

# Majorer, minorer, encadrer, arrondir

## 1. Interro

a) Donnez les intervalles de stricte monotonie maximaux et les bornes (supérieure et inférieure) de la

fonction  $f$  au vu de son TV :

$x$	$-\infty$	$-7$	$-3$	$0$	$+\infty$
$f(x)$		4		6	
	2	↗	↘	↗	↘
			0		$-\infty$

b) Donnez un exemple de fonction strictement croissante dont la dérivée n'est pas strictement positive.

c) Encadrer  $x^2 + 100 \sin x$  pour  $x \in [-3\pi, \pi]$ .

## 2. Arrondir dans le bon sens

a) Pour  $x \in [e, \pi]$ , montrez que  $\frac{2x+\cos x}{3x-\sin x}$  est majoré par  $\frac{2\pi+1}{3e-1}$ . Utilisez votre calculatrice pour arrondir cette majoration dans le bon sens.

b) Pour  $x \in [-2\pi, -\pi]$ , montrez que  $\frac{2x+\sin x}{3x+\sin x}$  est minoré par  $\frac{2\pi-1}{6\pi+1}$ . Utilisez votre calculatrice pour arrondir cette minoration dans le bon sens.

c) Pour  $x \in [-\pi, \pi]$ , majorer  $\frac{2x^2+\sin x}{3x^2+\cos \frac{x}{4}}$  par un entier.

d) Pour  $x \in [-e, -1[$ , encadrer  $\frac{ex^2+2\sin x}{\pi x^2+3\cos x}$  par deux nombres positifs à deux chiffres.

## 3. Comprendre et formaliser un énoncé

a) On donne un intervalle  $I$  de  $\mathbf{R}$  et une fonction  $f$  définie sur  $I$ . Formaliser les énoncés  $E$  et  $F$  :

( $E$ ) : sur  $I$ ,  $f$  est majorée ;

( $F$ ) : sur  $I$ ,  $f$  atteint son minimum.

b) Ici on prend  $f := x \mapsto x^2$ . Donner quatre valeurs de  $I$  donnant à ( $E, F$ ) les quatree valeurs possibles.

c) Ici, on prend  $I := [0, 3[$ . Donner quatre valeurs de  $f$  donnant à ( $E, F$ ) les quatre valeurs possibles.

d) Calculer la négation de  $E$  et  $F$ .

## 4. Chaud devant

a) Calculer les bornes de la fonction  $g$  définie par  $g(x) = e^x + \cos x$ .

b) Soit  $f$  et  $g$  deux fonctions définies sur tout  $\mathbf{R}$  et minorées.

Quel rapport peut-on établir entre  $\inf f + \inf g$  et  $\inf(f + g)$  ?

c) Prouver que la somme de deux fonctions (définies sur tout  $\mathbf{R}$  et) majorées est aussi majorée. Quid de la différence, du produit ?