

On représente ci-dessous des jeux à deux joueurs sous forme normale en donnant la matrice des utilités (ou gain) des deux joueurs, ou la matrice de l'utilité du premier joueur lorsque le jeu est à somme nulle. Une stratégie d'un joueur donné est prudente si elle minimise la perte à laquelle s'expose le joueur.

1. Pour quelles valeurs de v la stratégie 3 du joueur 1 est-elle prudente ? Pour quelles valeurs de v la stratégie 1 du joueur 2 est-elle prudente ?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ v & 2 \end{pmatrix}$$

2. Pour les jeux suivants indiquer les stratégies (pures) prudentes de chaque joueur. Si chacun des joueurs jouent prudemment, regrettent-ils a posteriori leur choix de stratégie ?

$$\begin{pmatrix} (3,3) & (-1,2) \\ (2,-1) & (0,0) \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} (3,3) & (-1,2) \\ (2,1) & (0,0) \end{pmatrix}.$$

Les joueurs gagnent-ils à jouer prudemment ?

3. Mêmes questions avec les jeux suivants

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -7 \\ 3 & 8 & 6 & -2 \\ -1 & 2 & 7 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & -4 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a & a^2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \text{ en fonction de } a,$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & a \\ a & 4 & 3 \end{pmatrix} \text{ en fonction de } a.$$

4. Deux modalités sont proposées pour la mise aux enchères d'un bien. Suivant la première modalité, chaque participant fait une offre inconnue des autres participants. Le participant ayant fait la meilleure offre remporte le bien au prix de son offre. Suivant la seconde modalité Le participant ayant fait la meilleure offre remporte le bien au prix de la meilleure offre faite par les autres participants.

Une fois la vente terminée la satisfaction du premier participant est 0 s'il ne remporte pas le bien, 1 moins le prix qu'il a payé s'il remporte le bien à un prix supérieur à 1, 1 plus la différence entre le prix auquel il aurait pu acquérir le bien et le prix qu'il a effectivement payé dans les autres cas.

Décrivez pour chacune des deux modalités l'ensemble des stratégies des participants puis, à supposer qu'il n'y ait que deux participants, la fonction d'utilité (ou gain) du premier participant. Quels sont les stratégies prudentes ? Y a-t-il une stratégie dominante ? Dans quel cas le premier participant quitte-t-il satisfait la salle des ventes ?