

# Prépondérance et équivalence

## 1. Calculer la limite d'une fraction rationnelle:

Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 6x^3 + 1}{1 + x^2 - 5x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^3 + x - 6x^2}{x^2 - x^3 - x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6x^3}{x^3 - 4x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 6x^5 - 2 + x}{x^5 + 3x^2 - \pi}$ .

## 2. Appliquer la règle de L'Hôpital:

Calculer  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-3} - 1}$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \cos \pi x}{\ln x}$ ;  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$ .

## 3. Estimer l'approximation de Taylor:

Ici  $x$  est un réel tendant vers  $0^+$ . Donner un équivalent simple des expressions suivantes:

$$\sin x - x, \quad \cos x - 1 + \frac{x^2}{2}, \quad \ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}, \quad (1+x)^e - 1 - ex, \quad e^x - 1 - x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}.$$

## 4. Reconnaître le terme dominant:

Ici  $x$  est un réel tendant vers  $0^+$ . Donner un équivalent simple des expressions suivantes:

$$\pi x^3 + ex^2 - 7x, \quad 1000x \ln x - 0.1x^{0.01}, \quad x \ln x - \sqrt{x}, \quad \ln 3 - 0.1x^{0.01},$$

$$9e^x - 0.1x^{0.01}, \quad x^2 \ln x - x(\ln x)^2, \quad \sqrt{x^3 + 2x^4} - \sqrt[3]{x^4 + 2x^5}, \quad \sin(1000x) - \sin^3 x.$$

## 5. Gérer les conflits entre dominants:

Ici  $x$  est un réel tendant vers  $0^+$ . Donner un équivalent simple pour les expressions suivantes:

$$x + 2\sqrt{x^2 + x^4}, \quad \sqrt{2x^2 + x^3} + \sqrt{3x^2 + x^4} - 5x, \quad \sqrt{x^2 + x^3} - \sqrt{x^2 + x^4}.$$

## 6. Calculer une limite:

Ici  $x$  est un réel tendant vers  $0^+$ . Calculer la limite des expressions suivantes:

$$\frac{\sin x - x}{x^2}, \quad \frac{1 - \cos x}{x^4}, \quad \frac{\ln(1+x) - x}{(1+x)^\pi - 1 - \pi x}.$$