Modélisation du trafic automobile.

Michel Rascle

http://vwisb7.vkw.tu-dresden.de/~treiber
http://angel.elte.hu/~panic/

Particules ou fluide? Modèles discrets ("Follow The Leader"

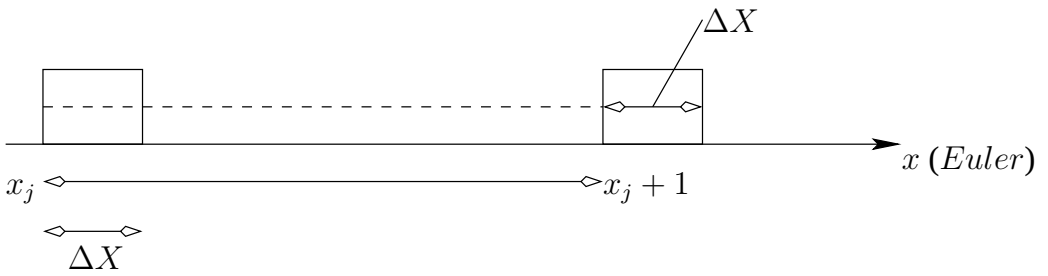
$$\begin{cases} \dot{x}_j = v_j \Longrightarrow \dot{\tau}_j = \frac{v_j+1-v_j}{\Delta X} \\ \\ \dot{v}_j = -P'\left(\frac{x_j+1-x_j}{\Delta X}\right)\frac{v_j+1-v_j}{\Delta X} = -P'(\tau_j)\dot{\tau}_j \end{cases}$$

$$\Updownarrow$$

$$\begin{cases} \dot{\tau}_j = \frac{v_j+1-v_j}{\Delta X} \\ \\ \dot{w}_j = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

Vers un modèle fluide : I

- Coordonnées Lagrangiennes



- $$X(x,t) = \int_{-\infty}^{x} \rho(y,t)dy;$$

$$\rho_j = \frac{\Delta X}{x_{j+1} - x_j} \qquad \text{adimensionnelle;}$$

- $$\tau_j := \frac{1}{\rho_j} = \frac{x_{j+1} - x_j}{\Delta X} \qquad \text{adimensionelle;}$$

Vers un modèle fluide : II : Zoom

On regarde la route depuis la lune ...

$$(x, t) \rightarrow (\epsilon x, \epsilon t)$$

$$(X, t) \rightarrow (\epsilon X, \epsilon t)$$

$$\epsilon \rightarrow 0 \quad \text{Zoom} \Rightarrow \quad \Delta X \rightarrow 0$$

$$\partial_{t|L} = \partial_{t|E} + v\partial_x$$

ρ, τ, v : invariants

- Exemples de modèle macroscopique : $\rho(x,t)$ densité, $v := v_i(x,t)$ vitesse

$$\partial_t \rho + \partial_x(\rho v) = 0 \qquad (2)$$

$$\partial_t v + v\,\partial_x v = -\partial_x p(\rho]), \text{ ou} \qquad (3)$$

$$\partial_t w + v\,\partial_x w = 0, \qquad (4)$$

avec exemple $w := w = v + \rho$

- (2)(3): dynamique des gaz ; (2)(4) : "notre" modèle, dans lequel
- w : "‘marqueur"’ Lagrangien (= attaché au véhicule ou au conducteur) : couleur, destination, agressivité, puissance de la voiture ...

