DS n°1 de mathématiques

Durée : 1 h15

Documents interdits. Calculatrice non autorisée

Nom-Prénom : **groupe:**

1

Calculer en justifiant soigneusement les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+4x+1}}; \quad \lim_{x\to+\infty} \sqrt{4x^2+1}-2x; \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{x+1}{x} + \frac{3x^4-2x}{x^2}$$

2

1. Etudier la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x^2-3x-2}{x-1}$ (domaine de définition, dérivée, tableau de variations, limites aux bornes , recherche d'asymptotes obliques) . Vous devez préciser les équations de toutes les asymptotes.

2. Représenter l'allure du graphe de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On note C_f ce graphe . Vous chercherez les points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.

.

3

L'espace est muni d'un repère orhonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points $I(1;0;3)$, $J(2;0;2)$ et $K(0;2;0)$.

1. Justifier que les points I, J et K définissent un plan.
2. Déterminer l'équation du plan (IJK). Prouver que ce plan a une intersection non vide avec les plans de base.
3. Représenter ce plan sur la figure donnée ci-dessous. Placez les points I, J et K sur la figure.
4. On considère le plan (Q) d'équation $2x + y = 2$. Représenter , en rouge, ce plan sur la figure donnée ci-dessous.
5. Montrer que les plans (IJK) et (Q) sont sécants.
6. Tracer, en vert, l'intersection des plans (IJK) et (Q)sur la figure. On nomme (d) cette intersection. Vérifier que K appartient à (d).
7. Déterminer un point et un vecteur directeur de (d).

..

4

Déterminez et représentez, dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, le (plus grand) domaine de définition (possible) des fonctions de deux variables suivantes:

$$f(x; y) = \sqrt{x - y}\sqrt{1 - x}; \quad g(x; y) = \sqrt{(x - y)(1 - x)}$$

.

5

Soit la fonction de deux variables définie par $f(x, y) = xy + 10(x + y)$.

On donne ci-après la représentation graphique de la surface représentative de f dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ pour x compris entre 0 et 20 et y compris entre 0 et 20.

1. Déterminer graphiquement les coordonnées du point M.
2. Placer sur le graphique le point N de coordonnées $(2; 15; 200)$.
3. Donner l'équation de la trace de f dans le plan d'équation $x = 15$. De quelle nature est cette trace? Etudier cette trace. Repasser en rouge cette trace sur le graphique.
4. Montrer que l'équation $y = \dfrac{900 - 10x}{x + 10}$ est une équation de la courbe de niveau de f dans le plan d'équation $z = 900$.
5. Etudier la courbe de niveau de f dans le plan d'équation $z = 900$ puis représenter l'allure de cette courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{j}; \vec{k})$.

.