

Monotonie

1. Interro

- Proposer une approximation linéaire intelligente de $\sqrt{3.8}$.
- Dériver $x \mapsto e^{\cos x}$.
- Comparez $\cos 2$ et $\cos 3$ en explicitant la monotonie que vous utilisez.

2. Dériver une fonction composée

- $x \mapsto \sin^3 x$
- $x \mapsto e^{\sin x}$
- $x \mapsto \ln(1 + \sqrt{x})$
- $x \mapsto \sin e^x$.

3. Comparer deux nombres qui se ressemblent I

- Comparez $\cos 5$ et $\cos 6$ en explicitant la monotonie que vous utilisez.
- Comparez e^e et π^π en explicitant la ou les monotonies que vous utilisez.
- (Difficile) Trouver une monotonie qui permet de comparer e^π et π^e .

4. Comparer deux nombres qui se ressemblent II

- Trouver une fonction simple f vérifiant $f(0) = 3$ et $f(0.0001) = \sqrt{8.9997} + \ln(1.0005)$.
- Calculer le signe de f' sur $[0, 0.0001]$.
- Comparer $\sqrt{8.9997} + \ln(1.0005)$ à 3.
- Avec la même méthode, comparer $3.02^{2.97}$ à 27.

5. Encadrer une expression

Encadrez (grossièrement) les expressions suivantes par deux nombres strictement de même signe, en explicitant les monotonies éventuellement invoquées :

$$\frac{4 + \cos 5x}{3x + 8} \text{ pour } x \in [1, 3]; \quad \frac{4x^2 - 3}{\sin 5x - 4} \text{ pour } x \in [-4, -2]; \quad \frac{x^2 + 1}{\sin 5x - 4} \text{ pour } x \in [-1, 4].$$

6. Résoudre une inéquation

Résoudre dans \mathbf{R} les inéquations suivantes, en justifiant (notamment les élévations au carré) :

- $\sqrt{x^2 + 4} \leq 2 - 3x$;
- $\sqrt{x + 8} - 2 \geq 3$;
- $\sqrt{x + 8} - 2 \geq \sqrt{2 - x}$.

Donner une version graphique des résultats trouvés.

7. Comprendre et formaliser un énoncé

- On donne un intervalle I de \mathbf{R} et une fonction f définie sur I . Formalisez l'énoncé E :

f est strictement décroissante sur I .

- Ici on prend $f := x \mapsto x^2$. Donner une valeur de I pour laquelle E est vrai et une pour laquelle E est faux.
- Ici, on prend $I := [0, 3]$. Donner une valeur de f pour laquelle E est vrai et une pour laquelle E est faux.
- Calculer la négation et la contraposée de E .