

Controle de Theorie des Jeux

December 14, 2006

1 Jeux en strategie pure

$$\begin{pmatrix} 2t & 2 & 0 \\ -1 & 2 & t \end{pmatrix}$$

- Dites quand on a une/des strategie(s) dominante(s) pour X et Y, et la/lesquelles.
- Dessiner le graphe de la fonction $\inf_{y \in Y} \sup_{x \in X} u_X(x, y)$ et celui de la fonction $\sup_{x \in X} \inf_{y \in Y} u_X(x, y)$ sur le meme dessin.
- Determiner les strategies prudentes de X et Y en fonction de t .
- Quand est-ce que le jeu a une valeur et quelle est-elle (en fonction de t eventuellement).

2 Strategies mixtes

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 4 & 6 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Justifier qu'on puisse eliminer x_3 .
- Resolution graphique :
Pour chaque strategie de Y, tracer la fonction de p qui donne l'utilite esperee de la strategie mixte consistant a choisir x_1 avec probabilite p et x_2 avec probabilite $1 - p$. Determiner graphiquement p pour la strategie optimale et son utilite esperee.
- Resolution algebrique :
 - Pour chaque strategie de Y (y_1, y_2, y_3) , determiner les fonctions lineaires d_1, d_2, d_3 de la forme $Ap + B$ qui donnent l'utilite esperee de la strategie mixte en fonction de p .
 - Calculer les abscisses p_{12}, p_{13}, p_{23} des intersections de ces droites (p_{ij} etant la solution de l'equation $d_i = d_j$).
 - Calculer l'utilite esperee pour chacun des p_{ij} precedent.

- Placer les p_{ij} sur une droite. Determiner quelle droite est la plus basse sur chaque intervalle (on peut par exemple evaluer les d_i en des points intermediaires (entre les p_{ij})). En deduire l'utilite de la strategie optimale et la probabilite p associee.
- En deduire la strategie optimale de Y .

3 Chaines de Markov

Un vagabond se deplace en train. Les interconnexions sont Paris Marseille, Paris Brest, Paris Strasbourg, Paris Toulouse, Nice Marseille, Toulouse Marseille, Strasbourg Marseille.

- Dessiner les villes sur la carte de France et leur interconnexions.
- Le vagabond dans une ville a autant de chance d'aller dans chacune des villes auxquelles la ville ou il est est connectee. Modifier le dessin precedent pour obtenir le graphe etiquette d'une chaine de Markov. Ecrire la matrice de transition de la chaine de Markov.
- Pourquoi la chaine est-elle recurrente (ie. tous les etats sont recurrents)
- Le vagabond est a Nice au depart, quelle est la probabilite qu'il soit a Paris au bout de 1, 2, 4 trajets ? Et a Brest ?
- Donner la probabilite invariante de la chaine.
- Enoncer le theoreme ergodique et donner une interpretation de ce theoreme en terme de l'intersection que le vagabond utilisera le plus souvent.