Noyau d'une application linéaire

Dédou

Mai 2012

Le séquent initial

Le séquent initial, c'est

$$\vdash \forall E, F : EspVec, \forall u : E \to F, u \text{ linéaire } \Rightarrow Keru \text{ est un sev }.$$

On fait tout ce qui est gratuit :

La première salve

Le séquent initial, c'est

$$\vdash \forall E, F : EspVec, \forall u : E \to F, u \text{ linéaire } \Rightarrow Keru \text{ est un sev }.$$

On fait tout ce qui est gratuit :

ForallB, ForallB, ForallB, ImpB, ReecB, EtB, ReecB, ReecC, Hyp

(On doit montrer $u(0) = 0$ et c'est dans les hypothèses !)

Et le nouveau séquent, c'est quoi ?

La première salve

Le séquent initial, c'est

$$\vdash \forall E, F : EspVec, \forall u : E \to F, u \text{ linéaire } \Rightarrow Ker u \text{ est un sev }.$$

On fait tout ce qui est gratuit :

ForallB, ForallB, ForallB, ImpB, ReecB, EtB, ReecB, ReecC, Hyp

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; u$ linéaire

$$\vdash \forall y, z : E, \forall a, b : \mathbb{R}, y \in Ker u \text{ et } z \in Ker u \Rightarrow ay + bz \in Ker u.$$

La deuxième salve

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; u$ linéaire

$$\vdash \forall y, z : E, \forall a, b : \mathbb{R}, y \in Keru \text{ et } z \in Keru \Rightarrow ay + bz \in Keru.$$

On fait tout ce qui est gratuit :

La deuxième salve

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; u$ linéaire

$\vdash \forall y, z : E, \forall a, b : \mathbb{R}, y \in Keru$ et $z \in Keru \Rightarrow ay + bz \in Keru.$

On fait tout ce qui est gratuit :

4ForallB, ImpB, EtC, ReecB, ReecC, ReecC

Le nouveau séquent, c'est ?

La deuxième salve

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; u$ linéaire

$$\vdash \forall y, z : E, \forall a, b : \mathbb{R}, y \in Keru \text{ et } z \in Keru \Rightarrow ay + bz \in Keru.$$

On fait tout ce qui est gratuit :

4ForallB, ImpB, EtC, ReecB, ReecC, ReecC

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; u$ linéaire ;
$y, z : E; a, b : \mathbb{R}; u(y) = 0; u(z) = 0$

$$\vdash u(ay + bz) = 0.$$

La troisième salve

Le séquent courant, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; u$ linéaire ;
$y, z : E; a, b : \mathbb{R}; u(y) = 0; u(z) = 0$

$$\vdash u(ay + bz) = 0.$$

On applique la linéarité :

ReecC, 4ForallC

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; y, z : E; a, b : \mathbb{R};$
$u(y) = 0; u(z) = 0; u(ay + bz) = au(y) + bu(z)$

$$\vdash u(ay + bz) = 0.$$

La quatrième salve II

Le séquent courant, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; y, z : E; a, b : \mathbb{R};$
$u(y) = 0; u(z) = 0; u(ay + bz) = au(y) + bu(z)$

$$\vdash u(ay + bz) = 0.$$

Et on réécrit :

ReecB, ReecB, ReecB

Le nouveau séquent, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; y, z : E; a, b : \mathbb{R};$
$u(y) = 0; u(z) = 0; u(ay + bz) = au(y) + bu(z)$

$$\vdash a * 0 + b * 0 = 0.$$

La cinquième salve

Le séquent courant, c'est

$E, F : EspVec; u : E \to F; y, z : E; a, b : \mathbb{R};$
$u(y) = 0; u(z) = 0; u(ay + bz) = au(y) + bu(z)$

$$\vdash a * 0 + b * 0 = 0.$$

On oublie presque tout

$$E, F : EspVec; a, b : \mathbb{R} \vdash a * 0 + b * 0 = 0.$$

On invoque :

$$\forall G : EspVec; \forall a : \mathbb{R}, a * 0 = 0.$$

InvoC, ForallC, Contr, ForallC, ForallC, ReecB, ReecB

La sixième salve

Le séquent courant, c'est

$E, F : EspVec; a, b : \mathbb{R};$

$$\vdash a * 0 + b * 0 = 0.$$

On invoque :

$$\forall G : EspVec; \forall a : \mathbb{R}, a * 0 = 0.$$

InvoC, ForallC, Contr, ForallC, ForallC, ReecB, ReecB

Le nouveau séquent, c'est

$$F : EspVec; a, b : \mathbb{R} \vdash 0 + 0 = 0.$$

Le coup de grâce

Le séquent courant, c'est

$$F : \mathit{EspVec}; a, b : \mathbb{R} \vdash 0 + 0 = 0.$$

On invoque :

$$\forall E : \mathit{EspVec}; \forall x : E, x + 0 = 0.$$

InvoC, ForallC, ForallC, Hyp.

Et c'est fini.