Correction

Ex. 0 : $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$ donc $(x, y, 1-x-y) \cdot P = (x, y, 1-x-y)$

$\begin{cases} y = 6x \\ 6x + 3y + 4z = 6y \\ y + z = 3z \end{cases}$ pour $x = 1 \Rightarrow y = 6$ et $z = 3$

donc $u = (1, 6, 3)$ est un vect. fixe $\Rightarrow \lambda . u$ est aussi un vect. fixe (à dém

$\Rightarrow t = \left(\frac{1}{10}, \frac{6}{10}, \frac{3}{10}\right)$ est l'unique vect. prob. fixe.

Ex 1 : $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ t.q. $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ = matrice identité $\xRightarrow{\text{déf de produit de matrices}}$ A ne peut être régulièr

$B = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/4 & 1/2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ t.q. B^3 n'a plus d'entrées nulles $\Rightarrow$ B régulière

$C = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ne peut être régulière, car ---- (état absorbant)

Ex. 2 l'ensemble des états est $\{a_1, a_2\} = \{T, V\}$, donc la matrice de transi

est $\begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} T & V \end{array} \\ \begin{array}{c} T \\ V \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \end{array}$

Ex. 3 $\{a_1, a_2\} = \{T_S, nT_S\}$ (travailler le soir T_S, ne pas travailler le soir nT_S

donc $P = \begin{pmatrix} 3/10 & 7/10 \\ 4/10 & 6/10 \end{pmatrix}$ est la matrice de transition

$(x, 1-x) \cdot P = (x, 1-x) \Rightarrow t = \left(\frac{4}{11}, \frac{7}{11}\right)$ donc à long terme l'étudiant travaillera le soir 4 fois sur 11.

Ex. 4 On appelle a_i l'état défini par " avoir $\underline{i}$ boules rouges dans la boîte A

donc a_0 = 0 boules rouges (état initial) ce qui $\Longrightarrow$ on sortira une boule blanche de A et une rouge de B et pour arriver en a_1 on dispo la rouge dans A et la blanche dans B $\Longrightarrow$ $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/6 & 1/2 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 1/3 \end{pmatrix}$

$p^{(0)} = (1,0,0) \Rightarrow p^{(1)} = (0\ 1\ 0) \Rightarrow p^{(2)} = p^{(1)} \cdot P$ etc....

$p^{(3)} = \left(\frac{1}{12}, \frac{23}{36}, \frac{5}{18}\right)$ prob. d'avoir 2 boules rouges après 3 étapes ....