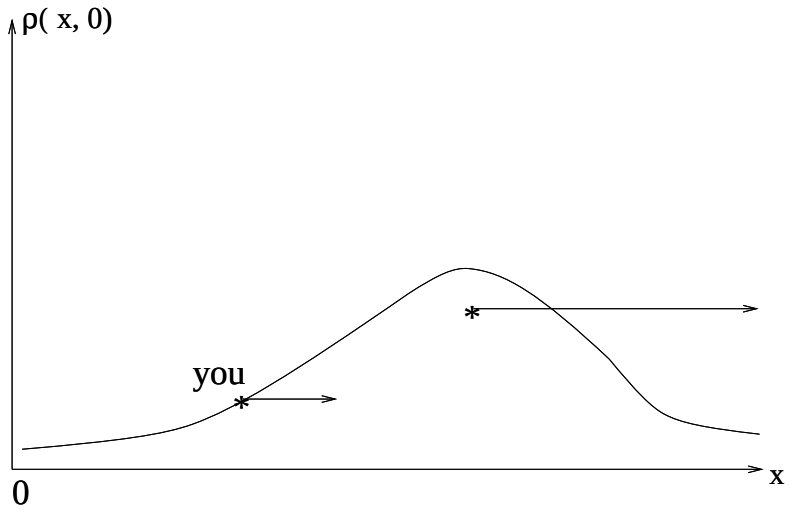


Figure 1: Réagissons-nous à des variations de densité en x ou en t : si la "vague" va plus vite que vous, faut-il (a) freiner (cf dynamique des gaz), ou (b) accélérer ??

Comparaison : cas a

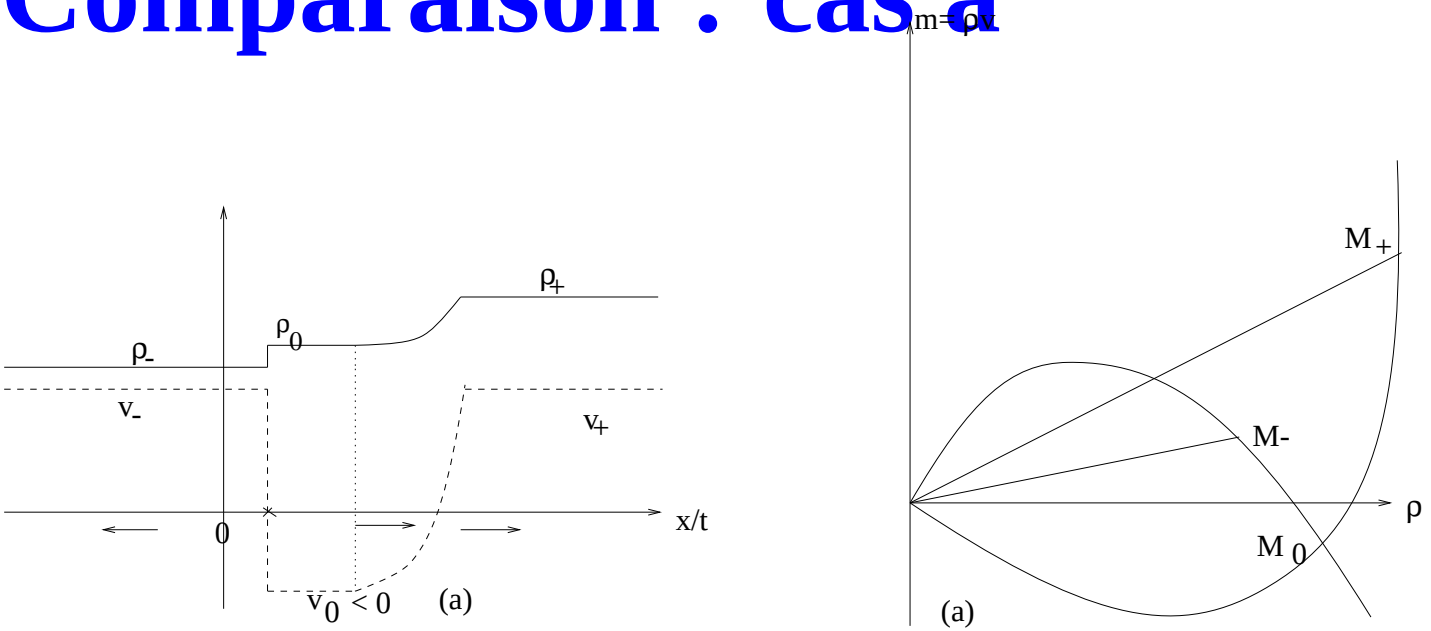
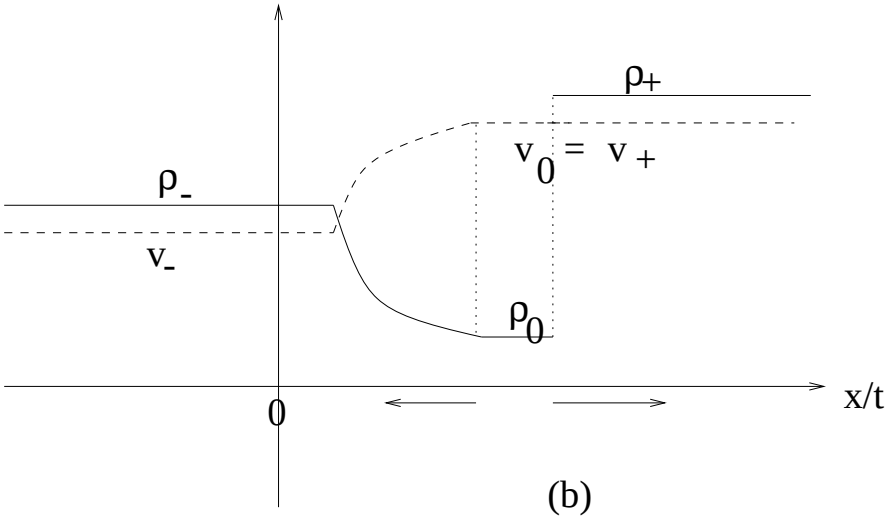
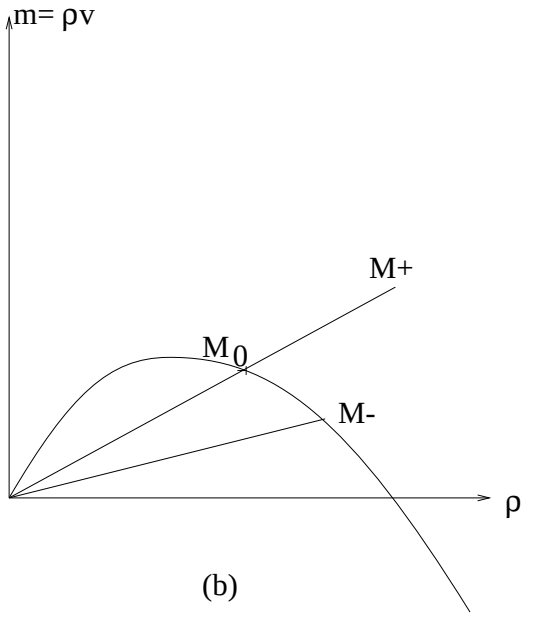


