

Exercice 1. Résoudre les équations différentielles suivantes :

- (1) $y'(1 - x^2) + xy = 0$ sur $]1, +\infty[$,
- (2) $xy' - 2y = x^3$ sur $]0, +\infty[$.

Exercice 2. Résoudre l'équation différentielle suivante :

$$(1 - t^2)y' - ty = \frac{2t^3}{\sqrt{1 - t^2}} \quad \text{sur }]-1, 1[$$

- (1) avec la condition $y(0) = 2$,
- (2) avec la condition $y(1/2) = 0$.

Exercice 3. Résoudre et raccorder éventuellement les solutions des équations différentielles suivantes sur $\mathbb{R}$:

- (1) $\sin(x)y' + \cos(x)y = \sin(x)\cos(x)$, (examen, décembre 2009)
- (2) $xy' + y = e^x$. (examen, janvier 2011)

Exercice 4. On considère l'équation différentielle associée à un oscillateur harmonique amorti :

$$mx''(t) + \lambda x'(t) + kx(t) = 0.$$

- (1) On pose $\lambda = 0$ et $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi$ rad/s. Calculer et tracer la solution $x(t)$ de l'équation différentielle telle que $x(0) = 0$ et $x'(0) = 0,5$ m/s.
- (2) On pose $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi$ rad/s et $Q = \frac{\sqrt{mk}}{\lambda}$. Calculer et tracer la solution $x(t)$ de l'équation différentielle telle que $x(0) = 0$ et $x'(0) = 0,5$ m/s pour les valeurs de Q suivantes : $Q = 5$ (régime pseudopériodique), $Q = 0,5$ (régime critique) et $Q = 0,2$ (régime apériodique).

Exercice 5. Résoudre les équations différentielles suivantes sur $\mathbb{R}$:

- (1) $y'' - 3y' + 2y = 2x^3 - 7x^2 + 2x - 1$,
- (2) $y'' - 3y' + 2y = \cos^2 x$,
- (3) $y'' - 2y' + 2y = e^x \sin x$,
- (4) $y'' - 2y' + y = xe^x$.

Exercice 6. Résoudre les équations différentielles suivantes :

- (1) $y'' - y' - e^{2x}y = e^{3x}$, (changement de variable $t = e^x$)
- (2) $xy'' - y' - x^3y = 0$, (changement de variable $t = x^2$)
- (3) $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$, (changement de fonction $z = y/x^2$) (examen, décembre 2009)