 1 & 3 & 5 \\ 2 & -1 & -1 & -3 & 4 & 2 & 5 \\ -3 & 1 & 1 & -2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ce jeu admet-il une valeur ? Si oui quelles sont les stratégies optimales de chaque joueur ?

**5.** Pour chacune des conditions suivantes construire un jeu à somme nulle à deux joueurs, chacun des joueurs ayant 5 stratégies, satisfaisant la condition énoncée.

a) Il n'y a aucun point selle.

b) Il y a exactement un point selle.

c) Il y a exactement deux points selle.

d) Il y a exactement six points selle.

e) Il y a exactement sept points selle.

**6.** On considère un jeu à deux joueurs à somme nulle. On note $g$ la fonction de paiement du premier joueur. Le premier joueur choisit une stratégie $x$, le second une stratégie $y$. Montrer que si $g(x,y) > \underline{g}$ (notation du cours) alors l'un des joueurs regrette son choix. Idem si $g(x,y) < \bar{g}$. Peut on avoir $\underline{g} > \bar{g}$ ? Peut on trouver un équilibre si $\underline{g} < \bar{g}$ ?

**7.** Reprendre l'exercice 4 de la feuille 1 avec les données suivantes : Il y a deux participants. Le premier participant remporte le bien si son offre est supérieure ou égale à celle de l'autre participant. La satisfaction du premier participant est 0 s'il ne remporte pas le bien, 1 moins le prix qu'il a payé moins encore la différence entre le prix qu'il a payé et le moindre prix qu'il aurait pu payer pour avoir le bien s'il remporte le bien.