DS n°2 de mathématiques du semestre 2

Durée : 1h

Documents interdits. Calculatrice non autorisée

Nom-Prénom : **groupe:**

1

On considère le système linéaire suivant:

$$\begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x + 3y - 3z = 11 \\ 6x + 10y + 2z = 12 \end{cases}$$

1. Ecrire le système sous la forme matricielle $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = b$.
2. Mettre ce système sous forme **échelonnée réduite**.Donner le rang de la matrice A et le rang de la matrice augmentée $(A|b)$.
   Précisez le nombre de solutions.
3. Donner l'ensemble solution de ce système.

2

Soit le système $(\mathcal{S})$ où a est un paramètre:

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcl} x & + & a^2y & + & 3z & = & 2 \\ 2x & + & 8y & + & 6z & = & 2a \end{array}\right.$$

1. Pour quelles valeurs du paramètre a , le système linéaire $(\mathcal{S})$ a-t-il au moins une solution ? Vous justifierez vos réponses.
2. Résoudre $(\mathcal{S})$ selon les valeurs de a

.

3

Soient a et b deux paramètres réels. On considère le système (S):

$$\left\{\begin{array}{rcrcrcr} x & - & y & + & z & = & 1 \\ -ax & + & ay & - & z & = & -1 \\ & & & & bz & = & 1 \end{array}\right.$$

Soit S l'ensemble des solutions de (S) .Parmi les affirmations suivantes , lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi?

Vous devez justifier vos réponses.

1. ☐ Pour tout réel a , S est non vide.
2. ☐ Si $(a;b) = (1;1)$ alors S est une droite affine.
3. ☐ Si $b = 1$, alors pour tout réel a le système admet une solution au moins.
4. ☐ Si $(a;b) \neq (1;1)$ alors $(\mathcal{S})$ a au plus une solution.
5. ☐ Si $(0;0;1)$ est une solution de $(\mathcal{S})$ alors $b = 1$.

.

4

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$ et soit $(\mathcal{S})$ le système $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

1. Commencer à échelonner la matrice A et le système $(\mathcal{S})$.
   Pour quelles valeurs de a la matrice A est-elle inversible? (Vous devez justifier vos réponses).
   Ecrire la matrice E telle que $EA = T$ où T est la matrice échelonnée que vous avez obtenue.
2. Calculez l' inverse de A lorsque cela est possible.
3. Résoudre le système $(\mathcal{S})$ à l'aide de l'inverse de A lorsque cela est possible.
4. Résoudre $(\mathcal{S})$ lorsque A n'est pas inversible.