FACULTÉ DE DROIT, DES SCIENCES POLITIQUES, ÉCONOMIQUES ET DE GESTION
Université de Nice-Sophia Antipolis

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2009-2010
2ème SESSION - 2ème SEMESTRE

FILIÈRE : AES **Année d'étude : L1** **Groupes : A et B**

Intitulé précis de la matière : Techniques quantitatives appliquées 2

Durée : 1h30 **Numéro de l'UNITÉ : 5**

Noms des enseignants responsables : Dehon - Descombes

Type d'épreuve : Écrit **Nombre de sujets à traiter : Tous les exercices**

DOCUMENTS INTERDITS, CALCULATRICES AUTORISÉES

Exercice 1 (10 points)

Formulaire. Pour X et Y deux caractères d'une population dont les individus sont numérotés $1, 2, \ldots, n$ on note $X(1)$ la valeur du caractère pour l'individu numéro 1, etc. Alors :

$\mathrm{Var}(X) = \frac{X(1)^2+X(2)^2+\ldots+X(n)^2}{n} - \bar{X}^2$, où $\bar{X}$ est la moyenne de X.

$\mathrm{Cov}(X,Y) = \frac{X(1)Y(1)+X(2)Y(2)+\ldots+X(n)Y(n)}{n} - \bar{X}\bar{Y}$

Les coefficients a et b de la régression linéaire $Y = aX + b + reste$ sont :

$a = \frac{\mathrm{Cov}(X,Y)}{\mathrm{Var}(X)}$,

$b = \bar{Y} - a\bar{X}$.

Questions :

On fait des mesures de distances de freinage (en mètres) avec plusieurs automobiles roulant à différentes vitesses (exprimées en km/h). Voici les données recueillies sous forme d'une liste de couples (vitesse, distance de freinage) :

$$(30, 6), (50, 15), (50, 17), (80, 42), (90, 54), (100, 65), (110, 80), (110, 90), (130, 113)$$

a. Quelle est la population étudiée ? Quelle est sa taille ? Quels sont les caractères étudiés ? sont ils qualitatifs ou quantitatifs ? Quelle est l'étendue de la vitesse ?

b. Calculer la moyenne des vitesses mesurées et la moyenne des distances de freinage mesurées.

c. Représenter sur un dessin le nuage de points, avec les axes du repère et leur graduation. Représenter par une marque distincte le centre de gravité de ce nuage de points (expliquer).

d. Soit E l'évènement "la vitesse est supérieure à 85". Soit F l'évènement "la distance de freinage est supérieure à 60".

Calculer les fréquences des évènements E et F puis la fréquence conditionnelle de F sachant E. L'évènement F est il pratiquement indépendant de E ? Justifier.

e. On modélise la relation entre distance de freinage D et vitesse V par l'équation $D = aV + b$ où les nombres a et b sont calculés par la régression linéaire sur les distances et vitesses mesurées.

S'attend t-on avant calcul à trouver a strictement positif ou strictement négatif ou proche de 0 ? Expliquer

A t-on une idée avant le calcul du signe de b ?

f. Calculer la variance de D et de V (pour les données recueillies plus haut), la covariance de D avec V puis les coefficients a et b. Représenter sur le dessin de la question c la droite de régression.

g. Quelle est la distance de freinage prédite par le modèle pour une vitesse de 1000 km/h ? Cette question est elle pertinente ? Expliquer

Quelle est la distance de freinage prédite par le modèle pour une vitesse de 10 km/h ? Qu'en pensez vous ?

Exercice 2 (3 points)

1. Calculer
$$\int_{-1}^{1} \frac{|x|}{1+x^2} dx.$$

Exercice 3 (3 points)

Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système suivant

$$\begin{cases} x + y + 2z & = 1, \\ 2x + y + z & = 2, \\ -x - 2y - 6z & = -1. \end{cases}$$

Exercice 4 (4 points)

Représenter graphiquement la solution du système d'inéquations linéaires suivant

$$\begin{cases} x - y + 1 \leq 0, \\ 3x + y + 1 \geq 0, \\ y \leq 2. \end{cases}$$