

ANNÉE UNIVERSITAIRE : 2013-2014 **REF.**
ANNÉE D'ÉTUDE : L2
MATIÈRE : PROBABILITÉS, STATISTIQUES
ENSEIGNANT : Julien BARRÉ
THÈME DE LA SÉANCE : Tests d'hypothèses.

Fiche TD 6 - L2 Économie-Gestion

Exercice 1 : (Choix des hypothèses; Anderson)

Un responsable d'une concession automobile cherche à mettre en place un nouveau système de bonus, et souhaite étudier son effet sur le volume moyen des ventes. Avant la mise en place du bonus, chaque membre du personnel chargé de la vente vendait en moyenne 12 véhicules par mois. Un échantillon du personnel chargé de la vente applique le nouveau système de bonus pendant un mois.

- a. Déterminer les hypothèses nulle et alternative les plus appropriées pour cette recherche.
- b. A quoi correspondent les erreurs de première et seconde espèce dans ce cas ?
- c. Quelles sont les conséquences d'une erreur de première espèce ? De seconde espèce ?

Exercice 2 : (Choix des hypothèses; Anderson)

Une chaîne de production est conçue pour remplir un barril de lessive avec 3kg de produit. Un échantillon de barrils est périodiquement sélectionné, pour déterminer s'il y a sur- ou sous-remplissage. Dans ce cas, la chaîne de production est fermée et ajustée.

- a. Déterminer les hypothèses nulle et alternative à utiliser.
- b. A quoi correspondent les erreurs de première et seconde espèce dans ce cas ?
- c. Quelles sont les conséquences d'une erreur de première espèce ? De seconde espèce ?

Exercice 3 : (Moyenne d'une population, σ connu)

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la moyenne d'une population :

$$H_0 : \mu = 6 ; H_a : \mu \neq 6$$

Un échantillon de taille $n = 80$ fournit une moyenne d'échantillon de 5.8. L'écart-type de la population est connu, égal à 1.

Effectuer le test, avec un seuil de signification $\alpha = 0.05$, en expliquant les différentes étapes. Pour vous entraîner, utiliser la méthode de la valeur p et la méthode de la valeur critique.

Exercice 4 : (Moyenne d'une population, σ connu)

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la moyenne d'une population :

$$H_0 : \mu \geq 14 ; H_a : \mu < 14$$

Un échantillon de taille $n = 120$ fournit une moyenne d'échantillon de 13.6. L'écart-type de la population est connu, égal à 2.

Effectuer le test, avec un seuil de signification $\alpha = 0.02$, en expliquant les différentes étapes. Pour vous entraîner, utiliser la méthode de la valeur p et la méthode de la valeur critique.

Exercice 5 : (Moyenne d'une population, σ inconnu)

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la moyenne d'une population :

$$H_0 : \mu \geq 34 ; H_a : \mu < 34$$

On sait que la population a une distribution normale. Un échantillon de taille $n = 16$ fournit une moyenne d'échantillon de 31, et un écart-type d'échantillon de 5.

Effectuer le test, avec un seuil de signification $\alpha = 0.05$, en expliquant les différentes étapes. Pour vous entraîner, utiliser la méthode de la valeur p et la méthode de la valeur critique.

Exercice 6 : (Moyenne d'une population, σ inconnu)

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la moyenne d'une population :

$$H_0 : \mu = 12 ; H_a : \mu \neq 12$$

Un échantillon de taille $n = 100$ fournit une moyenne d'échantillon de 12.25, et un écart-type d'échantillon de 1.

Effectuer le test, avec un seuil de signification $\alpha = 0.01$, en expliquant les différentes étapes. Pour vous entraîner, utiliser la méthode de la valeur p et la méthode de la valeur critique.

Exercice 7 : (Proportion d'une population)

On considère le test d'hypothèses suivant, où μ désigne la proportion d'une population :

$$H_0 : \mu \leq 0.6 ; H_a : \mu > 0.6$$

- Un échantillon de taille $n = 200$ a fournit une proportion d'échantillon de .67. Calculer la valeur p et conclure, pour un seuil de signification $\alpha = 0.05$.
- Même question pour une proportion d'échantillon de 0.62.
- Même question pour une proportion d'échantillon de 0.57.

Exercice 8

Une machine découpe des tiges en acier, d'une longueur moyenne supposée d'1m. On souhaite vérifier si la machine est correctement réglée.

988	997	995	989	997	985	1000	995	1002	990
-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----	------	-----

Qu'en pensez-vous au vu des observations ci-dessus ? On supposera que la longueur d'une tige suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

Exercice 9 (Comparaison de moyennes) :

On considère deux populations, d'écart-types connus $\sigma_1 = 2.2$ et $\sigma_2 = 3.0$. On donne les résultats issus de deux échantillons aléatoires indépendants, issus de deux populations :

1- taille $n_1 = 50$; moyenne d'échantillon $\bar{x}_1 = 7.5$.

2- taille $n_2 = 70$; moyenne d'échantillon $\bar{x}_2 = 9.5$.

a. Quelle est l'estimation ponctuelle de l'écart entre les moyennes μ_1 et μ_2 des deux populations ?

b. On considère le test d'hypothèses suivant : $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0 ; H_a : \mu_1 - \mu_2 < 0$. Calculer

la valeur de la statistique de test, et la valeur p . Quelle est votre conclusion, au seuil $\alpha = 0.05$?

Exercice 10 (Comparaison de moyennes) :

On considère deux populations, d'écart-types inconnus. On donne les résultats issus de deux échantillons aléatoires indépendants, issus de deux populations :

1- taille $n_1 = 120$; moyenne d'échantillon $\bar{x}_1 = 21.5$; écart-type d'échantillon $s_1 = 3.1$.

2- taille $n_2 = 90$; moyenne d'échantillon $\bar{x}_2 = 20.5$; écart-type d'échantillon $s_2 = 2.5$.

a. Quelle est l'estimation ponctuelle de l'écart entre les moyennes μ_1 et μ_2 des deux populations ?

b. On considère le test d'hypothèses suivant : $H_0 : \mu_1 - \mu_2 \geq 0$; $H_a : \mu_1 - \mu_2 < 0$. Calculer la valeur de la statistique de test, et la valeur p . Quelle est votre conclusion, au seuil $\alpha = 0.05$?

c. On considère maintenant le test d'hypothèses suivant : $H_0 : \mu_2 - \mu_1 \geq 0$; $H_a : \mu_2 - \mu_1 < 0$. Calculer la valeur de la statistique de test, et la valeur p . Quelle est votre conclusion, au seuil $\alpha = 0.05$?

Exercice 11 (Comparaison de proportions; Anderson) :

Dans un test sur la qualité de deux publicités, chacune a été diffusée dans une zone test spécifique 6 fois en une semaine. La semaine suivante, une enquête téléphonique a identifié les personnes qui ont vu les publicités. on a ensuite demandé à ces personnes d'énoncer le slogan de la publicité qu'ils avaient vue. L'enquête a fourni les résultats suivants :

- Nombre de personnes ayant vu la publicité A : 150; nombre de personnes se souvenant du slogan 63.

- Nombre de personnes ayant vu la publicité B : 200; nombre de personnes se souvenant du slogan 60.

Tester l'hypothèse selon laquelle il n'y a pas d'écart entre les proportions de personnes se souvenant du slogan des publicités, au seuil de signification 0.05.