Figure 2: Dans le cas (a) les voitures derrière prennent instantanément des vitesse négatives (!), alors que celles devant vont plus vite !

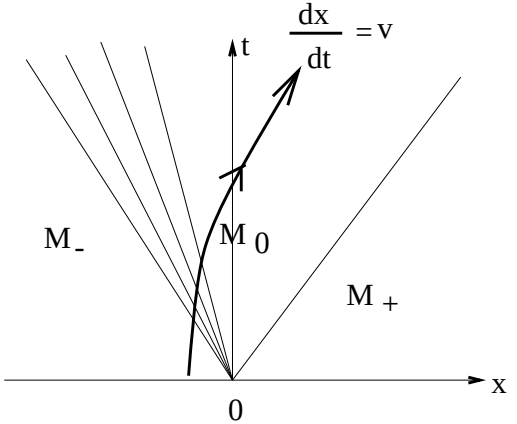
Comparaison : cas b



(b)



(b)



(b)

Quelques problèmes ouverts

- Description qualitative : ondes de "choc" (freinage ! L'onde peut se diriger vers l'AR ! : regardez dans la réalité !!), ondes de raréfaction (accélération : quand un feu passe au vert ...)
- Instabilités (stop and go : création spontanée de bouchons, sans vraie raison ...)
- Contrôle et affectation optimale .... Peut-on diminuer les bouchons ??? Pollution, temps perdu, accidents ...
- Piétons, mouvements de panique ...
- Pbs analogues (?): Internet, chaînes d'approvisionnement ?...

Retour au début