

Sous-espaces affines

On fixe un espace vectoriel E sur un corps k .

1. Donner une première définition de partie affine de E comme translatée d'un sous-espace vectoriel.
2. Si votre réponse valide la partie vide, donner une variante qui la rejette, et vice-versa.
3. Donner une application $dir : \mathcal{P}E \rightarrow sev(E)$ telle que, si A est une partie affine non vide de E , A est un translaté de $dir A$.
4. En déduire une deuxième définition de partie affine comme translatée, mais sans quantificateur existentiel.
5. Rappeler le type de l'application barycentre (binaire) dans E .
6. Donner une troisième définition de partie affine de E en termes de stabilité par barycentre binaire. Quid du vide ?
7. Montrer dans quelle mesure les définitions précédentes sont équivalentes.
8. Formuler soigneusement la propriété d'associativité du barycentre que vous avez utilisée.
9. Rappeler le type de l'application barycentre (n -aire) dans E .
10. Donner une quatrième définition de partie affine de E en termes de stabilité par barycentre n -aire. Quid du vide ?
11. Comparer les définitions précédentes.
12. Avec ces diverses définitions, une intersection de parties affines est-elle affine ?
13. Avec ces diverses définitions, peut-on donner une définition raisonnable de la direction d'un sous-espace affine ?
14. Avec ces diverses définitions, peut-on donner une définition raisonnable de la partie affine engendrée ?
15. Si oui, donner deux définitions équivalentes, une comme intersection et une comme réunion.