

Fonctions de deux variables

1. Calculer un domaine de définition

- Calculer et dessiner le domaine de définition de la fonction $f := (x, y) \mapsto xy + \sqrt{x} + \sqrt{y}$.
- Même question pour la fonction $f := (x, y) \mapsto 1 + \ln(x - 2y)$.

2. Calculer un gradient

- Calculer et dessiner le gradient de la fonction $f := (x, y) \mapsto xy^2 + \sqrt{x}$ au point $(4, 1)$.
- Même question pour la fonction $f := (x, y) \mapsto 1 + 4 \ln(x - 2y)$.

3. Calculer un plan tangent

- Calculer la linéarisée de $f := (x, y) \mapsto x^2 + 4y^2$ au point $(-2, 1)$.
- Calculer le plan tangent au graphe de $g := (x, y) \mapsto e^x \ln y$ au point $(3, 1, 0)$.

4. Tracer une courbe de niveau

- Tracer la courbe de niveau de $f := (x, y) \mapsto 4 - x^2 - y^2$ passant par le point $M := (2, 2)$ puis le vecteur gradient de f en M .
- Tracer la tangente à cette courbe de niveau en M .

5. Trouver les points critiques

- Trouver les points critiques de $(x, y) \mapsto \frac{289877x}{x^2+y^2+1}$ et calculer les plans tangents correspondants.
- Mêmes questions pour $(x, y) \mapsto 4 \sin^2 x + y^2$

6. Calculer des dérivées partielles supérieures

- Calculer les dérivées partielles secondes de la fonction $f := (x, y) \mapsto xy^2 + x\sqrt{x}$.
- Même question pour la fonction $g := (x, y) \mapsto \sin^2(x - 3y)$.
- Calculer les dérivées partielles premières et secondes de $(x, y) \mapsto e^{2x} \cos 3y$. Quel est le rang de ce système de cinq fonctions ?