

Produire et manipuler des inégalités

1. Majorer, minorer ou encadrer une expression

Pour x dans l'intervalle $[-2, -1]$, encadrez les expressions suivantes par deux nombres strictement de même signe. Explicitez les ressources qui justifient votre réponse.

$$\frac{3x + 1}{3x + 8}, \quad \frac{\cos(\ln |x|) + x^2 + 2}{\sin(e^x) - 8 + x}.$$

2. Résoudre une inéquation

Résoudre dans \mathbf{R} les inéquations suivantes, en explicitant les ressources invoquées:

a) $\sqrt{x^2 + 4} \leq 2 - 3x$; b) $\sqrt{x + 8} - 2 \geq 3$; c) $\sqrt{x + 8} - 2 \geq \sqrt{2 - x}$.

Donner une version graphique des résultats trouvés.

3. Comparer deux nombres qui se ressemblent

- a) Trouver une fonction simple f vérifiant $f(0) = 3$ et $f(0.0001) = \sqrt{8.9997} + \ln(1.0005)$.
 b) Calculer le signe de f' sur $[0, 0.0001]$ en explicitant les ressources qui justifient votre réponse.
 c) Comparer $\sqrt{8.9997} + \ln(1.0005)$ à 3.
 d) Avec la même méthode, comparer $3.02^{2.97}$ à 27.

4. Comprendre et formaliser un énoncé

- a) On donne un intervalle I de \mathbf{R} et une fonction f définie sur I . Formalisez l'énoncé E :

f est strictement décroissante sur I .

- b) Ici on prend $f := x \mapsto x^2$. Donner une valeur de I pour laquelle E est vrai et une pour laquelle E est faux.
 c) Ici, on prend $I := [0, 3]$. Donner une valeur de f pour laquelle E est vrai et une pour laquelle E est faux.
 d) Calculer la négation et la contraposée de E .

5. Détailler une démonstration

- a) Donner une démonstration détaillée de l'inclusion $]2, 3] \subset [1, 4[$.
 b) Prouver de façon détaillée que la composée de deux fonctions monotones est monotone.