

---

**Nom :****No carte étudiant :****Prénom :**

---

*Les réponses doivent être convenablement justifiées. La notation tiendra compte de la rédaction.  
Barème indicatif*

(3pt) **Exercice 1.** Quel est le signe de  $2 - x$  et  $\frac{1}{2+x}$  en fonction de  $x \in \mathbb{R}$  ? En déduire le tableau de signes de  $\frac{2-x}{2+x}$ .

Quel est le domaine de définition de la fonction  $x \mapsto \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$  ?

Donner la dérivée de la fonction  $x \mapsto \sqrt{\frac{2-x}{2+x}}$ .

(4pt) **Exercice 2.** Donner, sans le détail des calculs, le développement limité en  $x_0 = 0$  à l'ordre 3 des fonctions  $f_1(x) = \sqrt{1+x}$ ,  $f_2(x) = \cos(x)$

En déduire, cette fois avec explications, un développement limité en  $x_0 = 0$  à l'ordre 4 de  $f_3(x) = \sqrt{1+x^2}$ .

(4pt) **Exercice 3.** Donner le domaine de définition puis un développement limité en  $x_0 = 1$  à l'ordre 2 de la fonction  $f(x) = \sqrt{1+x}$ .

Donner l'équation de la tangente au graphe de  $f$  en  $x_0 = 1$  puis déterminer la position du graphe de  $f$  par rapport à sa tangente au voisinage de  $x_0 = 1$ .

Faites un dessin représentant le graphe de  $f$  et sa tangente en  $x_0 = 1$  au voisinage de  $x_0 = 1$ .

(4pt) **Exercice 4.** Calculer la limite quand  $x$  tend vers 0 de  $\frac{x^2}{1-\cos(x)}$ .

(6pt) **Exercice 5.** Soit  $f$  la fonction  $[\frac{1}{2}, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  donnée par  $f(x) = x^2 - x - 2$ .

a. Etudier le signe de  $x^2 - x - 2$  en fonction de  $x \in \mathbb{R}$ .

b. Dessiner dans un repère orthonormé du plan le graphe de  $f$  puis de  $g : [\frac{1}{2}, 3] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto |f(x)|$ .

c. Calculer  $\int_{\frac{1}{2}}^2 g(x)dx$  et  $\int_2^3 g(x)dx$ . En déduire l'aire du domaine

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tq } \frac{1}{2} \leq x \leq 3 \text{ et } 0 \leq y \leq g(x)\} .$$