

# Fonctions de deux variables

## 1. Calculer un domaine de définition

- Calculer et dessiner le domaine de définition de la fonction  $f := (x, y) \mapsto xy + \sqrt{x} + \sqrt{y}$ .
- Même question pour la fonction  $f := (x, y) \mapsto 1 + \ln(x - 2y)$ .

## 2. Calculer un gradient

- Calculer et dessiner le gradient de la fonction  $f := (x, y) \mapsto xy^2 + \sqrt{x}$  au point  $(4, 1)$ .
- Même question pour la fonction  $f := (x, y) \mapsto 1 + 4 \ln(x - 2y)$ .

## 3. Calculer un plan tangent

- Calculer la linéarisée de  $f := (x, y) \mapsto x^2 + 4y^2$  au point  $(-2, 1)$ .
- Calculer le plan tangent au graphe de  $g := (x, y) \mapsto e^x \ln y$  au point  $(3, 1, 0)$ .

## 4. Tracer une courbe de niveau

- Tracer la courbe de niveau de  $f := (x, y) \mapsto 4 - x^2 - y^2$  passant par le point  $M := (2, 2)$  puis le vecteur gradient de  $f$  en  $M$ .
- Tracer la tangente à cette courbe de niveau en  $M$ .

## 5. Trouver les points critiques

- Trouver les points critiques de  $(x, y) \mapsto \frac{289877x}{x^2+y^2+1}$  et calculer les plans tangents correspondants.
- Mêmes questions pour  $(x, y) \mapsto 4 \sin^2 x + y^2$

## 6. Calculer des dérivées partielles supérieures

- Calculer les dérivées partielles secondes de la fonction  $f := (x, y) \mapsto xy^2 + x\sqrt{x}$ .
- Même question pour la fonction  $g := (x, y) \mapsto \sin^2(x - 3y)$ .
- Calculer les dérivées partielles premières et secondes de  $(x, y) \mapsto e^{2x} \cos 3y$ . Quel est le rang de ce système de cinq fonctions ?